

2021年普通高等学校招生全国统一考试(考前练兵)

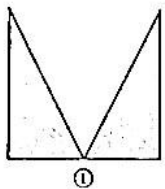
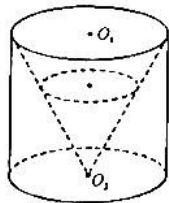
理科数学

考生注意:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 答题前,考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时,请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本试卷命题范围:高考范围。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$, $N = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 3\}$, 则 $M \cap N$ 的非空子集个数是
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
2. 若复数 z 满足 $z(1-2i) = 4+3i$ (i 为虚数单位), 则 z 的虚部是
A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{9}{5}i$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{2}{5}i$
3. 若平面向量 $a = (1, -4)$, $b = (k, 1)$ ($k > 0$), 且 $|b| = \sqrt{5}$, 则 $b \cdot (3a + 2b) =$
A. -8 B. -4 C. 4 D. 8
4. $(1 + \tan 12^\circ)(1 + \tan 33^\circ) =$
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
5. 光明中学下辖南北两个校区, 为做好高三学生复学的准备, 组织高三学生通过直播平台在线学习《新型冠状病毒防疫安全规程》, 为了解学生的实际学习效果, 用分层抽样的方法, 从南校区 1 280 名高三学生和北校区 320 名高三学生中抽取 40 名高三学生参加“疫情防控常识”网上测试. 测试后通过统计, 南校区、北校区的平均成绩分别为 70 分、80 分, 若光明中学高三学生都参加“疫情防控常识”网上测试, 估计其平均成绩为
A. 79 分 B. 76 分 C. 73 分 D. 72 分
6. 如图所示的几何体为圆柱 O_1O_2 被挖掉一个圆锥(底面为圆柱的上底面, 顶点为下底面圆的圆心)得到的组合体, 用垂直于圆柱 O_1O_2 底面的平面截该组合体, 则截面的形状可能为



A. ①②

B. ①②③

~~C. ②③④~~

~~D. ①④~~

【2021年普通高等学校招生全国统一考试(考前练兵)·理科数学 第1页(共4页)】



7. $(2\sqrt{x} - \frac{1}{x})^6$ 展开式中含 x^{-1} 项的系数为
A. 60 B. 20 C. -20 D. -64
8. 已知 A_1, A_2 分别为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右顶点, P 为 C 上一点, $\triangle A_1 A_2 P$ 是顶角为 $\frac{2\pi}{3}$ 的等腰三角形, 则 C 的离心率为
A. $\sqrt{5}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$
9. 已知定义在 \mathbb{R} 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(2+x) = f(x)$, 当 $x \in [1, 2]$ 时, $f(x) = 2-x$. 给出下列四个结论: ① $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称; ② $f(x)$ 在 $(1, 3)$ 上为减函数; ③ $f(x)$ 的值域为 $[-1, 1]$; ④ $y = f(x) - \log_2 |x|$ 有 4 个零点. 其中正确结论的是
A. ①④ B. ②③ C. ①③④ D. ①②③
10. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_n + a_{n+1} = 2n - 1$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 100 项和 $S_{100} =$
A. 4 900 B. 4 950 C. 5 000 D. 5 050

11. 下列命题正确的是

A. $y = \sin x - \cos x$ 在 $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}]$ 上单调递增

B. $y = 3\sin x - 4\cos x (x \in [0, \frac{\pi}{2}])$ 的最大值为 5

C. $y = \frac{\sin x}{\cos x - 2}$ 的最大值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. 将 $y = \sin x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度可得 $y = \cos x$ 的图象

12. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x-2}$, 若 $a = f(\log_2 3), b = f(\log_3 4), c = f(3^{4e-5})$, 则 a, b, c 的大小关系为

A. $c > a > b$

B. $b > a > c$

C. $a > b > c$

D. $c > b > a$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知抛物线 $C: y = \frac{m}{2}x^2$ 的准线方程是 $y = 1$, 则 $m =$ _____.

14. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, (n+2)a_n = 3(n+1)a_{n+1}$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 _____.

15. 过球 O 的球面上一点 A 引长度均为 $2\sqrt{3}$ 的三条弦 AB, AC, AD , 若 $\angle BAC = \angle CAD = \angle DAB = \frac{\pi}{3}$,

则该球的表面积为 _____.

16. 已知 A, B 是圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 上的两动点, 且 $|AB| = 2\sqrt{3}$. 点 P 在直线 $l: x - y + 4 = 0$ 上, 则 $|\vec{PA} + \vec{PB}|$ 的最小值为 _____.

【2021 年普通高等学校招生全国统一考试(考前练兵)·理科数学 第 2

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 且 $(a-b+c)(a-b-c)=-ab, \sin(A+C)=3\sin(B+C)$.

(1)求角 C 的大小;

(2)若 $c=7$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本小题满分 12 分)

为丰富职工的业余生活,某厂工会组织一场文娱活动,其中有一个以安全生产为主体的答题闯关的节目,每位参加的职工需回答三个问题,对于前两个问题,每个问题回答正确都可以得 10 分,回答错误都得 0 分;第三个问题回答正确得 20 分,回答错误得 -10 分. 规定每位参加的职工回答这三个问题的总得分不低于 30 分就算闯关成功. 每位参赛的职工回答前两个问题正确的概率都是 $\frac{2}{3}$, 回答第三个问题正确的概率都是 $\frac{1}{2}$, 且各题回答正确与否相互独立.

(1)求参加该节目的职工 A 仅回答正确两个问题的概率;

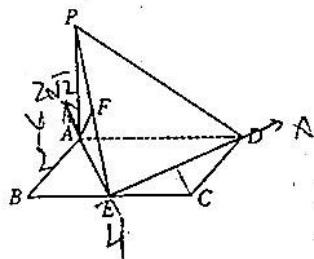
(2)求参加该节目的职工 A 回答这三个问题的总得分 X 的分布列、数学期望和闯关成功的概率.

19. (本小题满分 12 分)

如图,四边形 $ABCD$ 为矩形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $BC=2AB=4$, $AP=2\sqrt{2}$, E, F 分别为 BC, PE 的中点.

(1)求证: $AF \perp$ 平面 PED ;

(2)求直线 BC 与平面 PED 所成角的大小.

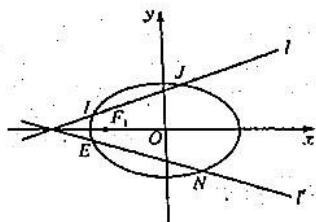


20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 $F_1(-1, 0)$, 且离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若直线 $l: y = k(x+2)$ 与椭圆 C 交于 I, J 两点 (J 在 I 的右侧), 直线 $l': y = -k(x+2)$ 与椭圆 C 交于 E, N 两点 (N 在 E 的右侧), 求证: J, F_1, E 三点共线.



21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right) \ln x + \frac{1}{x} - x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最大值;

(2) 求证: $\frac{n(n+1)}{2} > \sum_{k=1}^n \frac{k+1}{k} \ln k + \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} (n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$.

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 两题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos \alpha, \\ y = \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以 O 为极点, x 轴的正半轴为极

轴, 建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos \theta - 2\rho \sin \theta + 2 = 0$.

(1) 求直线 l 的直角坐标方程及曲线 C 的普通方程;

(2) 若过点 $A(0, -2)$ 且与 l 垂直的直线与曲线 C 交于点 M, N , 求 $|AM| \cdot |AN|$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

设 $f(x) = |x^2 - 1|$.

(1) 解不等式 $f(x) < 4$;

(2) 若关于 x 的不等式 $f(x) - |x^2 - a^2| > 3$ 有实数解, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》