

绝密★启用前



高三数学试卷

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x \leq 0\}$, $B = \{x | 1 < x \leq 2\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $(1, 2]$ B. $(1, 2)$ C. $[0, 2]$ D. $(0, 1)$

2. 设复数 z 满足 $z(2+i) = 2-i$, 则 z 在复平面内对应的点位于

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 生物入侵指生物由原生存地侵入到另一个新的环境,从而对入侵地的生态系统造成危害的现象。若某入侵物种的个体平均繁殖数量为 Q , 一年四季均可繁殖, 繁殖间隔 T 为相邻两代间繁殖所需的平均时间。在物种入侵初期, 可用对数模型 $K(n) = \lambda \ln n$ 来描述该物种累计繁殖数量 n 与入侵时间 K (单位: 天) 之间的对应关系, 且 $Q = \frac{T}{\lambda} + 1$, 在物种入侵初期, 基于现有数据得出 $Q = 9, T = 80$ 。据此, 累计繁殖数量比现有数据增加 3 倍所需要的时间约为 ($\ln 2 \approx 0.69, \ln 3 \approx 1.10$)

- A. 6.9 天 B. 11.0 天 C. 13.8 天 D. 22.0 天

4. 已知非零向量 a, b 满足 $|b| = \sqrt{2}|a|$, 且 $(a-b) \perp (3a+2b)$, 则 a 与 b 的夹角为

- A. 45° B. 135° C. 120° D. 150°

5. 把函数 $y = 2\sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 再将所得图象向上平移 1 个单位长度, 可得到函数 $f(x)$ 的图象, 则

- A. $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3}) + 1$ B. $f(x)$ 的最小正周期为 2π
C. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称 D. $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{12}]$ 上单调递减

6. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x} - x$, 则

- A. $f(x)$ 的单调递减区间为 $(0, 1)$ B. $f(x)$ 的极小值点为 1
C. $f(x)$ 的极大值为 -1 D. $f(x)$ 的最小值为 -1

7. 已知 $(2-x)^{2021} = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \dots + a_{2021}(x+1)^{2021}$, 则 $|a_0| + |a_1| + |a_2| + \dots + |a_{2021}| =$

- A. 2^{4012} B. 1 C. 2^{2021} D. 0

【高三数学试卷 第 1 页 (共 4 页)】

• HUB •

8. 已知正四棱锥 $P-ABCD$ 的所有棱长均为 $2\sqrt{2}$, E, F 分别是 PC, AB 的中点, M 为棱 PB 上异于 P, B 的一动点, 现有以下结论:

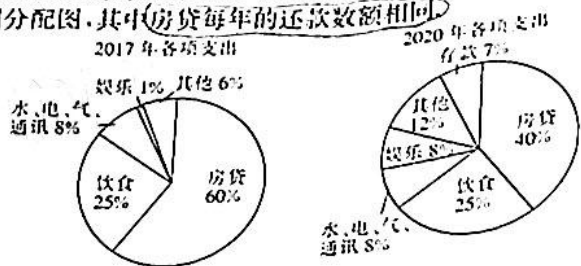
- ① 线段 EF 的长度是 $2\sqrt{2}$; ② $\triangle EMF$ 周长的最小值为 $\sqrt{6} + 2\sqrt{2}$;
③ 存在点 M 使得 $PB \perp$ 平面 MEF ; ④ $\angle EMF$ 始终是钝角.

其中不正确的结论共有

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

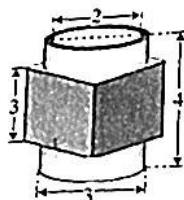
二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 家庭开支是指一般生活开支的人均细分, 如图所示的是 2017 年和 2020 年小王的家庭收入用于各项支出的比例分配图, 其中(房贷每年的还款数额相同)



根据以上信息, 判断下列结论中不正确的是

- A. 小王一家 2020 年的家庭收入比 2017 年增加了 1 倍
B. 小王一家 2020 年用于其他方面的支出费用是 2017 年的 2 倍
C. 小王一家 2020 年用于饮食的支出费用相比 2017 年明显增加
D. 小王一家 2020 年用于娱乐的费用比 2017 年增加了 7%
10. 三星堆遗址, 位于四川省广汉市, 距今约三千到五千年. 2021 年 2 月 4 日, 在三星堆遗址祭祀坑区 4 号坑发现了玉琮. 玉琮是一种内圆外方的筒型玉器, 是一种古人用于祭祀的礼器. 假定某玉琮(中间内空) 形状对称, 如图所示, 圆筒内径长 2 cm, 外径长 3 cm, 筒高 1 cm, 中部为边长是 3 cm 的正方体的一部分, 圆筒的外侧面内切于正方体的侧面, 则



A. 该玉琮的体积为 $18 + \frac{3\pi}{4} (\text{cm}^3)$

B. 该玉琮的体积为 $27 - \frac{7\pi}{4} (\text{cm}^3)$

C. 该玉琮的表面积为 $54 + \pi (\text{cm}^2)$

D. 该玉琮的表面积为 $54 + 9\pi (\text{cm}^2)$

11. 已知点 $P(2, 4)$, 若过点 $Q(4, 0)$ 的直线 l 交圆 $C: (x-6)^2 + y^2 = 9$ 于 A, B 两点, R 是圆 C 上一动点, 则

A. $|AB|$ 的最小值为 $2\sqrt{5}$

B. P 到 l 的距离的最大值为 $2\sqrt{5}$

C. $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR}$ 的最小值为 $12 - 2\sqrt{5}$

D. $|PR|$ 的最大值为 $4\sqrt{2} + 3$

12. 已知斜率为 k 的直线 l 过抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 且与抛物线 C 交于 A, B 两点, 抛物线 C 的准线上一点 $M(-1, -1)$, 满足 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$, 则

A. $p = 2$

B. $k = -2$

C. $|AB| = \sqrt{5}$

D. $\triangle MAB$ 的面积为 $\frac{5\sqrt{5}}{2}$

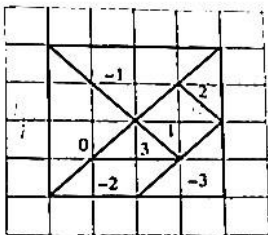
三、填空题:本题共 1 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在答题卡中的横线上.

13. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若 $S_1 = 2S_2 - 2$, $2a_1 - a_3 = 7$, 则 $S_n =$ ▲.

14. 已知双曲线 $C_1: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{r^2} = 1 (r > 0)$ 的右焦点为 F , 其一条渐近线的方程为 $\sqrt{5}x - 2y = 0$, 点 P 为双曲线 C_1 与圆 $C_2: (x+3)^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 的一个交点, 若 $|PF| = 4$, 则双曲线 C_1 的离心率为 ▲, $r =$ ▲. (第一空 2 分, 第二空 3 分)

15. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , 对任意 $x \in \mathbb{R}$, $f(x+2) = 3f(x)$ 恒成立, 且当 $x \in (0, 2]$ 时, $f(x) = 2^x$, 则 $f(7) =$ ▲.

16. 七巧板是一种古老的中国传统智力玩具, 是古代中国劳动人民的智慧结晶. 它是由一块正方形, 一块平行四边形和五块等腰直角三角形组成的, 可拼成 1600 种以上的图形. 如图所示的是一个用七巧板拼成的大正方形飞镖靶盘(靶盘各块上标有分值), 现向靶盘随机投镖两次, 每次都未脱靶(不考虑区域边界), 则两次投中分值之和为 2 的概率为 ▲.



四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在① $\frac{2c-b}{a} = \frac{\cos B}{\cos A}$, ② $2a \cos C + c = 2b$, ③ $a \sin A \cos C + \frac{1}{2} c \sin 2A = \sqrt{3} b \cos A$ 这三个条件中

任选一个, 补充在下面问题中, 并解答该问题.

问题: 锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 _____.

(1) 求 A ;

(2) 求 $\cos B + \cos C$ 的取值范围.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

18. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, 其前 n 项和 S_n 满足 $a_{n+1} = S_n + 1 (n \in \mathbb{N}^*)$.

(1) 求 S_n ;

(2) 记 $b_n = \frac{S_{n+1} - S_n}{S_n S_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (12 分)

2021 年, 我国脱贫攻坚战取得了全面胜利. 为了巩固拓展脱贫攻坚成果, 不断提高群众的幸福感, 某县继续推进山羊养殖项目. 为了建设相应的配套项目, 该县主管部门对该县近年来山羊养殖业的规模进行了跟踪调查, 得到了该县每年售卖山羊数量 y (单位: 万只) 与相应年份代码 x 的数据如下表:

年份	2015	2016	2017	2018	2019	2020
年份代码 x	1	2	3	4	5	6
售卖山羊数量 y (万只)	11	13	15	15	20	21

(1) 由表可知 y 与 x 有较强的线性相关关系, 求 y 关于 x 的线性回归方程;

(2) 已知该县 2, 3, 4 年的出售价和山羊的

以上述的线性回归方程时卖完

参考公

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i, \sum_{i=1}^n x_i^2$$

20. (12 分)

如图, 在三

$\triangle AA_1 = A_1$

(1) 证明

(2) 若 $\overline{C_1}$

21. (12 分)

已知椭圆

(1) 求椭圆

(2) 直线

得

22. (12 分)

已知圆

(1) 当

(2) 若

2:3,甲品种山羊达到售卖标准后的出售价为 2500 元/只,乙品种山羊达到售卖标准后的出售价为 2700 元/只.为了解养殖山羊所需要的时间,该县主管部门随机抽取了甲品种山羊和乙品种山羊各 100 只进行调查,得到要达到售卖标准所需的养殖时间如下表:

养殖时间(月数)	6	7	8	9
甲品种山羊(只)	20	35	35	10
乙品种山羊(只)	10	30	40	20

以上述样本统计的养殖山羊所需时间情况估计全县养殖山羊所需时间(即以各养殖时间的频率作为各养殖时间的概率),且每月每只山羊的养殖成本为(300元)结合(1)中所求回归方程,试求 2022 年该县养殖山羊所获利润的期望(假设山羊达到售卖标准后全部及时卖完).(利润=卖山羊的收入-山羊的养殖成本)

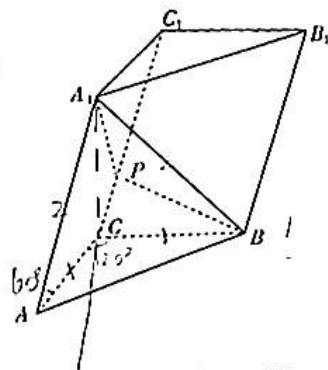
参考公式及数据:回归直线方程为 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$, 其中 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

20. (12 分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC=BC=1$, $\angle ACB=120^\circ$, $AA_1=A_1B=2$, $\angle A_1AC=60^\circ$.

(1)证明:平面 $ABC \perp$ 平面 A_1ACC_1 .

(2)若 $\vec{CP} = \frac{1}{3}\vec{CC_1}$, 求二面角 $P-A_1B-A$ 的余弦值.



21. (12 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 椭圆上的点离右焦点 F 的最短距离为 $\frac{1}{2}$.

(1)求椭圆 E 的方程.

(2)直线 l (斜率不为 0) 经过 F 点, 与椭圆 E 交于 A, B 两点, 问 x 轴上是否存在一定点 P , 使得 $\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{|AF|}{|BF|}$? 若存在, 求出 P 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = xe^x - 2ax + a$.

(1)当 $a = -1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2)若 $f(x)$ 有两个零点, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》