

咸阳市 2023 年高考模拟检测(一)

数学(文科)试题

注意事项:

1. 本试卷共 4 页, 满分 150 分, 时间 120 分钟.
2. 答卷前, 考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上.
3. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
4. 考试结束后, 监考员将答题卡按顺序收回, 装袋整理; 试题卷不回收.

第 I 卷(选择题 共 60 分)

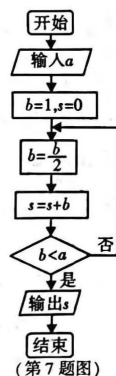
一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A = \{-2, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | -2 \leq x \leq 1\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{-2\}$ B. $\{1\}$ C. $\{-2, 0, 1\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
2. 已知复数 $z = 1 - 2i$ 的共轭复数为 \bar{z} , 则 \bar{z} 在复平面上对应的点在
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 已知两个单位向量 a, b 的夹角是 60° , 则 $|a - b| =$
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$
4. 古希腊大哲学家芝诺提出一个有名的悖论, 其大意是: “阿喀琉斯是古希腊神话中善跑的英雄, 在他和乌龟的赛跑中, 他的速度是乌龟速度的 10 倍, 乌龟在他前面 100 米爬行, 他在后面追, 但他不可能追上乌龟. 原因是在竞赛中, 追者首先必须到达被追者的出发点, 当阿喀琉斯追了 100 米时, 乌龟已在他前面爬行了 10 米, 而当他追到乌龟爬行的 10 米时, 乌龟又向前爬行了 1 米. 就这样, 乌龟会制造出无穷个起点, 它总能在起点与自己之间制造出一个距离, 不管这个距离有多小, 只要乌龟不停地向前爬行, 阿喀琉斯就永远追不上乌龟.” 试问: 在阿喀琉斯与乌龟的竞赛中, 当阿喀琉斯与乌龟相距 0.01 米时, 乌龟共爬行了
A. 11.1 米 B. 10.1 米 C. 11.11 米 D. 11 米
5. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 2y + 2 \geq 0, \\ x - y \leq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = x + y$ 的最小值为
A. -2 B. 0 C. 4 D. 1
6. 设 F 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 点 A 在 C 上, 且 A 到 C 焦点的距离为 3, 到 y 轴的距离为 2, 则 $p =$
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

咸阳市 2023 年高考数学(文科)模拟检测(一)-1-(共 4 页)

7. 执行如图所示的程序框图,若输入 $a = \frac{1}{10}$, 则输出 $s =$

- A. $\frac{15}{16}$
B. $\frac{7}{8}$
C. $\frac{3}{4}$
D. $\frac{31}{32}$



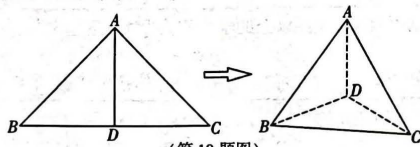
8. 已知 α, β 是两个不同平面, a, b 是两条不同直线, 则下列命题正确的是

- A. 若 $a \perp \alpha, a \perp b$, 则 $b // \alpha$
B. 若 $a // \beta, \alpha \cap \beta = b, a \perp b$, 则 $\alpha \perp \beta$
C. 若 $\alpha \perp \beta, a \perp \alpha, b \perp \beta$, 则 $a \perp b$
D. 若 $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = b, a \perp b$, 则 $a \perp \beta$

9. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 若 $A = 60^\circ, b = 1, \frac{b+c}{\sin B + \sin C} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

10. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ, AB = AC = \sqrt{2}, D$ 为 BC 的中点, 将 $\triangle ABC$ 沿 AD 折叠成三棱锥 $A-BCD$, 则该棱锥体积最大值为



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

11. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两个焦点为 F_1, F_2 , 点 $A(\sqrt{3}, 1)$ 在双曲线 C 上, 且满足 $\overrightarrow{AF_1} \cdot \overrightarrow{AF_2} = 0$, 则双曲线 C 的离心率为

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

12. 已知定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 满足: 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = -x^3 + 3x - 1$, 且 $f(x+1) = f(x-1)$, 则方程 $f(x) = \log_5(|x|+1)$ 实根个数为

- A. 6 B. 8 C. 9 D. 10

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 某校有高三学生 1 200 名, 现采用系统抽样法从中抽取 200 名学生进行核酸检测, 用电脑对这 1 200 名学生随机编号 1, 2, 3, ..., 1 200, 已知随机抽取的一个学生编号为 10, 则抽取的学生最大编号为 _____.

14. 圆心在 x 轴, 半径为 1, 且过点 $A(1, -1)$ 的圆的标准方程是_____.
15. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \cos(x+\theta) - \sin(x+\theta)$ ($-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) 是奇函数, 则 $\theta =$ _____.
16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0 \\ |\ln x|, & x > 0 \end{cases}$, 则不等式 $f(x) < 1$ 的解集为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项之积为 $S_n = 2^{\frac{n(n-1)}{2}}$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设公差不为 0 的等差数列 $\{b_n\}$ 中, $b_1 = 1$, _____, 求数列 $\{a_n + b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

请从① $b_2^2 = b_4$; ② $b_3 + b_5 = 8$ 这两个条件中选择一个条件, 补充在上面的问题中并作答.

注: 如果选择多个条件分别作答, 则按照第一个解答计分.

18. (本小题满分 12 分)

某学校为研究高三学生的身体素质与体育锻炼时间的关系, 对该校 400 名高三学生 (其中女生 220 名) 平均每天体育锻炼时间进行调查, 得到下表:

平均每天锻炼时间(分钟)	[0, 10)	[10, 20)	[20, 30)	[30, 40)	[40, 50)	[50, 60)
人数	40	72	88	100	80	20

将日平均体育锻炼时间在 40 分钟以上的学生称为“锻炼达标生”, 调查知女生有 40 人为“锻炼达标生”.

(1) 完成下面 2×2 列联表, 试问: 能否有 99.9% 以上的把握认为“锻炼达标生”与性别有关?

	锻炼达标生	锻炼不达标	合计
男			
女			
合计			400

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

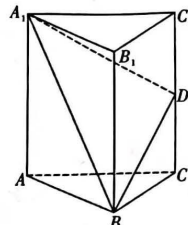
$P(K^2 \geq K_0)$	0.10	0.05	0.010	0.001
K_0	2.706	3.841	6.635	10.828

(2) 在“锻炼达标生”中用分层抽样方法抽取 5 人进行体育锻炼体会交流, 再从这 5 人中选出 2 人作重点发言, 这 2 人中至少有一名女生的概率.

19. (本小题满分 12 分)

如图,直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC=BC=AA_1$, D 为 CC_1 上的中点.

- (1)证明:平面 $A_1BD \perp$ 平面 ABB_1A_1 ;
(2)若 $\angle ACB=90^\circ$, $AB=2$,求点 B_1 到平面 A_1BD 的距离.



(第 19 题图)

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 它的四个顶点构成的四边形的面积为 4.

- (1)求椭圆 C 的方程;
(2)设过点 $M(m, 0)$ 的直线 l 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切且与椭圆 C 交于 A, B 两点,求 $|AB|$ 的最大值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{\sin x}{e^x} (x \in \mathbf{R})$.

- (1)求 $f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
(2)求证:当 $x \in [0, \pi]$ 时, $f(x) \leq x$.

(二) 选考题,共 10 分. 请考生在第 22, 23 题中任选一题作答. 如果多做,则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分)【选修 4-4:坐标系与参数方程】

在直角坐标系 xOy 中,直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} (t \text{ 为参数})$,以坐标原点为极点, x 轴正

半轴为极轴建立极坐标系,已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 4 \sin \theta$.

- (1)写出曲线 C 的直角坐标方程;
(2)设直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点,若 $P(1, 2)$,求 $|PA| + |PB|$ 的值.

23. (本小题满分 10 分)【选修 4-5:不等式选讲】

已知 $f(x) = |2x-1| + |2x+2|$.

- (1)解不等式 $f(x) \leq 4$;
(2)设 $f(x)$ 的最小值为 m ,且 $\frac{1}{a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{3c} = m (a, b, c \in \mathbf{R}^+)$,求证: $a+2b+3c \geq 3$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

