参考答案：

1．C

试题分析：$\because A=\left\{x \mid y=\lg\left(x+3\right)\right\}=\left\{x \mid x>-3\right\}$，$B=\left\{x \mid x\geq 2\right\}$，故 A 选项错误，B 选项错误，$B\subseteq A$，所以$A\cap B=B$，故 C 选项正确，$A\cup B=A$，D 选项错误，故选 C.

考点：1.函数的定义域；2.集合间的包含关系

2．A

由纯虚数的概念求得m值，注意虚部不能为 0．

根据纯虚数的概念可知:

$m^2-3m=0$且$m^2-5m+6\neq 0$，

解$m^2-3m=0$，得$m=0$或$m=3$；

当$m=0$时，$m^2-5m+6=6$符合题意，

当$m=3$时，$m^2-5m+6=0$（舍），

所以$m=0$.

故选：A.

3．C

由已知得“理想函数”既是奇函数，又是减函数，由此判断所给四个函数的奇偶性和单调性，能求出结果．

解：$\because$函数$f(x)$同时满足①对于定义域上的任意x，恒有$f(x)+f(-x)=0$；

②对于定义域上的任意x_1，x_2，当$x_1\neq x_2$时，恒有$\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$，则称函数$f(x)$为“理想函数”，

$\therefore$ “理想函数”既是奇函数，又是减函数，

①$f\left(x\right)=x^2$是偶函数，且不是单调函数，故①不是“理想函数”；

②$f\left(x\right)=-x^3$是奇函数，且是减函数，故②是“理想函数”；

③$f\left(x\right)=x-\frac{1}{x}$是奇函数，但在定义域上不是单调函数，故③不是“理想函数”．

④$f\left(x\right)=\begin{cases}-x^2, x\geq 0\\ x^2, x<0\end{cases}$是奇函数，且是减函数，故④是“理想函数”．

故选C

本题考查了新定义、函数的奇偶性、单调性，属于中档题.

4．C

根据函数$f(x)=\cos(\omega x-\varphi)(0<\omega<4$，$0<\varphi<\pi)$的部分图象，

$\because f(0)=\cos 2$，$\therefore \cos\varphi=\cos 2$，$\therefore \varphi=2$．

再根据五点法作图可得$\omega\times 1-2=0$，$\therefore \omega=2$，$f(x)=\cos(2x-2)$．

故它的周期为$\frac{2\pi}{2}=\pi$，故A不对.

令$x=6\pi-1$，$2x-2=12\pi-4$，$f(x)$的值不是最值，故B不对.

令$x=\frac{\pi}{4}+1$，$2x-2=\frac{\pi}{2}$，$f(x)$的值为零，故函数$f(x)$的图象关于

点$(\frac{\pi}{4}+1$，$0)$对称，故C正确.

把函数$f(x)$的图象向左平移2个单位，可得$y=\cos(2x+2)$的图象，

显然所得函数不是偶函数，故D错误，

故选：C．

故选C.

5．B

首先根据指对运算，利用对数表示a,b,c，再利用换底公式和对数运算，判断选项.

设$4^a=6^b=9^c=k>1$，所以$a=\log_4 k=\frac{1}{\log_k 4}$，$b=\log_6 k=\frac{1}{\log_k 6}$，$c=\log_9 k=\frac{1}{\log_k 9}$，

A.由对数函数的单调性可知，$0<\log_k 4<\log_k 6<\log_k 9$，可知$c<b<a$，故A正确；

B. $b\left(a+c\right)=\dfrac{1}{\log_k 6}\left(\dfrac{1}{\log_k 4}+\dfrac{1}{\log_k 9}\right)=\dfrac{1}{\log_k 6}\cdot\dfrac{\log_k 36}{\log_k 4\cdot\log_k 9}=\dfrac{1}{\log_k 6}\cdot\dfrac{2\log_k 6}{\log_k 4\cdot\log_k 9}$

$=\dfrac{2}{\log_k 4\cdot\log_k 9}=2ac$，故 B 错误；

C. $4^a\cdot 9^c=\left(6^b\right)^2=36^b=\left(4\cdot 9\right)^b=4^b\cdot 9^b$，故 C 正确.

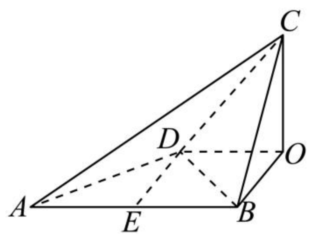
D. $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{c}=\log_k 4+\log_k 9=\log_k 36=2\log_k 6=\dfrac{2}{b}$，则 $\dfrac{1}{c}=\dfrac{2}{b}-\dfrac{1}{a}$，故 D 正确.

故选：B

6．D

由题意可得 $OB=6$，$\angle CDO=30^\circ$，可得CO的长，结合 $OC\perp OD, OC\perp OB, OD\perp OB$ 可得三棱锥 $O-BCD$ 外接球半径 R 的值，可得其表面积.

解：如图，过点 D 作 $DE\perp AB$，由 $AB//OD$，$OB\perp OD$，且 $AB=2OD=12$，



可得四边形 $DEBO$ 为矩形，$BE=DO=6$，$OB=DE=\sqrt{AD^2-AE^2}=6$，

由 $OD=6$，由于 $AB//OD$，异面直线 CD 与 AB 所成角为 30°，$CO\perp$ 平面 $ABOD$，

故 $\angle CDO=30^\circ$，则 $CO=OD\times\tan 30^\circ=2\sqrt{3}$，

设三棱锥 $O-BCD$ 外接球半径为 R，

结合 $OC\perp OD, OC\perp OB, OD\perp OB$，

可将以 OC 、 OB 、 OD 为相邻三条棱补成一个长方体，

可得：$\left(2R\right)^2=OB^2+OC^2+OD^2=84=4R^2$，

该球的表面积为：$S=4\pi R^2=84\pi$.

故选：D.

本题考查球与几何体的切、接问题，以及球的表面公式，转化为长方体的外接球是解题的关

键.

7．B

将角度拆则分$2\alpha-\beta=(\alpha-\beta)+\alpha$，$\beta=\alpha-(\alpha-\beta)$，利用两角和差的正弦公式展开整理后，结合商数关系即可得.

解：$\because\sin(2\alpha-\beta)=-3\sin\beta$

$\therefore\sin[(\alpha-\beta)+\alpha]=-3\sin[\alpha-(\alpha-\beta)]$

$\sin(\alpha-\beta)\cos\alpha+\cos(\alpha-\beta)\sin\alpha=-3\sin\alpha\cos(\alpha-\beta)+3\cos\alpha\sin(\alpha-\beta)$

整理得：$2\cos(\alpha-\beta)\sin\alpha=\cos\alpha\sin(\alpha-\beta)$，由于$\alpha-\beta\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$，$\alpha\neq\frac{k\pi}{2}$，所以$\sin\alpha\neq0$，$\cos(\alpha-\beta)\neq0$

则$\frac{\cos\alpha\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha-\beta)\sin\alpha}=2$，即$\frac{\tan(\alpha-\beta)}{\tan\alpha}=2$.

故选：B.

8．A

试题分析：$\because f(x)=\frac{1}{2}x^2-9\ln x$，$\therefore$函数$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，$f'(x)=x-\frac{9}{x}$，$\because x>0$，$\therefore$由$f'(x)=x-\frac{9}{x}<0$解得$0<x<3$．因为函数$f(x)=\frac{1}{2}x^2-9\ln x$在区间$[a-1,a+1]$上单调递减,所以$\begin{cases}a-1>0\\a+1\le3\end{cases}$,解得$1<a\le2$．故选A．

考点：函数的单调性．

【方法点晴】本题考查函数的单调性以及给定的区间与单调区间的子集关系,属中档题目．求函数单调区间的方法是:(1)确定函数的定义域;(2)求导函数$f'(x)$;(3)解不等式$f'(x)>0$，所得的x范围即为$f(x)$的单调递增区间；令$f'(x)<0$所得的x范围即为$f(x)$的单调递减

区间．接下来利用$[a-1,a+1]\subseteq(0,3]$,写出不等关系,注意等号的取舍,为本题的易错点．

9．BD

利用作差法与基本不等式，分别判断各不等式.

A 选项：由选项可知a与b同号，当$a>0$且$b>0$时，由基本不等式可知$\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$恒成立，当$a<0$且$b<0$时，$\frac{a+b}{2}<0$，$\sqrt{ab}>0$时，该不等式不成立，故 A 选项错误；

B 选项：当$a+b>0$时，$\frac{a+b}{2}>0$，则

$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}\right)=\frac{a^2+b^2+2ab-2a^2-2b^2}{4}=\frac{-(a-b)^2}{4}\leq 0$恒成立, 即$\frac{a+b}{2}\leq\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$恒成立，当$a+b<0$时，原不等式恒成立，故 B 选项正确；

C 选项：当$a+b>0$时，$2ab-\frac{(a+b)^2}{2}=\frac{-(a-b)^2}{2}\leq 0$，即$2ab\leq\frac{(a+b)^2}{2}$，$\frac{2ab}{a+b}\leq\frac{a+b}{2}$恒成立，当$a+b<0$时，$2ab-\frac{(a+b)^2}{2}=\frac{-(a-b)^2}{2}\leq 0$，即$2ab\leq\frac{(a+b)^2}{2}$，$\frac{2ab}{a+b}\geq\frac{a+b}{2}$，故 C 选项错误；

D 选项：由重要不等式可知，$a,b\in\mathrm{R}$，$ab\leq\frac{a^2+b^2}{2}$恒成立，故 D 选项正确；

故选：BD.

10．BC

【解析】由正弦定理可判断 A；由$A+B>90^\circ$结合正弦函数的单调性、诱导公式可判断 BC；由 BC 结论可判断 D.

对于 A，在三角形中，两边之和大于第三边，则$a+b>c$，由正弦定理得

$\sin A+\sin B>\sin C=\sin(A+B)$，故 A 错误.

因为$\triangle ABC$是锐角三角形，所以$A+B>90^\circ\Rightarrow\sin A>\sin(90^\circ-B)=\cos B$所以 B 对，同理 C 对；

对于 D，由于$\sin A>\cos C$，$\sin B>\cos C\Rightarrow\sin A+\sin B>2\cos C$，所以 D 错.

故选：BC.

本题考查三角形中角对应的正弦余弦大小关系，属于基础题.

11．BCD

判断出$\cos C$的符号，可判断AB选项；判断$A+B$与$\frac{\pi}{2}$的大小关系，可判断C选项；判断$\tan C$的符号，可判断D选项.

对于A选项，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}=-\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=-\left|\overrightarrow{CA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{CB}\right|\cos C>0$，可得$\cos C<0$，则$C$为钝角，A选项不满足条件；

对于B选项，由余弦定理可得$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}>0$，则$C$为锐角，B选项满足条件；

对于C选项，因为B为锐角，则$\frac{\pi}{2}-B$也为锐角，

因为$\sin A>\cos B=\sin\left(\frac{\pi}{2}-B\right)$，且函数$y=\sin x$在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递增，A、$\frac{\pi}{2}-B$均为锐角，

所以，$A>\frac{\pi}{2}-B$，则$A+B>\frac{\pi}{2}$，所以，$0<C=\pi-(A+B)<\frac{\pi}{2}$，C选项满足条件；

对于D选项，若$\triangle ABC$为直角三角形，则$\tan A$、$\tan B$、$\tan C$中有一个无意义，不合乎题意.

$\because A+B+C=\pi$，则$A+B=\pi-C$，$\therefore\tan(A+B)=\tan(\pi-C)=-\tan C$，

由两角和的正切公式可得$\tan(A+B)=\frac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}$，则

$\tan A+\tan B=\tan(A+B)(1-\tan A\tan B)$，

所以，$\tan A+\tan B+\tan C=\tan(A+B)(1-\tan A\tan B)+\tan C$

$=\tan C-\tan C(1-\tan A\tan B)=\tan A\tan B\tan C>0$，

由于$\triangle ABC$中至少有两个锐角，则$\tan A$、$\tan B$、$\tan C$中至少有两个正数，

进而可知$\tan A$、$\tan B$、$\tan C$均为正数，从而C为锐角，D选项满足条件.

故选：BCD.

方法点睛：判断$\triangle ABC$的内角C为锐角，可从以下方面来进行分析；

（1）三角函数值符号：$\cos C>0$或$\tan C>0$；

（2）平面向量数量积：$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}>0$.

12．BCD

【解析】根据已知条件求出等差数列$\{a_n\}$的通项公式和前n项和公式，即可判断选项A、B、

C，

再利用裂项求和即可判断选项D.

因为数列$\{a_n\}$是等差数列，则$a_3=a_1+2d=2+2d=8$，解得：$d=3$，故选项B正确；

所以$a_n=2+(n-1)\times3=3n-1$，

对于选项A：$a_5=3\times5-1=14$，故选项A不正确；

对于选项C：$S_{2n}=\frac{\left[2+2+(2n-1)\times3\right]}{2}\times2n=n(6n+1)$，所以故选项C正确；

对于选项D：$\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{(3n-1)(3n+2)}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3n-1}-\frac{1}{3n+2}\right)$，

所以前n项和为$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-\frac{1}{11}+\cdots+\frac{1}{3n-1}-\frac{1}{3n+2}\right)$

$=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3n+2}\right)=\frac{n}{2(3n+2)}=\frac{n}{6n+4}$，故选项D正确，

故选：BCD.

方法点睛：数列求和的方法

（1）倒序相加法：如果一个数列$\{a_n\}$的前n项中首末两端等距离的两项的和相等或等于同一个常数，那么求这个数列的前n项和即可以用倒序相加法

（2）错位相减法：如果一个数列的各项是由一个等差数列和一个等比数列的对应项之积构成的，那么这个数列的前n项和即可以用错位相减法来求；

（3）裂项相消法：把数列的通项拆成两项之差，在求和时，中间的一些项可相互抵消，从而求得其和；

（4）分组转化法：一个数列的通项公式是由若干个等差数列或等比数列或可求和的数列组成，则求和时可用分组转换法分别求和再相加减；

（5）并项求和法：一个数列的前n项和可以两两结合求解，则称之为并项求和，形如$a_n=\left(-1\right)^n f\left(n\right)$类型，可采用两项合并求解.

13．3

设$\left|AB\right|=c,\left|BC\right|=a$ 由余弦定理结合均值不等式可得当且仅当$a=c=2$时，$\left|AB\right|+\left|BC\right|$取得最大值，得到此时三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$是正三棱柱，过点$P$作$DD_1//AA_1$,连接$B_1D_1,BD$，可得过$B$、$B_1$、$P$三点的截面即为平面$BB_1D_1D$，由$S_{BB_1D_1D}=BB_1\times BD=\sqrt{3}BD$，求出$BD$最小值，即可得到答案.

在$\triangle ABC$中，设$\left|AB\right|=c,\left|BC\right|=a$，$\left|AC\right|=2$，$\angle ABC=60°$，

由余弦定理可得：$4=a^2+c^2-2ac\cos60°$，

即$a^2+c^2-ac=4$，即$\left(a+c\right)^2-3ac=4$，

由$a>0,c>0$,则$ac\le\left(\frac{a+c}{2}\right)^2$（当且仅当$a=c$时等号成立），

所以$4=\left(a+c\right)^2-3ac\ge\left(a+c\right)^2-\frac{3}{4}\left(a+c\right)^2=\frac{1}{4}\left(a+c\right)^2$，

所以$\left(a+c\right)^2\le16$即$a+c\le4$（当且仅当$a=c=2$时等号成立），

即当$\left|AB\right|=\left|BC\right|=2$时，$\left|AB\right|+\left|BC\right|$取得最大值4.此时三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$是正三棱柱，

过点P作$DD_1//AA_1$,则$DD_1//BB_1$,连接B_1D_1,BD，

过B、B_1、P三点的截面即为平面BB_1D_1D.，

由三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$为直三棱柱，则$BB_1\perp$平面ABC，

所以$AA_1\perp BD$,由$DD_1//AA_1$，则$DD_1\perp BD$，

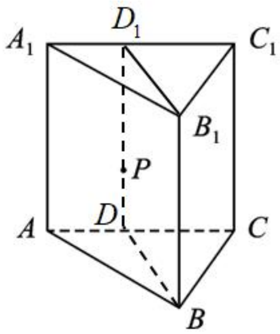
所以四边形BB_1D_1D为矩形，则$S_{BB_1D_1D}=BB_1\times BD=\sqrt{3}BD$，

当BD最小时，$S_{BB_1D_1D}$最小.

当 $BD\perp$ 平面 ACC_1A_1 时，即 $BD\perp AC$， BD 最小．此时 $BD=\sqrt{3}$，

所以 $S_{BB_1D_1D}$ 最小值为 $\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$，

故答案为：3.



14．[- 4,0)

根据题意可得 $\omega<0$，函数 $y=\frac{1}{2}\sin(-\omega x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{8}$，$\frac{\pi}{12}]$ 上单调递增，可得 $\begin{cases}-\omega\cdot(-\frac{\pi}{8})\text{开}-\frac{\pi}{2}\\ -\omega\cdot\frac{\pi}{12}\bullet\frac{\pi}{2}\end{cases}$，

由此求得 ω 的范围．

解：$\because$ 函数 $y=\frac{1}{2}\sin\omega x$ 在区间 $[-\frac{\pi}{8}$，$\frac{\pi}{12}]$ 上单调递减，$\therefore$ 当 $\omega>0$ 时，这不可能．

$\therefore\omega<0$，函数 $y=\frac{1}{2}\sin\omega x=-\frac{1}{2}\sin(-\omega x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{8}$，$\frac{\pi}{12}]$ 上单调递减，

故函数 $y=\frac{1}{2}\sin(-\omega x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{8}$，$\frac{\pi}{12}]$ 上单调递增，

$\therefore\begin{cases}-\omega\cdot(-\frac{\pi}{8})\text{开}-\frac{\pi}{2}\\ -\omega\cdot\frac{\pi}{12}\bullet\frac{\pi}{2}\end{cases}$，求得 $0>\omega\text{开}-4$，

故答案为：$[-4$，$0)$．

15．1

首先求导的 $y'=\frac{a}{x}$，再假设切点为 $\left(x_0,y_0\right)$，根据斜率 $k=1$，得 $\frac{a}{x_0}=1$，再将 $\left(x_0,y_0\right)$ 分别代入直线与曲线中，联立方程组，解方程即可求出参数 a

已知 $y=a\ln x+2$，得 $y'=\frac{a}{x}$，设切点为 $\left(x_0,y_0\right)$，

已知直线斜率$k=1$，得$\frac{a}{x_0}=1$，再将(x_0,y_0)分别代入直线与曲线中

可得$\begin{cases}\frac{a}{x_0}=1,\\ y_0=x_0+1,\\ y_0=alnx_0+2,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=1\\ x_0=1\\ y_0=2\end{cases}$.

故答案为：1

16．4

分$x\le -1$，$-1<x\le 0$，$0<x\le 1$，$x>1$讨论，根据分段函数解方程即得.

当$x\le 0$时，$f(x)=x+1$，

当$-1<x\le 0$时，$f(x)=x+1>0$，$y=f[f(x)]+1=\log_2(x+1)+1=0$，解得$x=-\frac{1}{2}$；

当$x\le -1$时，$f(x)=x+1\le 0$，$y=f[f(x)]+1=f(x)+1+1=x+3=0$，解得$x=-3$；

当$x>0$时，$f(x)=\log_2 x$，

当$0<x\le 1$时，$f(x)=\log_2 x\le 0$，

$y=f[f(x)]+1=(\log_2 x+1)+1=0$，解得$x=\frac{1}{4}$；

当$x>1$时，$f(x)=\log_2 x>0$，

$y=f[f(x)]+1=\log_2(\log_2 x)+1=0$，解得$x=\sqrt{2}$；

综上，函数$y=f\left[f(x)\right]+1$的零点为$x=-3$或$x=-\frac{1}{2}$或$x=\frac{1}{4}$或$x=\sqrt{2}$，共4个.

故答案为：4.

17．（1）$C=30°,B=90°,b=2\sqrt{2}$ （2）$A=60°,C=75°,c=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$或$A=120°,C=15°,c=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

【解析】利用正弦定理、余弦定理，即可求解三角形.

（1）由正弦定理可得$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$,

所以$\sin C=\dfrac{c\sin A}{a}=\dfrac{\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{6}}=\dfrac{1}{2}$，

$\because c<a$，

$\therefore C<A$

$\therefore C=30^\circ$，$B=90^\circ$

$\therefore b=\sqrt{a^2+c^2}=\sqrt{2+6}=2\sqrt{2}$

（2）$\because a=\sqrt{3}$，$b=\sqrt{2}$，$B=45^\circ$

$\therefore \dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，

$\therefore \sin A=\dfrac{a\sin B}{b}=\dfrac{\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$\because 0<A<180^\circ$

$\therefore A=60^\circ, C=75^\circ$或$A=120^\circ, C=15^\circ$，

由余弦定理得$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，

即$2=3+c^2-2\times\sqrt{3}c\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

整理得：$c^2-\sqrt{6}c+1=0$，

解得$c=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$或$c=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

所以$A=60^\circ, C=75^\circ, c=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$或$A=120^\circ, C=15^\circ, c=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

本题主要考查了正弦定理，余弦定理，分类讨论的思想，属于中档题.

18．（1）π；（2）$\left[\dfrac{\pi}{12}+k\pi, \dfrac{7\pi}{12}+k\pi\right](k\in Z)$.

（1）利用三角恒等变换思想化简函数$y=f(x)$的解析式为$f(x)=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)-\sqrt{3}$，利用正弦型函数的周期公式可求得函数$y=f(x)$的最小正周期；

（2）利用三角函数图象变换规律得出$g(x)=2\sin\left(2x-\dfrac{2\pi}{3}\right)-\sqrt{3}$，然后解不等式$-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x-\dfrac{2\pi}{3}\le\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\ (k\in Z)$，可得函数$y=g(x)$的单调递增区间.

（1）$\because f(x)=2\sin x\cos x-2\sqrt{3}\cos^2 x=\sin 2x-\sqrt{3}(\cos 2x+1)$

$=\sin 2x-\sqrt{3}\cos 2x-\sqrt{3}=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)-\sqrt{3}$，

所以，函数$y=f\left(x\right)$的最小正周期为$T=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$；

（2）将函数$y=f\left(x\right)$的图象右移$\dfrac{\pi}{6}$个单位，

得到函数$g\left(x\right)=2\sin\left[2\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)-\dfrac{\pi}{3}\right]-\sqrt{3}=2\sin\left(2x-\dfrac{2\pi}{3}\right)-\sqrt{3}$的图象，

由$-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x-\dfrac{2\pi}{3}\le\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\left(k\in Z\right)$，解得：$\dfrac{\pi}{12}+k\pi\le x\le\dfrac{7\pi}{12}+k\pi\left(k\in Z\right)$.

函数$y=g\left(x\right)$的单调递增区间为$\left[\dfrac{\pi}{12}+k\pi,\dfrac{7\pi}{12}+k\pi\right]\left(k\in Z\right)$.

本题考查正弦型三角函数的最小正周期、单调区间的求解，同时也考查了利用三角恒等变换思想化简三角函数解析式以及利用图象变换求函数解析式，考查计算能力，属于中等题.

19．（1）$f(x)=-2x^2+(a+2)x$，其定义域为$\{x\mid 0<x\le 2\}$；（2）$g(a)=\begin{cases}\dfrac{(a+2)^2}{8}, & 2<a<6\\ 2a-4, & a\ge 6\end{cases}$.

（1）由题意可知$S_{\triangle AEH}=S_{\triangle CFG}=\dfrac{1}{2}x^2$，$S_{\triangle BEF}=S_{\triangle DGH}=\dfrac{1}{2}(a-x)(2-x)$，而绿地$EFGH$的面积等于矩形空地$ABCD$的面积减去$\triangle AEH,\triangle CFG,\triangle BEF,\triangle DGH$的面积，从而可得$y=f(x)$的函数关系式；

（2）由于$f(x)=-2x^2+(a+2)x$的对称轴为$x=\dfrac{a+2}{4}$，所以分$\dfrac{a+2}{4}<2$和$\dfrac{a+2}{4}\ge 2$两种情况讨论求函数的最值

（1）$\because S_{\triangle AEH}=S_{\triangle CFG}=\dfrac{1}{2}x^2$，$S_{\triangle BEF}=S_{\triangle DGH}=\dfrac{1}{2}(a-x)(2-x)$.

$\therefore y=S_{ABCD}-2S_{\triangle AEH}-2S_{\triangle BEF}=2a-x^2-(a-x)(2-x)=-2x^2+(a+2)x$.

$\therefore f(x)=-2x^2+(a+2)x$，其定义域为$\{x\mid 0<x\le 2\}$.

（2）当$\dfrac{a+2}{4}<2$即$a<6$时，则$x=\dfrac{a+2}{4}$时，y取最大值$\dfrac{(a+2)^2}{8}$.

当$\dfrac{a+2}{4}\ge 2$即$a\ge 6$时，$f(x)$在$(0,2]$上是增函数，则$x=2$时，y取最大值$2a-4$.

综上所述，$g(a)=\begin{cases}\dfrac{(a+2)^2}{8}, & 2<a<6\\ 2a-4, & a\ge 6\end{cases}$

20．（1）证明见解析；（2）$\frac{\sqrt{10}}{5}$.

（1）连接AB_1、OB_1、OC，可知$\triangle ABB_1$为等边三角形，利用三线合一的性质可得$B_1O\perp AB$，利用面面垂直的性质定理可得出$B_1O\perp$平面ABC，再利用面面垂直的判定定理可得出平面$ABC\perp$平面B_1OC；

（2）证明出$AB\perp OC$，然后设$AB=2$，以点O为坐标原点，OB、OC、OB_1所在直线分别为x、y、z轴建立空间直角坐标系$O-xyz$，利用空间向量法可求得二面角C_1-AC-B的余弦值，结合同角三角函数的基本关系可求得二面角C_1-AC-B的正弦值.

（1）连接AB_1、OB_1、OC，如图所示：

$\because$四边形ABB_1A_1为菱形，$\therefore AB=BB_1$，$\because \angle B_1BA=60^\circ$，则$\triangle ABB_1$为等边三角形，

$\because O$为AB的中点，$\therefore B_1O\perp AB$，

$\because$平面$ABB_1A_1\perp$平面ABC，平面$ABB_1A_1\cap$平面$ABC=AB$，$B_1O\subset$平面ABB_1A_1，

$\therefore B_1O\perp$平面ABC，

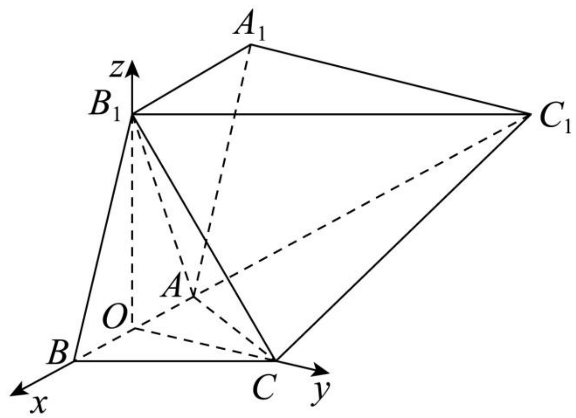
$\because B_1O\subset$平面B_1OC，因此，平面$ABC\perp$平面B_1OC；

（2）由（1）可知，$B_1O\perp AB$，$\because AB\perp B_1C$，$B_1O\cap B_1C=B_1$，$\therefore AB\perp$平面B_1OC，

Q $OC\subset$平面B_1OC，$\therefore OC\perp AB$，

$\because O$为AB的中点，则$AC=BC$，Q $AC\perp BC$，则$\triangle ABC$是等腰直角三角形，

以点O为坐标原点，OB、OC、OB_1所在直线分别为x、y、z轴建立空间直角坐标系$O-xyz$，



设$AB=2$，则$A\left(-1,0,0\right)$、$B\left(1,0,0\right)$、$C\left(0,1,0\right)$、$B_1\left(0,0,\sqrt{3}\right)$，

$\overrightarrow{BC}=\left(-1,1,0\right)$，则$\overrightarrow{B_1C_1}=2\overrightarrow{BC}=\left(-2,2,0\right)$，$\overrightarrow{AB_1}=\left(1,0,\sqrt{3}\right)$，

$\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB_1}+\overrightarrow{B_1C_1}=\left(-1,2,\sqrt{3}\right)$，$\overrightarrow{AC}=\left(1,1,0\right)$，

设平面ACC_1的法向量为$\overrightarrow{m}=\left(x,y,z\right)$，

由$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AC}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{AC_1}=0\end{cases}$，得$\begin{cases}x+y=0\\ -x+2y+\sqrt{3}z=0\end{cases}$，令$x=1$，可得$y=-1$，$z=\sqrt{3}$，

所以，平面ACC_1的一个法向量为$\overrightarrow{m}=\left(1,-1,\sqrt{3}\right)$，

易知平面ABC的一个法向量为$\vec{n}=\left(0,0,1\right)$，

设二面角C_1-AC-B的平面角为θ，则θ为钝角，

$\cos<\overrightarrow{m},\vec{n}>=\dfrac{\overrightarrow{m}\cdot\vec{n}}{\left|\overrightarrow{m}\right|\cdot\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}\times1}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$，所以，$\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{15}}{5}$，$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

因此，二面角C_1-AC-B的正弦值为$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

本题考查面面垂直的判定，同时也考查了利用空间向量法求解二面角的正弦值，考查推理能力与计算能力，属于中等题.

21．（1）证明见解析（2）$b_n=2^{n-1}$（3）$(9,6)$

【解析】（1）根据递推关系可得$a_{n+1}^2=\left(a_n+1\right)^2$，从而得到数列$\left\{a_n\right\}$是等差数列；

（2）分别求出数列$\{b_n\}$的奇数项和偶数项的通项公式，进而整合数列$\{b_n\}$的通项公式；

（3）求出S_n，T_n，代入$2S_m+a_m-36=T_l$中，则存在$s,t\in N^*$，使得$2^s=m+7$，$2^t=m-5$，

从而$2^s-2^t=12$，再证明s开5不成立，从而得到$s=4$，$m=9$，$l=6$.

（1）由${a_{n+1}}^2-1=a_n^2+2a_n$,

即$a_{n+1}^2=a_n^2+2a_n+1=\left(a_n+1\right)^2$.

因为数列$\left\{a_n\right\}$各项均为正数，所以$a_{n+1}=a_n+1$，即$a_{n+1}-a_n=1$，

故数列$\left\{a_n\right\}$是公差为 1 的等差数列.

（2）由（1）及$a_1=1$知$a_n=n$．

由$2a_n=\log_2 b_n+\log_2 b_{n+1}+1$，得$b_nb_{n+1}=2^{2n-1}$．

所以$b_{n+1}b_{n+2}=2^{2n+1}$，上面两式相除得$\dfrac{b_{n+2}}{b_n}=4$，

所以数列$\{b_n\}$的奇数项和偶数项都是公比为 4 的等比数列．

由$b_1=1$及$b_nb_{n+1}=2^{2n-1}$知$b_2=2$，所以$b_{2k-1}=1\times 4^{k-1}=2^{(2k-1)-1}$，$b_{2k}=2\times 4^{k-1}=2^{2k-1}\left(k\in N^*\right)$，

所以$b_n=2^{n-1}$．

综上，数列$\{b_n\}$的通项公式为$b_n=2^{n-1}$．

（3）由（1）和（2）知$S_n=\dfrac{n(1+n)}{2}$，$T_n=\dfrac{1-2^n}{1-2}=2^n-1$．

由$2S_m+a_m-36=T_i$，得$2\times\dfrac{m(1+m)}{2}+m-36=2^i-1$，即$(m+7)(m-5)=2^i$．

则必存在$s,t\in N^*$，使得$2^s=m+7$，$2^t=m-5$，从而$2^s-2^t=12$．

若s开5，则$2^t=2^s-12$开20，故t开5．

又因为$s>t$，所以2^s-2^t开$2^{t+1}-2^t=2^t$开32．

这与$2^s-2^t=12$矛盾，所以s • 4．由于$2^s-2^t=12$，则只能$s=4$，$t=2$

此时$m=9$，$i=6$．

满足题意数对为$(9,6)$．

关键点点睛：通过递推关系的变形化简证明数列为等差等比数列，要注意变形的方向性，

$\dfrac{b_{n+2}}{b_n}=4$这种类型的递推关系，注意要分奇偶项分析，探索性问题要注意利用问题的特殊化，

特殊性，提供方向.

22．(1) $a=-1,b=12$

(2) $9x-y+4=0$

(3)函数$f(x)$在$[-3,3]$上的最小值为$f(-2)=-14$，最大值为$f(2)=18$.

(1)求导，利用在$x=-2$处的导数值为 0，并且$f(-2)=-14$，解之检验即可求解；

(2)结合（1）的结果，求出函数在$x=1$处的导数值，利用导数的几何意义，代入即可求解；

(3) 结合（1）的结果，列出在$x\in[-3,3]$时，随x的变化，$f'(x),f(x)$的变化情况，进而即可求解.

（1）因为函数$f\left(x\right)=ax^3+bx+2$，所以$f'(x)=3ax^2+b$，

又函数$f(x)$在$x=-2$处取得极值-14.

则有$\begin{cases}f(-2)=-14\\f'(-2)=0\end{cases}$，即$\begin{cases}-8a-2b+2=-14\\12a+b=0\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=-1\\b=12\end{cases}$，

经检验，$a=-1,b=12$时，符合题意，故$a=-1,b=12$.

（2）由（1）知：函数$f(x)=-x^3+12x+2$，则$f'(x)=-3x^2+12$，

所以$f'(1)=9$，又因为$f(1)=-1+12+2=13$，

所以曲线$y=f\left(x\right)$在点$\left(1,f\left(1\right)\right)$处的切线方程为$y-13=9(x-1)$，

也即$9x-y+4=0$.

（3）由（1）知：函数$f(x)=-x^3+12x+2$，则$f'(x)=-3x^2+12$，

令$f'(x)=0$，解得：$x_1=-2,x_2=2$，

在$x\in[-3,3]$时，随x的变化，$f'(x),f(x)$的变化情况如下表所示：

x	-3	$(-3,-2)$	-2	$(-2,2)$	2	$(2,3)$	3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	-7	单调递减	-14	单调递增	18	单调递减	11

由表可知：当$x=-2$时，函数$f(x)$有极小值$f(-2)=-14$；

当$x=2$时，函数$f(x)$有极大值$f(2)=18$；

因为 $f(-2)=-14<f(3)=11$， $f(2)=18>f(-3)=-7$，

故函数 $f(x)$ 在 $[-3,3]$ 上的最小值为 $f(-2)=-14$，最大值为 $f(2)=18$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。