绝密★启用前

2022—2023学年高三年级二轮复习阶段性测试
数学文科

班级＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 准考证号＿＿＿＿ 考场号＿＿＿＿ 座位号＿＿＿＿

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知i为虚数单位，则$i(2+5i)-6i$的虚部为

A. -4　　B. 8　　C. -8　　D. -5

2. 若集合$A=\{x|-3<x<2\}$，$B=\{x|y=\lg(4x-5)\}$，则$A\cap\complement_{\mathbf{R}}B=$

A. $\{x|-3<x<\frac{5}{4}\}$　　B. $\{x|-3<x\le\frac{5}{4}\}$

C. $\{x|\frac{5}{4}<x<2\}$　　D. $\{x|\frac{5}{4}\le x<2\}$

3. 唐代数学家、天文学家僧一行，利用"九服晷影算法"建立了从0°到80°的晷影长l与太阳天顶距θ的对应数表. 已知晷影长l、表高h与太阳天顶距θ满足$l=h\tan\theta$，记太阳天顶距为75°时晷影长为l_1，太阳天顶距为45°时晷影长为l_2，则$\frac{l_1}{l_2}$的值为

A. $\sqrt{5}+2$　　B. $\sqrt{5}-2$　　C. $2+\sqrt{3}$　　D. $2-\sqrt{3}$

4. 已知等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_3=\frac{4}{3}$，$a_6=\frac{32}{3}$，则$S_8=$

A. $\frac{254}{3}$　　B. 170　　C. $\frac{127}{3}$　　D. 85

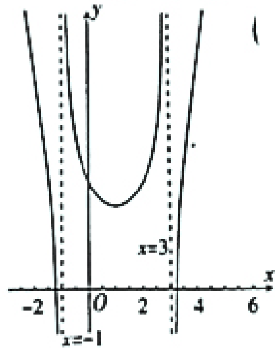
5. 已知正实数x,y满足$2x+y=3$，则$\frac{4}{x+y}+\frac{1}{x}$的最小值为

A. $\frac{28}{9}$　　B. $\frac{28}{3}$　　C. 3　　D. 1

6. 已知双曲线C的渐近线方程为$y=\pm\frac{5}{4}x$，且C过点$(1,\sqrt{2})$，则双曲线C的实轴长为

A. $\frac{\sqrt{7}}{5}$　　B. $\frac{2\sqrt{7}}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{7}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

7. 已知函数$f(x)$的部分图象如图所示，则$f(x)$的解析式可以是



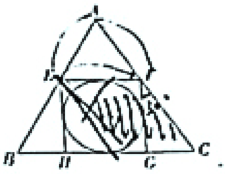
A. $f(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x-3}$　　B. $f(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x-3}+2^{x-1}+2^{1-x}$

C. $f(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x-3}+2^{x-1}-2^{1-x}$　　D. $f(x)=\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-3}+2^{x-1}-2^{1-x}$

8. 已知棱长为2的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 在 B_1D 上运动，则 $BE+A_1E$ 的最小值为

A. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$　　B. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$　　C. $3\sqrt{6}$　　D. $2\sqrt{6}$

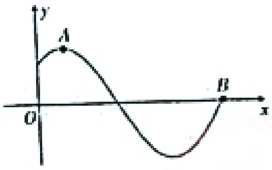
9. 如图，已知在等边三角形 ABC 中，正方形的四个顶点 E,F,G,H 分别在线段 AB，AC，BC 上，圆 O 为正方形 $EFGH$ 的内切圆，则在 $\triangle ABC$ 中任意投掷一点，该点落在圆 O 内的概率为　B



A. $\frac{(2\sqrt{3}-3)\pi}{2}$　　B. $(7\sqrt{3}-12)\pi$

C. $\frac{\sqrt{3}\pi}{12}$　　D. $\frac{(3\sqrt{2}-4)\pi}{2}$

10. 已知函数 $f(x)=2\cos(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如下所示，其中 $A\left(\frac{\pi}{12},2\right)$，$B\left(\frac{7\pi}{12},0\right)$，为了得到函数 $g(x)=2\sin 2x$ 的图象，需将



A. 函数 $f(x)$ 的图象的横坐标伸长为原来的 $\frac{3}{2}$ 倍后，再向右平移 $\frac{3\pi}{8}$ 个单位长度

B. 函数 $f(x)$ 的图象的横坐标缩短为原来的 $\frac{2}{3}$ 后，再向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度

C. 函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度后，再将横坐标伸长为原来的 $\frac{3}{2}$ 倍

D. 函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后，再将横坐标伸长为原来的 $\frac{3}{2}$ 倍

11. 在一节数学研究性学习的课堂上，老师要求大家利用超级画板研究空间几何体的体积，步骤如下：第一步，绘制一个三角形；第二步，将所绘制的三角形绕着三条边各自旋转一周得到三个空间几何体. 第三步，测算三个空间几何体的体积. 若小明同学绕着 $\triangle ABC$ 的三条边 AB,BC,AC 旋转一周所得到的空间几何体的体积分别为 $2,\frac{8}{3},4$，则 $\cos\angle BAC=$

A. $-\frac{1}{4}$　　B. $\frac{7}{8}$　　C. $\frac{11}{16}$　　D. $\frac{5}{16}$

12. 设 $a=e^{\frac{3}{101}}$，$b=\frac{104}{101}$，$c=\left(\sin\frac{1}{101}+\cos\frac{1}{101}\right)^2$，则

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $c>b>a$　　D. $c>a>b$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_n=\frac{3}{2}n^2-4n$，则 $a_6=$______

14. 已知单位向量 m,n 满足 $(3m-4n)\perp(5m+n)$，则 m,n 夹角的余弦值为______.

15. 某单位为了调查性别与对工作的满意程度是否具有相关性，随机抽取了若干名员工，所得数据统计如下表所示，其中 $x\in N^*$，且 $x<20$，若有90%的把握可以认为性别与对工作的满意程度具有相关性，则 x 的值可以是 $x=10$.（横线上给出一个满足条件的 x 的值即可）

	对工作满意	对工作不满意
男	$5x$	$5x$
女	$4x$	$6x$

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

16. 已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点 F 到准线的距离为2，点 P,Q,M,N 在抛物线 C 上，$\overrightarrow{OA}=4\overrightarrow{OF}$，$P,Q,A$ 三点共线，P,F,M 三点共线，Q,F,N 三点共线，则 $\triangle PQF$ 与 $\triangle MNF$ 的面积之比为______.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17－21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17. （12 分）已知在△ABC 中，角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c，且 $b=4$，$3a\cos\left(\frac{\pi}{2}+A\right)+(4\cos C+\cos B)\cdot\tan A=0$.

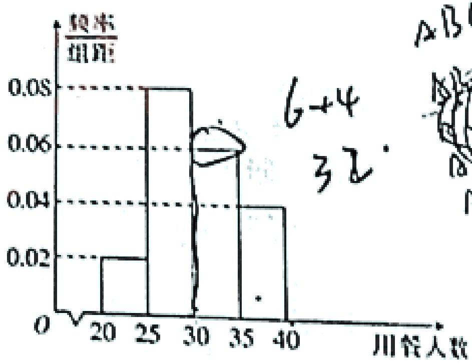
（1）求 $\cos A$ 的值；

（2）若△ABC 为锐角三角形，且 $\sin C>\sin B$，求 c 的取值范围.

18. （12 分）某著名小吃店高峰时段面临用餐排队问题，店主打算扩充店面，为了确定扩充的位置大小，店主随机抽查了过去若干天内高峰时段的用餐人数，所得数据统计如下图所示.

（1）求高峰时段用餐人数的平均数 $\bar{x}$ 以及方差 s^2（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；

（2）现用分层抽样的方法从高峰时段用餐人数在 [30，40] 的天数中随机抽取 5 天，再从这 5 天中随机抽取 3 天，求至少有 2 天的高峰时段用餐人数在 [30，35) 的概率.

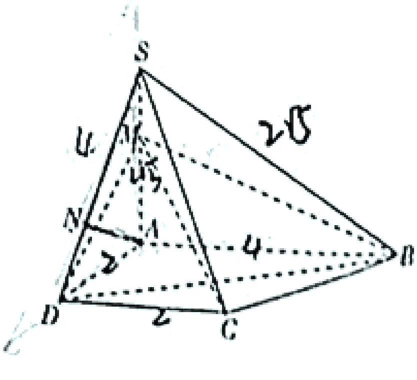


6+4
32.

19. （12 分）如图所示，在四棱锥 $S-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 为梯形，$\angle BAD=\angle CDA=90°$，点 S 在平面 $ABCD$ 内的投影为 A，$\angle SDA=60°$，$AB=2AD=2CD=4$，点 M 在线段 SA 上，且 SC∥平面 MBD.

（1）若点 N 在线段 SD 上，且 $AN\perp SC$，求 AN 的值；

（2）求四棱锥 $M-ABCD$ 的体积.



20.(12分)已知椭圆 $C:\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{b^2}=1(0<b<2\sqrt{2})$ 与直线 $l:y=kx+\frac{b}{2}$ 交于 M,N 两点，且当 $k=1$ 时，$|MN|=\frac{4\sqrt{11}}{3}$.

$b^2x^2+8y^2=8b^2$

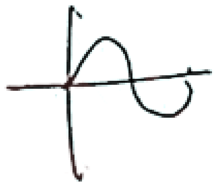
(1)求椭圆 C 的标准方程；

(2)记椭圆 C 的上、下顶点分别为 P,Q，若点 $R(x_0,4)$ 在直线 PM 上，证明：点 R 在直线 QN 上.

21.(12分)已知函数 $f(x)=x^2e^x-x^4$.

(1)若方程 $f(x)=a-x^4$ 恰有3个实数解，求实数 a 的取值范围；

(2)证明：$f(x)+2x^2\ln x>2e^x\ln x+1$.



(二)选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分.

22.(10分)【选修4－4：坐标系与参数方程】

已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\cos\theta,\\ y=\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴，取相同的单位长度建立极坐标系.

(1)求曲线 C 的普通方程和极坐标方程；

(2)已知曲线 C 上的两点 A,B 的极坐标分别为 $A(\rho_1,\alpha)$，$B\left(\rho_2,\alpha+\frac{\pi}{3}\right)$，求 $\triangle OAB$ 面积的最大值.

23.(10分)【选修4－5：不等式选讲】

已知函数 $f(x)=|3x-4|+|2x|$.

(1)求不等式 $f(x)>5$ 的解集；

(2)若 $\forall x\in\mathbf{R}$，$f(x)>m(x+1)$，求实数 m 的取值范围.

2022—2023 学年高三年级二轮复习阶段性测试

数学文科参考答案及评分细则

1.【答案】A

【解析】依题意，$i(2+5i)-6i=2i-5-6i=-5-4i$，故所求虚部为 -4，故选 A.

2.【答案】B

【解析】依题意，$B=\{x|x>\frac{5}{4}\}$，故$\complement_R B=\{x|x\leqslant\frac{5}{4}\}$，故 $A\cap\complement_R B=\{x|-3<x\leqslant\frac{5}{4}\}$，故选 B.

3.【答案】C

【解析】依题意，$\frac{l_1}{l_2}=\frac{\tan 75°}{\tan 45°}=\tan 75°=\frac{\tan 45°+\tan 30°}{1-\tan 45°\tan 30°}=\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{3}}{1-\frac{\sqrt{3}}{3}}=2+\sqrt{3}$，故选 C.

4.【答案】D

【解析】设数列$\{a_n\}$的公比为 q，依题意，$q=\sqrt[3]{\frac{a_6}{a_3}}=2$，故 $a_1=\frac{a_3}{q^2}=\frac{1}{3}$，故 $S_8=\frac{a_1(1-q^8)}{1-q}=\frac{\frac{1}{3}\times(1-2^8)}{1-2}=85$，故选 D.

5.【答案】C

【解析】依题意，$\frac{4}{x+y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{3}\left(\frac{4}{x+y}+\frac{1}{z}\right)(x+y+z)=\frac{1}{3}\left(5+\frac{4z}{x+y}+\frac{x+y}{z}\right)\geqslant 3$，当且仅当 $x=y=1$ 时等号成立，故选 C.

6.【答案】C

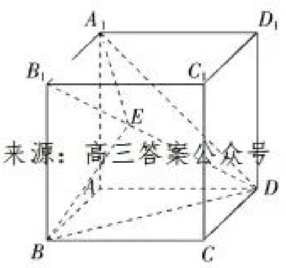
【解析】设双曲线 C 的方程为 $25x^2-16y^2=\lambda$，将$(1,\sqrt{2})$代入可得，$\lambda=-7$，故双曲线 C：$\frac{16}{7}y^2-\frac{25}{7}x^2=1$，则双曲线 C 的实轴长为$\frac{\sqrt{7}}{2}$，故选 C.

7.【答案】B

【解析】由图可知，$f(4)>0$，可知 A 不满足，排除 A；由图可知，$x=1$ 为函数$f(x)$图象的对称轴，故$f(x)=f(2-x)$，C，D 不满足，排除 C，D，故选 B.

8.【答案】A

【解析】作出图形如下所示，将平面 A_1B_1D 沿 B_1D 翻折至与平面 BB_1D 共面，因为 $\triangle A_1B_1D\cong\triangle BB_1D$，故当 $A_1E\perp B_1D$时，$BE+A_1E$ 有最小值，此时 $A_1E=\frac{2\times2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，则 $BE+A_1E$ 的最小值为$\frac{4\sqrt{6}}{3}$，故选 A.



9.【答案】B

【解析】不妨设 $BC=2$，$HG=2x$，则 $\frac{EH}{BH}=\frac{2x}{1-x}=\sqrt{3}$，解得 $x=2\sqrt{3}-3$，故所求概率 $P=\frac{\pi\times(2\sqrt{3}-3)^2}{\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2^2}=(7\sqrt{3}-12)\pi$，故选 B.

10.【答案】D

【解析】依题意，$\frac{3}{4}T=\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{2}$，解得 $T=\frac{2\pi}{3}$，故 $\omega=\frac{2\pi}{T}=3$，则 $f(x)=2\cos(3x+\varphi)$，而 $f\left(\frac{\pi}{12}\right)=2\cos\left(\frac{\pi}{4}+\varphi\right)=2$，故 $\varphi=-\frac{\pi}{4}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，而 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，故 $\varphi=-\frac{\pi}{4}$，$f(x)=2\cos\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)$，将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后，得到 $y=2\cos\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)=2\sin 3x$，再将横坐标伸长为原来的 $\frac{3}{2}$ 倍，得到 $g(x)=2\sin 2x$，故选 D.

11.【答案】C

【解析】不妨设 AB,BC,AC 分别为 c,a,b，则 $2=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot h_c^2\cdot c$，故 $\frac{3c}{2\pi}=S^2_{\triangle ABC}$，同理可得 $\frac{2a}{\pi}=S^2_{\triangle ABC}$，$\frac{3b}{\pi}=S^2_{\triangle ABC}$，故 $a:b:c=3:2:4$，则 $\cos\angle BAC=\frac{2^2+4^2-3^2}{2\times2\times4}=\frac{11}{16}$，故选 C.

12.【答案】A

【解析】令 $f(x)=e^x-(x+1)$，$x\in[0,1]$，$\because f'(x)=e^x-1\geqslant0$，$\therefore f(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递增，$\therefore f\left(\frac{3}{101}\right)>f(0)$，即 $e^{\frac{3}{101}}-\left(\frac{3}{101}+1\right)>0$，$e^{\frac{3}{101}}>\frac{104}{101}$，$\therefore a>b$；又 $c=\left(\sin\frac{1}{101}+\cos\frac{1}{101}\right)^2=1+\sin\frac{2}{101}<1+\frac{2}{101}=\frac{103}{101}<\frac{104}{101}$，$\therefore b>c$，$\therefore a>b>c$，故选 A.

13.【答案】$\frac{25}{2}$

【解析】依题意，$a_6=S_6-S_5=\frac{3}{2}\times6^2-4\times6-\frac{3}{2}\times5^2+4\times5=\frac{25}{2}$.

14.【答案】$\frac{11}{17}$

【解析】依题意，$(3\boldsymbol{m}-4\boldsymbol{n})\cdot(5\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n})=0$，即 $15\boldsymbol{m}^2-17\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}-4\boldsymbol{n}^2=0$，解得 $\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle=\frac{11}{17}$.

15.【答案】14(或 15,16,17,18,19 中任意一个)

【解析】$K^2=\frac{20x\cdot(30x^2-20x^2)^2}{10x\cdot10x\cdot9x\cdot11x}=\frac{20x}{99}>2.706$，故 $x>13.3947$.

16.【答案】16

【解析】依题意，$p=2$，$F(1,0)$，$A(4,0)$，设 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，$M(x_3,y_3)$，$N(x_4,y_4)$，设直线 $PQ:x=my+4$，联立 $\begin{cases}x=my+4,\\y^2=4x,\end{cases}$ 则 $y^2-4my-16=0$，则 $y_1+y_2=4m$，$y_1y_2=-16$，设直线 $PM:x=ny+1$，联立 $\begin{cases}x=ny+1,\\y^2=4x,\end{cases}$ 则 $y^2-4ny-4=0$，故 $y_1+y_3=4n$，$y_1y_3=-4$，则 $y_3=-\frac{4}{y_1}$，同理可得，$y_4=-\frac{4}{y_2}$，故 $\frac{S_{\triangle PQF}}{S_{\triangle MNF}}=\frac{\frac{1}{2}|PF||QF|\sin\angle PFQ}{\frac{1}{2}|MF||NF|\sin\angle MFN}=\frac{|PF||QF|}{|MF||NF|}=\left|\frac{y_1y_2}{y_3y_4}\right|=\left|\frac{y_1y_2}{\left(-\frac{4}{y_1}\right)\cdot\left(-\frac{4}{y_2}\right)}\right|=\frac{(y_1y_2)^2}{16}=16$.

17. 解：(1) 依题意，$-3a\sin A+(b\cos C+c\cos B)\cdot\frac{\sin A}{\cos A}=0$，

故 $3a\cos A=b\cos C+c\cos B$，

由正弦定理得 $3\sin A\cos A=\sin B\cos C+\sin C\cos B$,(3 分)

即 $3\sin A\cos A=\sin(B+C)=\sin A$,故 $\cos A=\frac{1}{3}$.(6 分)

(2)因为 $\cos A=\frac{1}{3}>0$,所以 A 为锐角,

又 $\sin C>\sin B$,故 $c>b$,则 $C>B$,(7 分)

因为△ABC 为钝角三角形,所以 C 为钝角;(8 分)

因为 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=c^2-\frac{8}{3}c+16$,(10 分)

所以 $a^2+b^2-c^2=32-\frac{8}{3}c<0$,解得 $c>12$,则 c 的取值范围为 $(12,+\infty)$.(12 分)

【评分细则】

(1)若使用余弦定理得到正确答案也给满分.

(2)直接使用结论“$a=b\cos C+c\cos B$”扣 1 分.

18. 解:(1)依题意,$\bar{x}=22.5\times0.1+27.5\times0.4+32.5\times0.3+37.5\times0.2=30.5$;(3 分)

$s^2=(22.5-30.5)^2\times0.1+(27.5-30.5)^2\times0.4+(32.5-30.5)^2\times0.3+(37.5-30.5)^2\times0.2=6.4+3.6+1.2+9.8=21$.(6 分)

(2)依题意,用餐人数在[30,35)抽 3 天,记为 a,b,c,用餐人数在[35,40]抽 2 天,记为 1,2;(7 分)

则任取 3 天,所有的情况为 (a,b,c),$(a,b,1)$,$(a,b,2)$,$(a,c,1)$,$(a,c,2)$,$(a,1,2)$,$(b,c,1)$,$(b,c,2)$,$(b,1,2)$,$(c,1,2)$,共 10 种,(9 分)

其中满足条件的为 (a,b,c),$(a,b,1)$,$(a,b,2)$,$(a,c,1)$,$(a,c,2)$,$(b,c,1)$,$(b,c,2)$,共 7 种,(10 分)

故所求概率 $P=\frac{7}{10}$.(12 分)

19. 解:(1)因为 $SA\perp$ 平面 $ABCD$,$DC\subset$ 平面 $ABCD$,故 $DC\perp SA$,

而 $\angle CDA=90^\circ$,故 $DC\perp AD$,

而 $SA\cap AD=A$,得 $DC\perp$ 平面 SAD,(2 分)

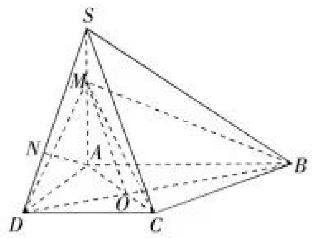
因为 $AN\subset$ 平面 SAD,所以 $DC\perp AN$,又 $AN\perp SC$,

由 $SC\cap DC=C$,所以 $AN\perp$ 平面 SCD,(4 分)

因为 $SD\subset$ 平面 SCD,所以 $AN\perp SD$,

由 $SA=2\sqrt{3}$,$AD=2$,$SD=4$,$SA\perp AD$,得 $AN=\sqrt{3}$.(5 分)

(2)连接 AC 交 BD 于 O,连接 MO,



因为 SC//平面 MBD,$SC\subset$ 平面 SAC,平面 $SAC\cap$ 平面 $MBD=MO$,

故 SC//MO;(7 分)来源:高三答案公众号

故 $\frac{MA}{MS}=\frac{AO}{CO}=\frac{AB}{CD}=2$,(9 分)

故 $MA=\frac{2}{3}AS=\frac{4\sqrt{3}}{3}$,(10 分)

四棱锥 $M-ABCD$ 的体积 $V=\frac{1}{3}\cdot MA\cdot S_{四边形ABCD}=\frac{1}{3}\times\frac{4\sqrt{3}}{3}\times\frac{1}{2}\times(2+4)\times2=\frac{8\sqrt{3}}{3}$.(12 分)

【评分细则】

(1)第(1)小题其他证明方法言之有理也给满分.

(2)第(2)小题未通过平行直接得到 MA 扣 3 分.

20. (1)解:当 $k=1$ 时,直线 $l:y=x+\frac{b}{2}$,

联立 $\begin{cases} y=x+\frac{b}{2}, \\ \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{b^2}=1, \end{cases}$ 则 $(b^2+8)x^2+8bx-6b^2=0$,来源:高三答案公众号

设 $M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)$,故 $x_1+x_2=-\frac{8b}{b^2+8}$,$x_1x_2=-\frac{6b^2}{b^2+8}$,(2 分)

故 $|MN|=\sqrt{1+k^2}\,|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

$=\sqrt{2}\sqrt{\frac{64b^2}{(b^2+8)^2}+\frac{24b^2}{b^2+8}}=\frac{4\sqrt{11}}{3}$,(3 分)

化简可得,$b^4+7b^2-44=0$,解得 $b^2=4$($b^2=-11$ 舍去),

故椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. (5 分)

(2)证明:易知 $P(0,2)$,$Q(0,-2)$,

根据题意得直线 $l:y=kx+1$,

由 $\begin{cases} x^2+2y^2-8=0, \\ y=kx+1 \end{cases}$ 得 $(2k^2+1)x^2+4kx-6=0$,

根据题意,$\Delta>0$ 恒成立,设 $M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)$.

则 $x_1+x_2=\frac{-4k}{2k^2+1}$,$x_1x_2=\frac{-6}{2k^2+1}$,(7 分)

直线 PM 的方程为 $y-2=\frac{y_1-2}{x_1}x$,

令 $y=4$ 得 $x_R=\frac{2x_1}{y_1-2}$,所以 $R\left(\frac{2x_1}{y_1-2},4\right)$,(9 分)

因为 $Q(0,-2)$,$N(x_2,y_2)$,

则直线 QN、QR 的斜率分别为 $k_{QN}=\frac{y_2+2}{x_2}$,$k_{QR}=\frac{3(y_1-2)}{x_1}$,(10 分)

$k_{QN}-k_{QR}=\frac{y_2+2}{x_2}-\frac{3(y_1-2)}{x_1}=\frac{x_1(y_2+2)-3x_2(y_1-2)}{x_1x_2}$,

又 $x_1(y_2+2)-3x_2(y_1-2)=x_1(kx_2+3)-3x_2(kx_1-1)=-2kx_1x_2+3(x_1+x_2)$

$=-2k\cdot\frac{-6}{2k^2+1}+3\cdot\frac{-4k}{2k^2+1}=0$,所以 $k_{QN}=k_{QR}$,

所以点 R 在直线 QN 上. (12 分)

【评分细则】

(1)第(1)小题椭圆方程没有化为标准型扣 1 分.

(2)第(2)小题其他解法酌情给分,结果步骤均正确给满分.

21. (1)解:依题意,$x^2e^x=a$ 恰有 3 个实数解,(1 分)

令 $m(x)=x^2e^x$,故 $m'(x)=(x^2+2x)e^x$,(2 分)

令 $m'(x)>0$,可得 $x<-2$ 或 $x>0$,

令 $m'(x)<0$,可得 $-2<x<0$,(3 分)

故函数 $m(x)$ 在 $(-\infty,-2)$ 上单调递增,在 $(-2,0)$ 上单调递减,在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,(4 分)

且 $m(-2)=\frac{4}{e^2}$,$m(0)=0$,(5 分)

故当函数 $m(x)$ 的图象与直线 $y=a$ 有 3 个交点时,$a\in\left(0,\frac{4}{e^2}\right)$,

即方程 $f(x)=a-x^4$ 恰有 3 个实数解时,$a\in\left(0,\dfrac{4}{e^2}\right)$.(6 分)

(2)证明:$f(x)+2x^2\ln x-2e^x\ln x=(e^x-x^2)(x^2-2\ln x)$,(7 分)

设函数 $\varphi(x)=x^2-2\ln x,\varphi'(x)=2x-\dfrac{2}{x}$.

当 $0<x<1$ 时,$\varphi'(x)<0$;当 $x>1$ 时,$\varphi'(x)>0$. 所以 $\varphi(x)\geqslant\varphi(x)_{\min}=\varphi(1)=1$,(8 分)

设函数 $h(x)=e^x-x^2(x>0)$,则 $h'(x)=e^x-2x(x>0)$,设 $p(x)=e^x-2x(x>0)$,

则 $p'(x)=e^x-2(x>0)$,令 $p'(x)=0$,得 $x=\ln 2$,(9 分)

则 $p(x)_{\min}=p(\ln 2)=2(1-\ln 2)>0$,(10 分)

所以 $h'(x)>0$,从而 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,则 $h(x)>h(0)=1$,故 $\varphi(x)h(x)>1$,

因此 $f(x)+2x^2\ln x>2e^x\ln x+1$. (12 分)

【评分细则】

其他解法酌情给分,结果步骤均正确给满分.

22. 解:(1)由参数方程 $\begin{cases}x=1+\cos\theta,\\ y=\sin\theta\end{cases}$ 消去参数 θ 得 $(x-1)^2+y^2=1$,

则曲线 C 的普通方程为 $(x-1)^2+y^2=1$,(3 分)

将 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta,\\ y=\rho\sin\theta\end{cases}$ 代入方程,

得到曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$.(5 分)

(2)由题知 $\rho_1=2\cos\alpha$、$\rho_2=2\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)$,

则 $S_{\triangle OAB}=\dfrac{1}{2}\rho_1\rho_2\sin\dfrac{\pi}{3}=\sqrt{3}\cos\alpha\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)$

$=\sqrt{3}\cos\alpha\left(\dfrac{1}{2}\cos\alpha-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(\cos^2\alpha-\sqrt{3}\sin\alpha\cos\alpha)$

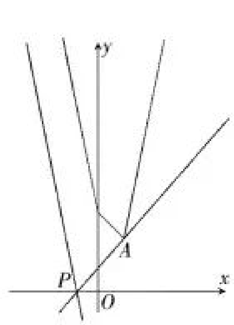
$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(\dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\alpha\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\left[\dfrac{1}{2}+\cos\left(2\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)\right]$,(8 分)

当 $2\alpha+\dfrac{\pi}{3}=0$ 即 $\alpha=-\dfrac{\pi}{6}$ 时,$S_{\triangle OAB}$ 取得最大值 $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$.(10 分)

23. 解:依题意,$f(x)=\begin{cases}5x-4,x>\dfrac{4}{3},\\ 4-x,0\leqslant x\leqslant\dfrac{4}{3},\\ 4-5x,x<0,\end{cases}$(2 分)

(1)$f(x)>5\Leftrightarrow\begin{cases}5x-4>5,\\ x>\dfrac{4}{3}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}4-x>5,\\ 0\leqslant x\leqslant\dfrac{4}{3}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}4-5x>5,\\ x<0,\end{cases}$

解得 $x<-\dfrac{1}{5}$ 或 $x>\dfrac{9}{5}$,故不等式 $f(x)>5$ 的解集为 $\left\{x\mid x<-\dfrac{1}{5},或\ x>\dfrac{9}{5}\right\}$.(5 分)



(2)作出函数 $f(x)$ 的大致图象如图所示,其中 $P(-1,0)$,$A\left(\dfrac{4}{3},\dfrac{8}{3}\right)$,(6 分)

故直线 AP 的斜率为 $\dfrac{\frac{8}{3}-0}{\frac{4}{3}+1}=\dfrac{8}{7}$,(7 分)

结合图象可知,$-5\leqslant m<\dfrac{8}{7}$,故实数 m 的取值范围为 $\left[-5,\dfrac{8}{7}\right)$.(10 分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。