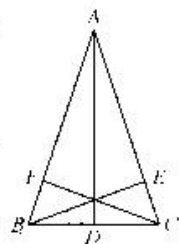


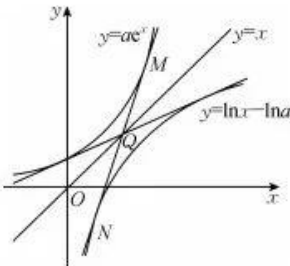
高三数学参考答案、提示及评分细则

1. A 不等式 $\frac{3-3x}{3+x} \geq 0$ 等价于 $\begin{cases} (3-3x)(3+x) \geq 0, \\ 3+x \neq 0, \end{cases}$ 所以 $-3 < x \leq 1$, 所以原不等式的解集为 $(-3, 1]$. 故选 A.
2. C 联立方程组 $\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1, \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y}{3} = 1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=0, \\ y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=1, \\ y=\frac{9}{4}. \end{cases}$ 因而集合 $M \cap N$ 含有 2 个元素, 其真子集个数为 3. 故选 C.
3. B 由 $\log_2 x \leq 3$, 得 $0 < x \leq 8$, 所以“ $x \leq 8$ ”是“ $\log_2 x \leq 3$ ”的必要不充分条件. 故选 B. 来源微信公众号: 高三答案
4. B 由题意, 得 $|CP| = a^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$, 设 $Q(x_0, y_0)$, 则 $2x_0^2 = a$, 即 $|AQ| = x_0 = \sqrt{\frac{a}{2}}$, 因为 $a > 1$, 所以 $|AQ| + |CP| = \frac{1}{\sqrt{a}} + \sqrt{\frac{a}{2}} \geq 2\sqrt{\frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{2}} = 2\sqrt{\frac{1}{2}}$, 当且仅当 $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{2}$, 即 $a = \sqrt{2}$ 时取等号, 所以当 $|AQ| + |CP|$ 取最小值时, $a = \sqrt{2}$. 故选 B.
5. C $\sqrt{3} \tan 26^\circ \tan 34^\circ + \tan 26^\circ + \tan 34^\circ = \sqrt{3} \tan 26^\circ \tan 34^\circ + \tan(26^\circ + 34^\circ) (1 - \tan 26^\circ \tan 34^\circ)$
 $= \sqrt{3} \tan 26^\circ \tan 34^\circ + \sqrt{3} (1 - \tan 26^\circ \tan 34^\circ) = \sqrt{3} \tan 26^\circ \tan 34^\circ + \sqrt{3} - \sqrt{3} \tan 26^\circ \tan 34^\circ = \sqrt{3}$. 故选 C.
6. D 令 $f(x) = \sin x - x$, 则 $f'(x) = \cos x - 1 \leq 0$, 所以 $f(x)$ 在定义域上单调递减, 所以当 $x > 0$ 时, $f(x) < f(0) = 0$, 即 $\sin x < x$, 所以 $b = 9 \sin \frac{1}{10} < 9 \times \frac{1}{10} = \frac{9}{10} < 1$, 又 $a = \sqrt[9]{10} > \sqrt[9]{1} = 1$, $c = \sqrt[3]{3} > \sqrt[3]{1} = 1$, 且 $a^{45} = 10^5$, $c^{45} = 3^9 = 3 \times 9^4 < 10^5$, 所以 $a > c > b$. 故选 D.
7. A 令 $g(x) = f(x) - 1 = -x^3 + \frac{2}{1+e^x} - 1 = -x^3 + \frac{1-e^x}{1+e^x}$, $g(-x) = -(-x)^3 + \frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}} = x^3 + \frac{e^x-1}{1+e^x} = -g(x)$, 故 $g(x)$ 为奇函数, 易得 $g(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递减.
 因为 $f(m^2-3) - f(1-m) > 2$, 所以 $g(m^2-3) + 1 + g(1-m) + 1 > 2$, 即 $g(m^2-3) > -g(1-m) = g(m-1)$. 所以 $m^2-3 < m-1$. 解得 $-1 < m < 2$. 故选 A.
8. B 对于 A, 当等腰三角形的顶角 $\angle BAC$ 无限小时, 且底边上的高 AD 比较大, $BE \perp AC$, $CF \perp AB$. 如图所示:
 显然 $BE + CF < AD$, 故 BE, CF, AD 不满足三角形的三边, 故选项 A 错误;
 对于 B, 由 $\frac{r-1}{r-2} \leq 0$, 得 $\begin{cases} (r-1)(r-2) \leq 0, \\ r-2 \neq 0, \end{cases}$ 解得 $1 \leq r < 2$, 任取 r_1, r_2 且 $r_1 \geq r_2$, 则 $2 \leq r_1 + r_2 < 4$,
 $0 \leq r_1 - r_2 < 1$, 又 $1 \leq r_3 < 2$, 所以 $r_1 - r_2 < r_3 < r_1 + r_2$, 即选项 B 成立;
 对于 C, 因为 $|r-1| + |r-3| = 2$, 当 $r \leq 1$ 时, $-(r-1) - (r-3) = 2$, 解得 $r = 1$; 当 $r \geq 3$ 时, $(r-1) + (r-3) = 2$, 解得 $r = 3$; 当 $1 < r < 3$ 时 $(r-1) - (r-3) = 2$. 即 $2 = 2$ 恒成立, 所以 $1 < r < 3$;
 综上可得 $1 \leq r \leq 3$, 即 $\{r \mid |r-1| + |r-3| = 2\} = \{r \mid 1 \leq r \leq 3\}$, 令 $a = b = 1, c = 3$. 显然 $a + b < c$. 不满足 a, b, c 为某一三角形的三边长, 故选项 C 错误;
 对于 D, 因为 $\log_2(3x-2)$, 所以 $3x-2 > 0$, 解得 $x > \frac{2}{3}$, 所以 $\{x \mid y = \log_2(3x-2)\} = \{x \mid x > \frac{2}{3}\}$, 令 $a = b = 1, c = 3$, 显然 $a + b < c$, 不满足 a, b, c 为某一三角形的三边长, 故选项 D 错误. 故选 B.
9. ACD $\because am^2 > bm^2, m^2 > 0, \therefore a > b$, 故选项 A 正确;
 当 $a = 1, b = -1$, 有 $a > b$, 但 $a^{-1} > b^{-1}$, 故选项 B 错误;
 $\because a > b > 0, m > 0, \therefore \frac{a+m}{b+m} - \frac{a}{b} = \frac{(a+m)b - a(b+m)}{b(b+m)} = \frac{ab+bm-ab-am}{b(b+m)} = \frac{(b-a)m}{b(b+m)} < 0$, 故选项 C 正确;
 若 $a > b > 0$, 且 $|\ln a| = |\ln b|, \therefore \frac{1}{b} = a$, 且 $a > 1, \therefore 3a + b = 3a + \frac{1}{a}$, 设 $f(x) = 3x + \frac{1}{x} (x > 1), \therefore f'(x) = 3 - \frac{1}{x^2} > 0, \therefore f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递增, $\therefore f(a) > f(1) = 4$, 即 $3a + b \in (4, +\infty)$, 故选项 D 正确. 故选 ACD.
10. BD 当 $a = \frac{\pi}{3}, \beta = 0$ 时, $\sin(a+\beta) = \sin \frac{\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{3} + \sin 0$, 所以 A 错误, B 正确; 若 $a = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$, 式子 $\frac{2 \tan a}{1 + \tan a}$ 无意义, 所以 C 错误, D 正确. 故选 BD.
11. AC $f(x) = \sin \omega x + a \cos \omega x = \sqrt{a^2+1} \sin(\omega x + \varphi)$, $\tan \varphi = a$, 因为 $f(x)$ 在 $x = \frac{\pi}{6}$ 处取得最大值, 所以 $\frac{\pi \omega}{6} + \varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}$, 即 $\varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi \omega}{6}, k \in \mathbf{Z}$, 所以 $\tan \varphi = \tan\left(2k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi \omega}{6}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi \omega}{6}\right) = \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi \omega}{6}\right)} = a$, 所以 $\tan\left(\frac{\pi \omega}{6}\right) = \frac{1}{a}$, 因为 $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$, 所以 $\sqrt{a^2+1} \sin\left(\frac{\pi \omega}{3} + \varphi\right) = \sqrt{3}$, 即 $\sin\left(\frac{\pi \omega}{3} + \varphi\right) = \sqrt{\frac{3}{a^2+1}}$, 所以 $\sin\left(\frac{\pi \omega}{3} + \varphi\right) =$



$\sin\left(\frac{\pi\omega}{3} + 2k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi\omega}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi\omega}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi\omega}{6}\right) = \sqrt{\frac{3}{a^2+1}}$, 所以 $\sin\left(\frac{\pi\omega}{6}\right) = \tan\left(\frac{\pi\omega}{6}\right) \times \cos\left(\frac{\pi\omega}{6}\right) = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{3}{a^2+1}}$,
 又 $\sin^2\left(\frac{\pi\omega}{6}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi\omega}{6}\right) = \left(\frac{1}{a} \sqrt{\frac{3}{a^2+1}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{3}{a^2+1}}\right)^2 = 1$, 解得 $a^2 = 3$, 又 $a > 0$, 所以 $a = \sqrt{3}$, 所以 $\sin\left(\frac{\pi\omega}{6}\right) = \frac{1}{2}$,
 $\tan\left(\frac{\pi\omega}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 故 A 正确, B 错误; 所以 $\frac{\pi\omega}{6} = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbf{Z}$, 解得 $\omega = 12k + 1, k \in \mathbf{Z}$, 又 $\omega > 0$, 所以 $\omega \geq 1$, 故 C 正确; 易验证, 当 $\omega = 13$ 时, $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{6})$ 上不单调, 故 D 错误. 故选 AC.

12. ABC 如图, 因为 $y = ae^x$ 与 $y = \ln x - \ln a$ 互为反函数, 故两函数的图象关于直线 $y = x$ 对称, 则 l_1, l_2 关于 $y = x$ 对称, 故 $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$, $\sin \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \cos \beta$, A 正确; 由题意, α, β 均为锐角, $\tan \alpha > 0, \tan \beta > 0, \tan \alpha + \tan \beta = \tan \alpha + \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} \geq 2$, B 正确; 设 l_1 与两个函数图象分别切于 M, N 两点, $\angle OQN = \frac{\theta}{2}$, 则 $\tan \theta = \frac{3}{4}$, 即



$\frac{2 \tan \frac{\theta}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{3}{4}$, 解得 $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{1}{3}$ 或 -3 (舍去), 故 $k_{MN} = \tan\left(\frac{\theta}{2} + 45^\circ\right) = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = 2$. 易

求得曲线 $y = e^x$ 的斜率为 2 的切线方程为 $y = 2x - 2 \ln 2 + 2$, 故曲线 $y = ae^x = e^{x + \ln a}$ 的斜率为 2 的切线方程为 $y = 2(x + \ln a) - 2 \ln 2 + 2$, $y = \ln x$ 的斜率为 2 的切线方程为 $y = 2x - \ln 2 - 1$, 故曲线 $y = \ln x - \ln a$ 的斜率为 2 的切线方程为 $y = 2x - \ln 2 - 1 - \ln a$, 所以 $-\ln 2 - 1 - \ln a = 2 \ln a - 2 \ln 2 + 2$, 则 $\ln a^3 = \ln 2 - 3$, 则 $a^3 = \frac{2}{e^3}$, C 正确; 由图可知点 Q 必在第一象限, D 错误. 故选 ABC.

13. $\frac{\sqrt{10}}{4}$ $|OP| = \sqrt{t^2 + 5}$, 由 $\cos \alpha = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 5}} = \frac{\sqrt{2}t}{4}$, 解得 $t = \pm \sqrt{5}$. $\therefore \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{t^2 + 5}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{4}$.

14. $\forall m \in \{x \mid -2 < x < 3\}$, 使关于 x 的方程 $2x^2 - mx = 0$ 无解 根据存在量词命题的否定为全称量词命题可得 $\neg p: \forall m \in \{x \mid -2 < x < 3\}$, 使关于 x 的方程 $2x^2 - mx = 0$ 无解.

15. $\left(-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ (答案不唯一) $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} = \frac{\tan x - 1}{\tan x + 1} = -\frac{\tan x + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan x \tan \frac{\pi}{4}} = -\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, 令 $-\frac{\pi}{2} + k\pi < x + \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$, 则 $-\frac{3\pi}{4} + k\pi < x < \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$. 所以函数 $f(x)$ 的一个单调减区间为 $\left(-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$.

16. 12 $3a^2 + \frac{1}{ab - 3b^2} = 3a^2 + \frac{3}{3b(a - 3b)} \geq 3a^2 + \frac{3}{\left(\frac{a - 3b + 3b}{2}\right)^2} = 3a^2 + \frac{12}{a^2} \geq 2\sqrt{3a^2 \cdot \frac{12}{a^2}} = 12$, 当且仅当 $3a^2 = \frac{12}{a^2}, a - 3b = 3b$ 时取“=”, 即 $a = \sqrt{2}, b = \frac{\sqrt{2}}{6}$ 时“=”成立, 所以 $3a^2 + \frac{1}{ab - 3b^2}$ 的最小值为 12.

17. 解: (1) 当 $a = 9$ 时, $f(x) < 0$, 即 $2x^2 - 9x + 4 < 0$,

整理, 得 $(2x - 1)(x - 4) < 0$, 解得 $\frac{1}{2} < x < 4$.

故所求不等式的解集为 $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ 4 分

(2) $f(x) \geq 0$ 对 $\forall x \in (0, +\infty)$ 恒成立,

即 $2x^2 - ax + 4 \geq 0$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 上恒成立,

即 $a \leq 2x + \frac{4}{x}$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 上恒成立, 即 $a \leq \left(2x + \frac{4}{x}\right)_{\min}$ 6 分

又 $2x + \frac{4}{x} \geq 2\sqrt{2x \cdot \frac{4}{x}} = 4\sqrt{2}$ (当且仅当 $2x = \frac{4}{x}$ 即 $x = \sqrt{2}$ 时, 取“=”).

所以 $a \leq 4\sqrt{2}$. 故实数 a 的取值范围为 $(-\infty, 4\sqrt{2}]$ 10 分

18. 解: (1) 因为 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\sin \alpha = \frac{4}{5}$,

所以 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ 1 分

又因为 $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$, $\cos(\alpha + \beta) = \frac{5}{13}$,

所以 $\sin(\alpha + \beta) = \frac{12}{13}$ 3 分

所以 $\cos \beta = \cos[(\beta + \alpha) - \alpha]$ 4 分

$$\begin{aligned}
 &= \cos(\beta+\alpha)\cos\alpha + \sin(\beta+\alpha)\sin\alpha \dots\dots\dots 5 \text{分} \\
 &= \frac{5}{13} \times \frac{3}{5} + \frac{12}{13} \times \frac{4}{5} \\
 &= \frac{63}{65} \dots\dots\dots 6 \text{分}
 \end{aligned}$$

(2) 因为 $\cos\alpha = \frac{3}{5}, \sin\alpha = \frac{4}{5}$,

所以 $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2 \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{24}{25}$, 8分

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 - 1 = -\frac{7}{25}$, 10分

所以 $\frac{\sin^2\alpha + \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha - 1} = \frac{\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \frac{24}{25}}{-\frac{7}{25} - 1} = -\frac{5}{4}$, 12分

19. 解: (1) 因为 $g(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + ax$,
- 所以 $g'(x) = -x^2 + 2x + a$ 1分
- 又据题意知, 当函数 $g(x)$ 在区间 $[3, +\infty)$ 上单调递减时,
- $-x^2 + 2x + a \leq 0$ 对 $\forall x \in [3, +\infty)$ 成立, 3分
- 所以 $a \leq x^2 - 2x$ 对 $\forall x \in [3, +\infty)$ 成立. 4分
- 又当 $x \in [3, +\infty)$ 时, $(x^2 - 2x)_{\min} = 3$, 6分
- 所以 $a \leq 3$, 即所求实数 a 的取值范围为 $(-\infty, 3]$ 7分
- (2) 据题设知“ p 真, q 假”或“ p 假, q 真”.
- 据题设知, 若 p 为真命题, 则 $a > 0$, 且 $\frac{a}{-1} + 1 > 0$,
- 所以 $0 < a < 1$, 9分
- (i) 当“ p 真, q 假”时, $\begin{cases} 0 < a < 1, \\ a > 3. \end{cases}$ 此时不等式组无解; 10分
- (ii) 当“ p 假, q 真”时, $\begin{cases} a \leq 0 \text{ 或 } a \geq 1, \\ a \leq 3. \end{cases}$
- 所以 $a \leq 0$ 或 $1 \leq a \leq 3$ 11分
- 综上, 所求实数 a 的取值范围为 $(-\infty, 0] \cup [1, 3]$ 12分

20. (1) 证明: 由函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称.
- 有 $f(x+1) = f(1-x)$ 1分
- 即有 $f(-x) = f(x+2)$,
- 又函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 有 $f(-x) = -f(x)$,
- 故 $f(x+2) = -f(x)$,
- 从而 $f(x+4) = -f(x+2) = f(x)$,
- 即 $f(x)$ 是周期为 4 的周期函数. 6分
- (2) 解: 当 $x \in [-1, 0)$ 时, $-x \in (0, 1], f(-x) = \log_2(-x+1)$, 7分
- 由函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 有 $f(0) = 0$, 故 $x \in [-1, 0]$ 时, $f(x) = -f(-x) = -\log_2(-x+1)$.
- 9分
- 由 $x \in [-5, -4]$, 得 $x+4 \in [-1, 0], f(x+4) = -\log_2[-(x+4)+1] = -\log_2(-x-3)$,
- 由(1)得 $f(x) = f(x+4)$, 从而, $x \in [-5, -4]$ 时, 函数 $f(x)$ 的解析式为 $f(x) = -\log_2(-x-3)$ 12分

21. 解: (1) 因为 $f(x)$ 的最小正周期为 2π , 所以 $\frac{2\pi}{|\omega|} = 2\pi$.
- 因为 $\omega > 0$, 所以 $\omega = 1$ 1分
- 因为 $f(x)$ 的图象经过点 $(-\frac{\pi}{4}, 0)$, 所以 $-\frac{\pi}{4} + \varphi = k\pi, k \in \mathbf{Z}$,
- 即 $\varphi = k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}$. 因为 $|\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$, 所以 $\varphi = \frac{\pi}{4}$.
- 故 $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{4})$ 4分
- (2) 因为 $\forall x \in \mathbf{R}, f(x + \frac{\pi}{4}) = f(\frac{\pi}{4} - x)$, 所以直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 为 $f(x)$ 图象的对称轴,
- 又 $f(x)$ 的图象经过点 $(-\frac{\pi}{4}, 0)$. 来源微信公众号: 高三答案
- 所以 $-\frac{\pi}{4}\omega + \varphi = k_1\pi$ ①, $\frac{\pi}{4}\omega + \varphi = k_2\pi + \frac{\pi}{2}$ ②, $k_1, k_2 \in \mathbf{Z}$ 6分



②-①得 $\frac{\pi}{2}\omega = (k_2 - k_1)\pi + \frac{\pi}{2}$, 所以 $\omega = 2(k_2 - k_1) + 1$ 7分
 因为 $k_1, k_2 \in \mathbf{Z}$, 所以 $\omega = 2n + 1 (n \in \mathbf{N})$, 即 ω 为正奇数.
 因为 $f(x)$ 在 $(\frac{7\pi}{18}, \frac{5\pi}{9})$ 上单调, 所以 $\frac{5\pi}{9} - \frac{7\pi}{18} = \frac{\pi}{6} \leq \frac{T}{2}$, 即 $T = \frac{2\pi}{\omega} \geq \frac{\pi}{3}$, 解得 $\omega \leq 6$ 8分
 当 $\omega = 5$ 时, $-\frac{5\pi}{4} + \varphi = k\pi, k \in \mathbf{Z}$. T 为 $f(x)$ 的最小正周期,
 因为 $|\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$, 所以 $\varphi = \frac{\pi}{4}$, 此时 $f(x) = \sin(5x + \frac{\pi}{4})$.
 令 $t = 5x + \frac{\pi}{4} \in (\frac{79\pi}{36}, \frac{109\pi}{36})$, $g(t) = \sin t$.
 $g(t)$ 在 $(\frac{79\pi}{36}, \frac{5\pi}{2})$ 上单调递增, 在 $(\frac{5\pi}{2}, \frac{109\pi}{36})$ 上单调递减,
 故 $f(x)$ 在 $(\frac{7\pi}{18}, \frac{5\pi}{9})$ 上不单调, 不符合题意; 9分
 当 $\omega = 3$ 时, $-\frac{3\pi}{4} + \varphi = k\pi, k \in \mathbf{Z}$.
 因为 $|\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$, 所以 $\varphi = -\frac{\pi}{4}$, 此时 $f(x) = \sin(3x - \frac{\pi}{4})$.
 令 $t = 3x - \frac{\pi}{4} \in (\frac{11\pi}{12}, \frac{17\pi}{12})$, $g(t) = \sin t$.
 $g(t)$ 在 $(\frac{11\pi}{12}, \frac{17\pi}{12})$ 上单调递减,
 故 $f(x)$ 在 $(\frac{7\pi}{18}, \frac{5\pi}{9})$ 上单调, 符合题意; 10分
 当 $\omega = 1$ 时, $-\frac{\pi}{4} + \varphi = k\pi, k \in \mathbf{Z}$.
 因为 $|\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$, 所以 $\varphi = \frac{\pi}{4}$, 此时 $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{4})$.
 令 $t = x + \frac{\pi}{4} \in (\frac{23\pi}{36}, \frac{29\pi}{36})$, $g(t) = \sin t$.
 $g(t)$ 在 $(\frac{23\pi}{36}, \frac{29\pi}{36})$ 上单调递减,
 故 $f(x)$ 在 $(\frac{7\pi}{18}, \frac{5\pi}{9})$ 上单调, 符合题意. 11分
 综上, 存在实数 ω , 使得 $f(x)$ 在 $(\frac{7\pi}{18}, \frac{5\pi}{9})$ 上单调, 且 ω 的取值集合为 $\{1, 3\}$ 12分

22. 解: (1) 依题意, $F(x) = e^x(\sin x + \cos x)$, $F'(x) = 2e^x \cos x$ 1分
 令 $F'(x) > 0$, 得 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 或 $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$; 令 $F'(x) < 0$, 得 $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$, 故 $F(x)$ 的单调增区间为 $(0, \frac{\pi}{2})$ 和 $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$;
 单调减区间为 $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ 4分
 (2) 依题意, $\forall x \geq 0, f(x) + g(x) - 2 - ax \geq 0 \Leftrightarrow h(x) = e^x + \sin x + \cos x - 2 - ax \geq 0$.
 $h'(x) = e^x + \cos x - \sin x - a$, 令 $\varphi(x) = e^x + \cos x - \sin x, x \geq 0$, 则 $\varphi'(x) = e^x - \sin x - \cos x$,
 令 $v(x) = e^x - x - 1, x \geq 0$, 则 $v'(x) = e^x - 1 \geq 0$, 即函数 $v(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增,
 于是得 $\forall x \in [0, +\infty), v(x) \geq v(0) = 0$, 即 $e^x \geq x + 1$ 5分
 则有 $x \geq 0, \varphi'(x) \geq x + 1 - \sin x - \cos x \geq x - \sin x$ 6分
 令 $u(x) = x - \sin x, x \geq 0$, 有 $u'(x) = 1 - \cos x \geq 0$, 即函数 $u(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增,
 则 $\forall x \in [0, +\infty), u(x) \geq u(0) = 0$, 即 $x - \sin x \geq 0$, 从而得 $\varphi'(x) \geq 0$, 函数 $\varphi(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 则有 $\varphi(x)_{\min} = \varphi(0) = 2$ 7分
 显然当 $x \in [0, +\infty)$ 时, $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4}) \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$, 函数 $y = e^x$ 的值域为 $[1, +\infty)$,
 于是得函数 $\varphi(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上的值域为 $[2, +\infty)$.
 当 $a \leq 2$ 时, $h'(x) = \varphi(x) - a \geq 0$, 函数 $h(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增,
 因此 $\forall x \in [0, +\infty), h(x) \geq h(0) = 0$, 则 $a \leq 2$; 9分
 当 $a > 2$ 时, 则存在 $x_0 \in (0, +\infty)$, 使得 $h'(x_0) = 0$, 显然函数 $h'(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增,
 即当 $0 < x < x_0$ 时, $h'(x) < 0$, 则函数 $h(x)$ 在 $(0, x_0)$ 上单调递减, 当 $x \in (0, x_0)$ 时, $h(x) < h(0) = 0$, 与已知矛盾.
 11分
 所以实数 a 的取值范围是 $(-\infty, 2]$ 12分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

