2022届高三一轮复习联考(三)　新高考卷
数学参考答案及评分意见

1.C 【解析】因为 $A\cap B=\{1\}$,所以 $1\in B$,把 $x=1$ 代入 $x^2+mx-2=0$ 得 $m=1$,所以 $B=\{1,-2\}$.故选 C.

2.B 【解析】$\omega=\frac{\bar{z}}{z}=\frac{-1-i}{-1+i}=\frac{(-1-i)^2}{(-1+i)(-1-i)}=i$,所以 $|\omega|=1$.故选 B.

3.A 【解析】由题意,把 $\theta_0=20,\theta_1=100,\theta=60,t=20$ 代入 $\theta=(\theta_1-\theta_0)e^{-kt}+\theta_0$ 中得 $k=\frac{\ln 2}{20}$.故选 A.

4.D 【解析】对于 A,B,C 选项的条件,均能得出 α 和 β 相交或平行.故选 D.

5.C 【解析】因为 $f(1+x)=f(1-x),f(2+x)=-f(2-x)$,所以 $f(2-x)=f(1+(1-x))=f(1-(1-x))=f(x)=-f(2+x)$,所以 $f(2+x)=-f(4+x)=-f(x)$,故 $f(x)=f(x+4)$,所以 $f(x)$ 周期为 4,因为 $f(-x)=f(4-x)=f(2+(2-x))=-f(2-(2-x))=-f(x)$,所以 $f(x)$ 是奇函数.故选 C.

6.A 【解析】$\tan\theta=\frac{2\tan\frac{\theta}{2}}{1-\tan^2\frac{\theta}{2}}=\frac{4}{3}$,$\sin 2\theta=\frac{2\sin\theta\cos\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=\frac{2\tan\theta}{\tan^2\theta+1}=\frac{24}{25}$.故选 A.

7.D 【解析】在 Rt$\triangle ABM$ 中,$AM=\frac{AB}{\sin 15^\circ}$,在$\triangle ACM$ 中,$\angle CAM=30^\circ+15^\circ=45^\circ$,$\angle AMC=180^\circ-15^\circ-60^\circ=105^\circ$,故$\angle ACM=30^\circ$,由正弦定理,$\frac{AM}{\sin\angle ACM}=\frac{CM}{\sin\angle CAM}$,所以 $CM=\frac{\sin\angle CAM}{\sin\angle ACM}\cdot AM=\frac{\sqrt{2}AB}{\sin 15^\circ}$,在 Rt$\triangle CDM$ 中,$CD=CM\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{6}AB}{2\sin 15^\circ}=\frac{12\sqrt{6}}{2\cdot\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}=36+12\sqrt{3}\approx 56.4$.故选 D.

8.B 【解析】令 $f(x)=2.1^x$,则 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增,所以 $2.1^{2.1}<2.1^{2.2}$,即 $c<b$,排除 C,令 $g(x)=x^{2.1}$,则 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增,所以 $2.1^{2.1}<2.2^{2.1}$,即 $c<a$,排除 A,令 $h(x)=\frac{\ln x}{x}$,$h'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$,易知 $h(x)$ 在 $(0,e)$ 单调递增,在 $(e,+\infty)$ 单调递减,所以 $h(2.1)<h(2.2)$,即 $\frac{\ln 2.1}{2.1}<\frac{\ln 2.2}{2.2}$,$2.2\ln 2.1<2.1\ln 2.2$,即 $\ln 2.1^{2.2}<\ln 2.2^{2.1}$,所以 $2.1^{2.2}<2.2^{2.1}$,$b<a$,综上 $c<b<a$.故选 B.

9.AB 【解析】由题图可得 $\frac{3T}{4}=\frac{3}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega}=\frac{11\pi}{12}-\frac{\pi}{6}$,解得 $\omega=2$,A 正确.

$\therefore f(x)=\sin(2x+\varphi)$.把 $\left(\frac{\pi}{6},1\right)$ 代入得 $1=\sin\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)$,$\because|\varphi|<\frac{\pi}{2}$,$\therefore\varphi=\frac{\pi}{6}$,B 正确.

$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$,$x=\frac{5\pi}{12}$ 时,$f(x)=0$,不满足对任意的 x 都有 $f(x)\geqslant f\left(\frac{5\pi}{12}\right)$,C 错误.

$\because x\in[-\pi,\pi]$,$\therefore 2x+\frac{\pi}{6}\in\left[-\frac{11\pi}{6},\frac{13\pi}{6}\right]$,

则 $f(x)$ 共有 4 个零点,不妨设为 $a、b、c、d$,且 $a<b<c<d$,则 $2a+\frac{\pi}{6}+2b+\frac{\pi}{6}=2\times\left(-\frac{\pi}{2}\right)$,$2c+\frac{\pi}{6}+2d+\frac{\pi}{6}=2\times\frac{3\pi}{2}$,两式相加,整理得 $2a+2b+2c+2d=\frac{4}{3}\pi$,

故 $f(x)$ 的所有零点之和为 $a+b+c+d=\frac{2\pi}{3}$,D 错误,故选 AB.

10.BC 【解析】因为 D,E 是 BC 边的三等分点,点 P 在线段 DE 上,若 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$,可得 $x+y=1$,$x,y\in\left[\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right]$,

$xy=x(1-x)=x-x^2=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}$,当 $x=\frac{1}{2}$ 时,xy 取最大值 $\frac{1}{4}$,当 $x=\frac{1}{3}$ 或 $x=\frac{2}{3}$ 时,xy 取最小值 $\frac{2}{9}$.故选 BC.

11.AD 【解析】$\because a_1>1$,$a_{2021}\cdot a_{2022}>1$,$\frac{a_{2021}-1}{a_{2022}-1}<0$,$\therefore a_{2021}>1$,$0<a_{2022}<1$,$\therefore 0<q<1$,故 A 正确;

$a_{2021}\cdot a_{2023}=a_{2022}^2<1$,故 B 错误;

$\because a_1>1,0<q<1$,$\therefore$ 数列为各项为正的递减数列,$\therefore S_n$ 无最大值,故 C 错误,

又 $a_{2021}>1$，$0<a_{2022}<1$，$\therefore T_{2021}$ 是数列 $\{T_n\}$ 中的最大项，故 D 正确. 故选 AD.

12. ACD 【解析】因为 $f(-x)=e^{|-x|}\cos(-x)=e^{|x|}\cos x=f(x)$，所以 $f(x)$ 为偶函数，A 正确；

当 $x>0$ 时，$f(x)=e^{x}\cos x$，$f'(x)=e^{x}(\cos x-\sin x)=\sqrt{2}e^{x}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$，当 $x\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ 时，$\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)>0$，$e^{x}>0$，

所以 $f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，又因为 $f(x)$ 为偶函数，所以 $f(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{4},0\right)$ 单调递减，B 错误；

令 $f(x)=0$，则 $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，所以 $f(x)$ 相邻两个零点之间的距离为 π，C 正确；

当 $x>0$ 时，令 $f'(x)=0$，则 $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，当 $k=0$ 时，$x=\frac{\pi}{4}$，当 $x\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ 时，$f'(x)>0$，当 $x\in\left(\frac{\pi}{4},\pi\right)$ 时，$f'(x)<0$，所以 $\frac{\pi}{4}$ 是 $f(x)$ 的一个极大值点，又因为 $f(x)$ 是偶函数，所以 $f(x)$ 在 $[-\pi,\pi]$ 上有 2 个极大值点，D 正确，故选 ACD.

13. 5 【解析】因为 $a_1+a_5=2a_3$，$a_1+a_3+a_5=3$，所以 $a_3=1$，$S_5=5a_3=5$. 故答案为 5.

14. $\frac{2}{5}$ 【解析】$k\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(k+4,2k-3)$，因为 $\boldsymbol{a}\perp(k\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot(k\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=k+4+4k-6=0$，解得 $k=\frac{2}{5}$. 故答案为 $\frac{2}{5}$.

15. $\frac{28\pi}{3}$ 【解析】依题意，由 $PA=AC=2$，$CP=2\sqrt{2}$，得 $AP\perp AC$. 连接 AD，由点 D 是 PB 的中点且 $PA=AB=PB=2$，得 $AD=\sqrt{3}$，

又 $CD=\sqrt{7}$，$AC=2$，可知 $AD\perp AC$，

又 $AP\cap AD=A$，$AP\subset$ 平面 PAB，$AD\subset$ 平面 PAB，所以 $AC\perp$ 平面 PAB.

以 $\triangle PAB$ 为底面，AC 为侧棱补成一个直三棱柱，则球 O 是该三棱柱的外接球，球心 O 到底面 $\triangle PAB$ 的距离 $d=\frac{1}{2}AC=1$. 由正弦定理得 $\triangle PAB$ 的外接圆半径 $r=\frac{PA}{2\sin 60^{\circ}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$，

所以球 O 的半径 $R=\sqrt{d^2+r^2}=\sqrt{\frac{7}{3}}$. 故球 O 的表面积 $S=4\pi R^2=\frac{28\pi}{3}$.

16. $\left(0,\frac{1}{2}\right]$ 【解析】$f(x)=|x^2-2x|-ax-a<0$，则 $|x^2-2x|<ax+a$，分别画出 $y=|x^2-2x|$ 与 $y=a(x+1)$ 的图象，

$\because$ 只存在两个整数 x，使得 $f(x)<0$，当 $x=1$ 时，$|1^2-2|=1$，令 $2a=1$，解得 $a=\frac{1}{2}$，此时有 2 个整数使 $f(x)<0$，

即 $x=0$ 或 $x=2$，结合图象可知，$x=3$ 不合题意，故 a 的取值范围为 $\left(0,\frac{1}{2}\right]$.

17.【解析】(1) 当 $n=1$ 时，$a_1=S_1=2(a_1-1)$，所以 $a_1=2$，…… 1 分

当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2(a_n-1)-2(a_{n-1}-1)$，整理得 $\frac{a_n}{a_{n-1}}=2$，…… 3 分

所以 $\{a_n\}$ 是以 $a_1=2$ 为首项，公比为 2 的等比数列，所以 $a_n=2^n$. …… 6 分

(2) 由 (1) 知 $\frac{n}{a_n}=\frac{n}{2^n}$，…… 7 分

所以 $T_n=\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\cdots+\frac{n}{2^n}$，$\frac{1}{2}T_n=\frac{1}{2^2}+\frac{2}{2^3}+\cdots+\frac{n-1}{2^n}+\frac{n}{2^{n+1}}$，

两式相减得 $\frac{1}{2}T_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^n}-\frac{n}{2^{n+1}}=\frac{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2^n}\right)}{1-\frac{1}{2}}-\frac{n}{2^{n+1}}=1-\frac{n+2}{2^{n+1}}$，…… 9 分

所以 $T_n=2-\frac{n+2}{2^n}$. …… 10 分

18.【解析】(1) 因为 $2c-\sqrt{3}b=2a\cos B$，

由正弦定理得 $2\sin C-\sqrt{3}\sin B=2\sin A\cos B$，…… 2 分

因为 $\sin C=\sin(A+B)$，所以 $2\sin A\cos B+2\cos A\sin B-\sqrt{3}\sin B=2\sin A\cos B$，

即 $2\cos A\sin B=\sqrt{3}\sin B$，…… 4 分

因为 $B\in(0,\pi)$，所以 $\sin B\neq 0$，所以 $\cos A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

而 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\dfrac{\pi}{6}$. ………………………………………………………………………… 6 分

(2)由(1)知 $A=\dfrac{\pi}{6}$，因为 $\tan B=-\sqrt{3}$，

所以 $B=\dfrac{2\pi}{3}$，$C=\dfrac{\pi}{6}$，$a=c$ 且 $b=\sqrt{3}a=\sqrt{3}c$. ………………………………………………………… 8 分

若选①，$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}a^2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，解得 $a=c=2$，

在△BCD 中，由余弦定理得 $CD=\sqrt{a^2+\left(\dfrac{c}{2}\right)^2-2\cdot a\cdot\dfrac{c}{2}\cos\dfrac{2\pi}{3}}=\sqrt{7}$. ………………………………… 12 分

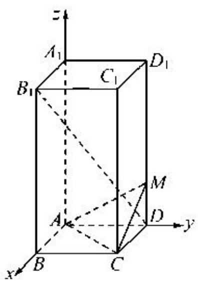
若选②，因为 AC 边上的高为 1，由等积 $b\cdot 1=\dfrac{1}{2}bc$，解得 $c=2$，$a=2$，$b=2\sqrt{3}$，在△BCD 中，由余弦定理得 $CD=$

$\sqrt{a^2+\left(\dfrac{c}{2}\right)^2-2\cdot a\cdot\dfrac{c}{2}\cos\dfrac{2\pi}{3}}=\sqrt{7}$. ………………………………………………………………………… 12 分

若选③，△ABC 周长为 $a+b+c=2a+\sqrt{3}a=4+2\sqrt{3}$，解得 $a=c=2$，$b=2\sqrt{3}$，

在△BCD 中，由余弦定理得 $CD=\sqrt{a^2+\left(\dfrac{c}{2}\right)^2-2\cdot a\cdot\dfrac{c}{2}\cos\dfrac{2\pi}{3}}=\sqrt{7}$. ………………………………… 12 分

19.【解析】(1)因为在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，$AA_1\perp$ 平面 $ABCD$，故如图建立空间直角坐标系，



因为 $AA_1=2AB=2$，故可设 $M(0,1,a)$，$B_1(1,0,2)$，$D(0,1,0)$，$C(1,1,0)$，

所以 $\overrightarrow{AC}=(1,1,0)$，$\overrightarrow{AM}=(0,1,a)$，$\overrightarrow{B_1D}=(-1,1,-2)$， ………………………………………………… 2 分

设平面 ACM 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，则有 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AC}=\mathbf{0},\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AM}=\mathbf{0},\end{cases}$

取 $x=a$ 得 $\boldsymbol{m}=(a,-a,1)$， ………………………………………………………………………………… 5 分

因为 $B_1D\perp$ 平面 ACM，所以 $\overrightarrow{B_1D}\,/\!/\,\boldsymbol{m}$，即 $\dfrac{a}{-1}=\dfrac{-a}{1}=\dfrac{1}{-2}$，解得 $a=\dfrac{1}{2}$，

所以 $DM=\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{DM}{DD_1}=\dfrac{1}{4}$. ………………………………………………………………………………… 8 分

(2)易知平面 ACD 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(0,0,1)$， ……………………………………………………………… 10 分

设二面角 $D-AC-M$ 的大小为 θ，而 $\boldsymbol{m}=\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2},1\right)$，

则 $\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. ………………………………………………………………………… 12 分

20.【解析】(1)证明：∵ $S_n^2+mS_{n+1}=a_{n+1}^2$，∴ $S_n^2=a_{n+1}^2-mS_{n+1}$，

∵ $a_{n+1}=S_{n+1}-S_n$，∴ $S_n^2=(S_{n+1}-S_n)^2-mS_{n+1}$， ……………………………………………………………… 2 分

则 $S_{n+1}(S_{n+1}-2S_n-m)=0$. …………………………………………………………………………………… 4 分

∵ $a_n>0$，知 $S_{n+1}>0$，∴ $S_{n+1}-2S_n-m=0$，故 $S_{n+1}=2S_n+m$. ………………………………………………… 5 分

(2)解：由(1)知，$S_{n+1}=2S_n+m$，

当 $n\geqslant 2$ 时，$S_n=2S_{n-1}+m$，

两式相减，$a_{n+1}=2a_n(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*)$， …… 6 分

所以数列$\{a_n\}$从第二项起成等比数列，且公比 $q=2$. …… 7 分

又 $S_2=2S_1+m$，即 $a_2+a_1=2a_1+m$，

$\therefore a_2=a_1+m=1+m>0$，得 $m>-1$. …… 9 分

因此 $a_n=\begin{cases}1,n=1,\\(m+1)\cdot 2^{n-2},n\geqslant 2.\end{cases}$ …… 11 分

若数列$\{a_n\}$是等比数列，则 $a_2=1+m=2a_1=2$.

$\therefore m=1$，经验证得 $m=1$ 时，数列$\{a_n\}$是等比数列. …… 12 分

21.【解析】(1)因为 $f(x)=\dfrac{4-3x}{x^2-a}$，

则 $f'(x)=\dfrac{-3(x^2-a)-2x(4-3x)}{(x^2-a)^2}=\dfrac{3x^2-8x+3a}{(x^2-a)^2}$， …… 3 分

因为 $y=f(x)$在$(1,f(1))$处的切线斜率为-5，

所以 $f'(1)=\dfrac{3a-5}{(1-a)^2}=-5$，解得 $a=0$ 或 $a=\dfrac{7}{5}$. …… 6 分

(2)因为 $f(x)$在 $x=-1$ 处取得极值，

即 $f'(-1)=\dfrac{3a+11}{(1-a)^2}=0$，解得 $a=-\dfrac{11}{3}$， …… 8 分

所以 $f'(x)=\dfrac{3x^2-8x-11}{\left(x^2+\dfrac{11}{3}\right)^2}$，

令 $f'(x)=0$，解得 $x_1=\dfrac{11}{3}$，$x_2=-1$， …… 10 分

所以当 $x\in(-2,-1)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增，

当 $x\in(-1,2)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，$f(x)_{\max}=f(-1)=\dfrac{3}{2}$. …… 12 分

22.【解析】(1)证明：当 $a=0$ 时，$f(x)=e^{1-x}+\ln x$，$f'(x)=-e^{1-x}+\dfrac{1}{x}$， …… 2 分

要证 $f(x)$单调递增，即证 $f'(x)>0$，即 $x<e^{x-1}$，

令 $g(x)=x-e^{x-1}$，则 $g'(x)=1-e^{x-1}<0(x>1)$， …… 4 分

所以 $g(x)$在$(1,+\infty)$单调递减，$g(x)<g(1)=0$，

所以 $x<e^{x-1}$，所以 $f'(x)>0$，$f(x)$单调递增. …… 6 分

(2)令 $h(x)=f(x)-\dfrac{1}{x}=e^{1-x}+\ln x+ax^2-\dfrac{1}{x}-a$，

易知 $h(1)=0$，$h'(x)=-e^{1-x}+\dfrac{1}{x}+2ax+\dfrac{1}{x^2}$，要满足题意，则必有 $h'(1)\leqslant 0$，即 $1+2a\leqslant 0$，解得 $a\leqslant -\dfrac{1}{2}$； …… 8 分

当 $a\leqslant -\dfrac{1}{2}$时，$h(x)=e^{1-x}+\ln x+ax^2-\dfrac{1}{x}-a\leqslant e^{1-x}+\ln x-\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{2}(x^2-1)$，

令 $m(x)=e^{1-x}+\ln x-\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{2}(x^2-1)$，则 $m'(x)=-e^{1-x}+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}-x$ 令 $\varphi(x)=m'(x)=-e^{1-x}+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}-x$，

所以 $\varphi'(x)=e^{1-x}-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{x^3}-1<0$，$(x>1)$，所以 $m'(x)$在$(1,+\infty)$上单调递减，所以 $m'(x)<m'(1)=0$，

所以 $m(x)$在$(1,+\infty)$单调递减，$m(x)<m(1)=0$， …… 10 分

即当 $a\leqslant -\dfrac{1}{2}$时，$h(x)\leqslant m(x)<0$，满足 $f(x)<\dfrac{1}{x}$在$(1,+\infty)$恒成立，

综上，a 的取值范围为$\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right]$. …… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。