

喀什地区 2023 年普通高考 4 月适应性检测 文科数学

(卷面分值: 150 分; 考试时长: 120 分钟)

注意事项:

- 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
- 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并收回。

I 卷

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

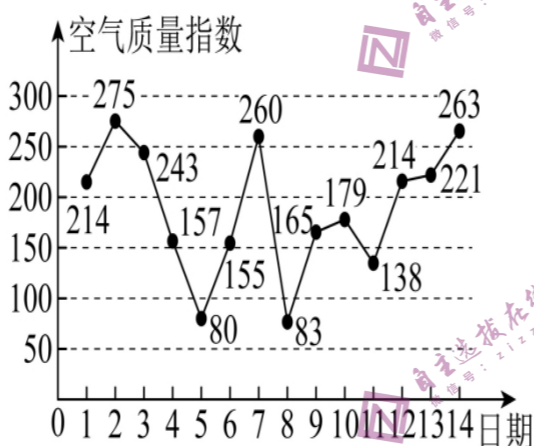
1. 已知集合 $A = \{-2, -3, -1, 0, 1\}$, $B = \{x | x \geq 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{-1, 1\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{1\}$ D. $\{0, 1\}$

2. 已知复数 $z = \frac{3-i}{2+i}$ (i 是虚数单位), 则复数 z 在复平面中所对应的点的坐标为 ()

- A. $(-1, -1)$ B. $(1, -1)$ C. $(-1, 1)$ D. $(1, 1)$

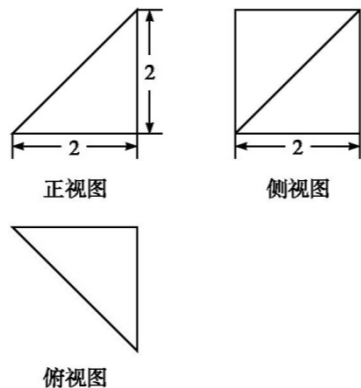
3. 空气质量指数是评估空气质量状况的一组数字, 空气质量指数划分为 $[0, 50)$ 、 $[50, 100)$ 、 $[100, 150)$ 、 $[150, 200)$ 、 $[200, 300)$ 和 $[300, 500]$ 六档, 分别对应“优”、“良”、“轻度污染”、“中度污染”、“重度污染”和“严重污染”六个等级。如图是某市 2 月 1 日至 14 日连续 14 天的空气质量指数趋势图, 则下面说法中正确的是 ()。



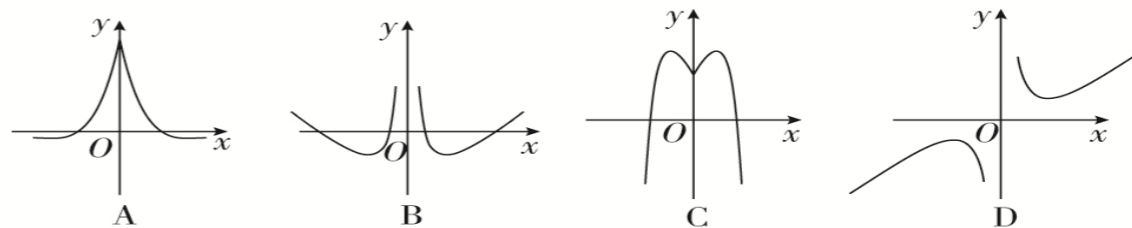
- A. 这 14 天中空气质量指数的中位数是 179
- B. 从 1 日到 5 日空气质量越来越好
- C. 这 14 天中有 7 天空气质量为“重度污染”
- D. 连续三天中空气质量指数方差最小是 8 日到 10 日

4. 已知某四棱锥的三视图如图所示, 则该四棱锥的体积为 ()

- A. 2 B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{10}{3}$ D. 4



5. 函数 $f(x) = \frac{2(4-x^2)}{3e^{|x|}}$ 的图象大致是 ()



6. 已知圆 $C: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$, 则圆 C 被 y 轴所截得弦长为 ()

- A. 4 B. $4\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{6}$ D. 8

7. 将函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度得到 $g(x)$ 的图象, 则 $g(x)$ 的图象的一条对称轴为 ()

- A. $x = \frac{\pi}{6}$ B. $x = \frac{\pi}{4}$ C. $x = \frac{\pi}{3}$ D. $x = \frac{\pi}{2}$

8. 被誉为“中国现代数学之父”的著名数学家华罗庚先生倡导的“0.618 优选法”在生产和科研实践中得到了非常广泛的应用, 0.618 就是黄金分割比 $m = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的近似值, 黄金分割比还可以表示为

$2\sin 18^\circ$, 则 $\frac{m\sqrt{4-m^2}}{2\cos^2 27^\circ - 1} =$ ()

- A. 2 B. $\sqrt{5}-1$ C. $\sqrt{5}+1$ D. 4

9. 设 $a = \log_4 2$, $b = \ln 2$, $c = 5^{\frac{1}{2}}$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $a > c > b$ B. $a > b > c$ C. $b > a > c$ D. $b > c > a$

10. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 s_n , 且 $s_n = \lambda \cdot 3^n - 1$, 则 $a_3 =$ ()

- A. 3 B. 6 C. 9 D. 18

11. $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F , 点 P 在双曲线 C 上, 若 $|PF| = 5a$, 且 $\angle PFO = 120^\circ$,

其中 O 为坐标原点, 则双曲线 C 的离心率为 ()

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 2

12. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R , 满足 $f(x+1)$ 为奇函数且 $f(6-x) = f(x)$, 当 $x \in [1, 3]$ 时, $f(x) = 2^x - 2x^2$, 则 $f(2023) =$ ()

- A. -10 B. -4 C. 0 D. 10

II 卷

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 执行如图所示的程序框图，输出的 s 值为_____。

14. 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a} + \vec{b}| = 3, |\vec{a}| = 2, \vec{b} = (0, 1)$,

则向量 \vec{a} 在向量 \vec{b} 方向上的投影为_____。

15. 已知球 O 的内接圆锥体积为 $\frac{2\pi}{3}$ ，其底面半径为 1，
则球 O 的表面积为_____。

16. 在三角形 ABC 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ， $\angle BAC = 120^\circ$ 且 $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于 D ，若 $AD = 1$ ，则 $b + 4c$ 的最小值为_____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

17. (本小题满分 12 分)

如图，已知三角形 $P'AB$ 是等腰三角形， $P'A = AB = 2, P'A \perp AB$ ，

C, D 分别为 $P'B, P'A$ 的中点，将 $\triangle P'CD$ 沿 CD 折到 $\triangle PCD$ 的位置

如图 2，且 $PA = \sqrt{2}$ ，取线段 PB 的中点为 E 。

(2) 求点 B 到面 ACE 的距离。

18. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，且满足 $a_{10} = 8 + a_6$ ， $a_5 - 1$ 是 $a_4 - 1$ 与 $a_7 - 1$ 的等比中项。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

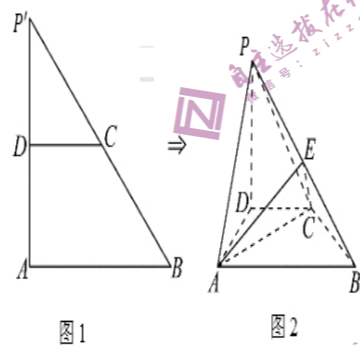
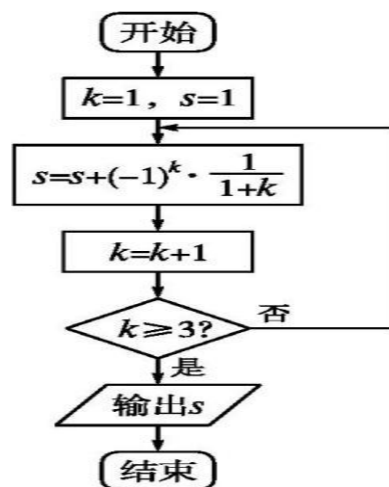
(2) 已知数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{a_n}{2^n}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

19. (本小题满分 12 分)

某校对是否愿意参与 2023 春季校园文化艺术节与体育活动进行调查，随机抽查男生，女生各 35 人，参与调查的结果如下表：

	愿意参与	不愿参与
男生	15 人	20 人
女生	25 人	10 人

(1) 从已知数据判断能否有 95% 的把握认为是否愿意参与校园文化艺术节和体育活动与性别有关；



(2) 用分层抽样方法，在不愿意参与的学生中抽取 6 人，再从这 6 人中随机抽取 2 人，求至少抽到一名女生的事件发生的概率。

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n = a+b+c+d$ 。

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F ，且 F 与圆 $M: x^2 + (y+3)^2 = 1$ 上点的距离的最小值为 3。

(1) 求 p ；

(2) 若点 P 在圆 M 上， PA, PB 是抛物线 C 的两条切线， A, B 是切点，求三角形 PAB 面积的最大值。

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x + x - a \ln(x+1) - 1$ ，其中 e 为自然对数的底数。

(1) 当 $a = 0$ 时，求曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 0$ 处的切线方程；

(2) 当 $x \in [0, +\infty)$ 时， $f(x) \geq 0$ 恒成立，求 a 的取值范围。

在 22, 23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做题的第一题记分。

22. (本小题满分 10 分)

已知曲线 C_1 的方程为 $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{6} = 1$ ，曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases} x = -\frac{1}{2}t, \\ y = -8 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数)。

(1) 求 C_1 的参数方程和 C_2 的普通方程；

(2) 设点 P 在 C_1 上，点 Q 在 C_2 上，求 $|PQ|$ 的最小值。

23. (本小题满分 10 分)

已知 a, b, c 为正数，函数 $f(x) = |x+2| + |x-7|$ 。

(1) 求不等式 $f(x) \leq 10$ 的解集；

(2) 若 $f(x)$ 的最小值为 m ，且 $a+b+c = m$ ，求证： $a^2 + b^2 + c^2 \geq 27$