2023～2024学年第一学期高三期初调研测试

数　学

2023.09

注 意 事 项

学生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求：

1. 本卷共4页，包含单项选择题（第1题～第8题）、多项选择题（第9题～第12题）、填空题（第13题～第16题）、解答题（第17题～第22题）．本卷满分150分，答题时间为120分钟．答题结束后，请将答题卡交回．
2. 答题前，请您务必将自己的姓名、调研序列号用0.5毫米黑色墨水的签字笔填写在答题卡的规定位置．
3. 请在答题卡上按照顺序在对应的答题区域内作答，在其他位置作答一律无效．作答必须用0.5毫米黑色墨水的签字笔．请注意字体工整，笔迹清楚．
4. 请保持答题卡卡面清洁，不要折叠、破损．一律不准使用胶带纸、修正液、可擦洗的圆珠笔．

一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共计40分．每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的．请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上．

1．已知复数z满足$z(1+i)=|\sqrt{3}-i|$（其中i为虚数单位），则复数z在复平面上对应的点在

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

2．设集合$A=\{x|x\in\mathbf{N}\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}|2^x\geq16\}$，则$A\cap\complement_{\mathbf{R}}B=$

A．$[0,4]$　　B．$[0,4)$　　C．$\{0,1,2,3\}$　　D．$\{0,1,2,3,4\}$

3．已知函数$f(x)=ax-\sin x(a\in\mathbf{R})$，则“$a=1$”是“$f(x)$在区间$(\frac{\pi}{2},+\infty)$上单调递增”的

A．充要条件　　B．充分不必要条件

C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

4．在平行四边形$ABCD$中，点E在线段AC上，且$AE=2EC$，点F为线段AD的中点，记$\overrightarrow{EF}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$，则$\lambda+\mu=$

A．$-\frac{5}{6}$　　B．$-\frac{1}{6}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{5}{6}$

5．已知事件A，B，且$P(A)=0.4$，$P(B)=0.5$．若A与B互斥，令$a=P(AB)$；若A与B相互独立，令$b=P(\bar{A}B)$，则$b+a=$

A．0.3　　B．0.4　　C．0.5　　D．0.6

6．若某圆柱体的底面半径与某球体的半径相等，圆柱体与球体的体积之比和它们的表面积之比的比值相等，则该圆柱体的高与球体的半径的比值为

A．$\frac{5}{4}$　　B．$\frac{4}{3}$　　C．$\frac{3}{2}$　　D．2

7. 我国人脸识别技术处于世界领先地位. 所谓人脸识别，就是利用计算机检测样本之间的相似度，余弦距离是检测相似度的常用方法. 假设二维空间中有两个点 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，O 为坐标原点，余弦相似度为向量 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ 夹角的余弦值，记作 $\cos(A, B)$，余弦距离为 $1-\cos(A, B)$. 已知 $P(\cos\alpha, \sin\alpha)$，$Q(\cos\beta, \sin\beta)$，$R(\cos\alpha, -\sin\alpha)$ 若 P，Q 的余弦距离为 $\frac{1}{3}$，$\tan\alpha\cdot\tan\beta=\frac{1}{7}$，则 Q，R 的余弦距离为

A. $\frac{1}{2}$　　　B. $\frac{1}{3}$　　　C. $\frac{1}{4}$　　　D. $\frac{1}{7}$

8. 已知双曲线 C: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$ 的右焦点为 F，过 F 作直线分别与双曲线的两渐近线相交于 A、B 两点，且 $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{BF}=0$，$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{BF}$，则该双曲线的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　　B. $\sqrt{3}$　　　C. 2　　　D. $\sqrt{5}$

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共计 20 分. 每小题给出的四个选项中，都有多个选项是正确的，全部选对的得 5 分，选对但不全的得 2 分，选错或不答的得 0 分. 请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上.

9. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}\sin\omega x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega x(\omega>0)$ 的最小正周期为 π，则

A. $\omega=2$

B. 直线 $x=-\frac{\pi}{6}$ 是曲线 $y=f(x)$ 的一条对称轴

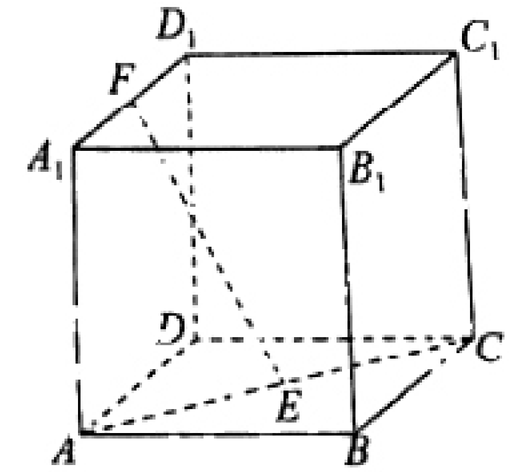
C. 点 $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ 是曲线 $y=f(x)$ 的一个对称中心

D. $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{5\pi}{6})$ 内只有一个零点

10. 若一组不完全相同的数据 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$，极差为 a，中位数为 b，方差为 s^2，在这组数据中加入一个数 $\bar{x}$ 后得到一组新数据 $\bar{x}, x_1, x_2, \cdots, x_n$，其平均数为 $\bar{x}'$，极差为 a'，中位数为 b'，方差为 s'^2，则下列判断一定正确的是

A. $\bar{x}'=\bar{x}$　　　B. $a'=a$　　　C. $b'=b$　　　D. $s'^2=s^2$

11. 如图，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E，F 分别是线段 AC，A_1D_1 上的动点，$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{A_1F}=\mu\overrightarrow{A_1D_1}$，且 $\lambda, \mu\in(0, 1)$. 记 EF 与 AA_1 所成角为 α，EF 与平面 $ABCD$ 所成角为 β，则



A. 当 $\lambda=\frac{1}{2}$ 时，四面体 $F-AEB$ 的体积为定值

B. 当 $\mu=\frac{1}{2}$ 时，存在 λ 使得 EF∥平面 BDD_1B_1

C. 对于任意 λ，μ，总有 $\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$

D. 当 $\lambda=\mu=\frac{1}{2}$ 时，在侧面 BCC_1B_1 内总存在一点 P，使得 $PE\perp PF$

12. 已知函数$f(x)$定义域为$\mathbf{R}$，$f(x+1)$是奇函数，$g(x)=(x-1)f(x)$，$f'(x)$，$g'(x)$分别是函数$f(x)$，$g(x)$的导函数，函数$g(x)$在区间$(-\infty,1]$上单调递增，则

A. $f(1)=0$

B. $f'(1+x)=f'(1-x)$

C. $g'(1+x)=g'(1-x)$

D. $g(e^{0.1})<g(1-\ln 1.1)<0$

三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共计20分. 请把答案填写在答题卡相应位置上.

13. $(x+\frac{1}{x}+1)(x+1)^6$的展开式常数项是__▲__.（用数字作答）

14. 已知S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和，且$a_3+a_7=-8$，$S_5=10$，则$S_{10}=$__▲__.

15. 请写出一条同时满足下列两个条件的直线方程：__▲__.

①过抛物线$y^2=4x$的焦点；

②与圆$x^2+y^2-4x-2\sqrt{3}y-2=0$相交所得的弦长为$4\sqrt{2}$.

16. 已知函数$f(x)=(\ln x)^2-ax\ln x+ax^2$有三个不同的零点$x_1$，$x_2$，$x_3$，且$x_1<x_2<x_3$，则实数$a$的取值范围是__▲__，$(1-\frac{\ln x_1}{x_1})^2(1-\frac{\ln x_2}{x_2})(1-\frac{\ln x_3}{x_3})$的值为__▲__.

四、解答题：本大题共6小题，共计70分. 请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分10分）在ΔABC中，内角A, B, C的对边分别为a, b, c，且满足$2a-b=2c\cos B$.

(1)求角C；

(2)若ΔABC的面积为$3\sqrt{3}$，点D为AB中点，且$CD=\sqrt{13}$，求c边的长.

18.（本小题满分12分）已知等比数列$\{a_n\}$中，$a_n+a_{n+1}=3\cdot 2^{n-1}(n\in\mathbf{N}^*)$.

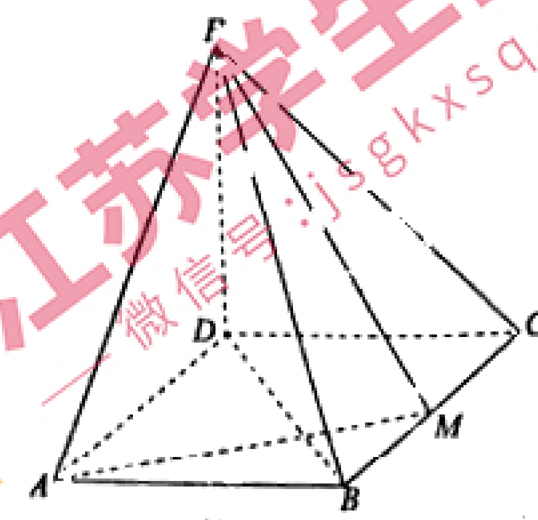
(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式及它的前n项和S_n；

(2)设$b_n=\frac{S_n+1}{S_nS_{n+1}}$，数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$. 求证：$T_n<1$.

19.（本小题满分 12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是矩形，$PD\perp$ 底面 $ABCD$，$AD=2\sqrt{2}$，$PD=DC=2$，M 为 BC 的中点.

(1) 求证：$AM\perp$ 平面 PDB；

(2) 求平面 PAM 与平面 PBM 夹角的余弦值.



（第 19 题）

20.（本小题满分 12 分）某校为了弘扬中华优秀传统文化，在校艺术节上举办班级“古诗词双人团体赛”，每班限报一队，每队两人，每队通过回答多个问题的形式进行竞赛. 现甲，乙两队进行竞答比赛，比赛规则是：每轮比赛中每队仅派一人代表答题，两人都全部答对或者都没有全部答对则均记 1 分；一人全部答对而另一人没有全部答对，则全部答对的队伍记 3 分，没有全部答对的记 0 分. 设每轮比赛中甲队全部答对的概率为 $\frac{3}{4}$，乙队全部答对的概率为 $\frac{2}{3}$，甲，乙两队答题相互独立，且每轮比赛互不影响.

(1) 经过 1 轮比赛，设甲队的得分为 X，求 X 的分布列和期望；

(2) 若比赛采取 3 轮制，请计算第 3 轮比赛后甲队累计得分低于乙队累计得分的概率.

21.（本小题满分 12 分）已知椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，四点 $A(-1,\ \frac{\sqrt{2}}{2})$，$B(1,\ -\frac{\sqrt{2}}{2})$，$C(\sqrt{2},0)$，$D(1,1)$ 中恰有三点在椭圆 E 上.

(1) 求椭圆 E 的方程；

(2) 点 P 为椭圆 E 上的一动点，设直线 PA，PB 的斜率分别为 k_1，k_2.

① 求 $k_1\cdot k_2$ 的值；

② 若不与坐标轴垂直的直线 l 交椭圆 E 于 M,N 两点，O 为坐标原点，$OM\parallel PA$，$ON\parallel PB$，求 $\triangle OMN$ 的面积.

22.（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=a\ln(x+1)+(x+1)^2$，$g(x)=e^{2x}+ax$，$a\in R$.

(1) 若函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的极小值点，求 a 的值；

(2) 若对任意 $x\in[0,+\infty)$，恒有 $g(x)\geq f(x)$，求 a 的取值范围.