保密★开考前

贵阳市2024届高三年级摸底考试试卷

数 学

2023.8

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分，满分150分.考试时间为120分钟.

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将姓名、报名号、座位号用钢笔填写在答题卡相应位置上.

2. 回答第I卷时，选出每小题答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号.写在本试卷上无效.

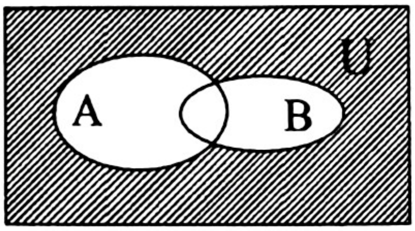
3. 回答第II卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.

4. 请保持答题卡平整，不能折叠.考试结束后，监考老师将试题卷、答题卡一并收回.

第I卷（选择题 共60分）

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知全集$U=R$,集合$A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 3\}$,$B=\{y|y=2^x,x\in R\}$,则下图阴影部分所对应的集合为



A．$\{x|x<-1\}$　　B．$\{x|x\leqslant -1\}$

C．$\{x|x\leqslant 0$或$x>3\}$　　D．$\{x|0<x\leqslant 3\}$

2．已知$(1+i)z=1$（i为虚数单位），则$|z|=$

A．1　　B．$\sqrt{2}$

C．2　　D．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

3．2023年5月,浙江卫视《奔跑吧11》第四期节目打卡爽爽的贵阳城.周深在内的兄弟团成员和以刘宇等为成员的INTO1组合与来自贵阳社会各界的400位青年一起在贵州大学体育馆唱响了一场“青春歌会”.节目组在前期准备工作中统计出了排名靠前的10首人们喜欢的赞颂青春的歌曲.在活动中，兄弟团成员要从这10首歌曲中竞猜排名前5名的歌曲，则在竞猜中恰好猜对2首歌曲的概率为

A．$\dfrac{32}{63}$　　B．$\dfrac{25}{63}$

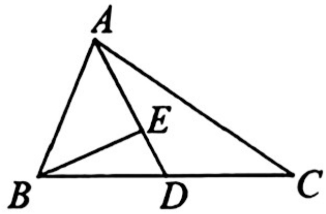
C．$\dfrac{5}{126}$　　D．$\dfrac{1}{252}$

4．已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n.若$S_1=3$，$\dfrac{S_2}{2}+\dfrac{S_4}{4}=18$，则$S_5=$

A．21　　B．48

C．75　　D．83

5．如图，在$\triangle ABC$中，点D为线段BC的中点，点E是线段AD上靠近D的三等分点，则$\overrightarrow{BE}=$



A．$-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$　　B．$-\dfrac{5}{6}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

C．$\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$　　D．$\dfrac{5}{6}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

6．转子发动机采用三角转子旋转运动来控制气体的压缩与排放.如图，三角转子的外形是有三条侧棱的曲面棱柱（如图1），且侧棱垂直于底面，底面是以正三角形的三个顶点为圆心，以正三角形的边长为半径画圆弧构成的曲边三角形（如图2），正三角形的顶点称为曲边三角形的顶点，侧棱长为曲面棱柱的高.记该曲面棱柱的底面积为S,高为h,已知曲面棱柱的体积$V=Sh$,若$AB=\sqrt{6}$,$h=1$,则曲面棱柱的体积为

A．$2\pi-2\sqrt{2}$

B．$3\pi-2\sqrt{2}$

C．$2\pi-3\sqrt{3}$

D．$3\pi-3\sqrt{3}$

图1

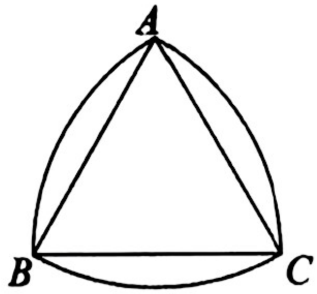


图2

7．直线l经过抛物线$y^2=6x$的焦点F，且与抛物线交于A,B两点.若$|AF|=3|BF|$,则$|AB|=$

A．4　　　　B．$\dfrac{9}{2}$

C．8　　　　D．$\dfrac{9}{4}$

8．已知$a=\ln\dfrac{4}{3},b=\dfrac{2}{7},c=\sin\dfrac{2}{7}$，则

A．$a<b<c$　　　　B．$c<b<a$

C．$b<a<c$　　　　D．$a<c<b$

二、选择题：本题共4个小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9．已知二项式$(3x-1)^n$的展开式中各项的系数的和为128，则下列结论中正确的有

A．展开式共有7项

B．所有二项式系数的和为128

C．只有第4项的二项式系数最大

D．展开式的常数项为-1

10．声音是由物体振动产生的声波，纯音的数学模型是函数$y=A\sin\omega t$，我们听到的声音是由纯音合成，称为复合音.若一个复合音的数学模型是函数$f(x)=\sin\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}\sin x$，则下列结论中正确的是

A．$f(x)$是奇函数

B．$f(x)$在区间$(0,2\pi)$内有最大值$\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$

C．$f(x)$的周期是2π

D．$f(x)$在区间$(0,2\pi)$内有一个零点

11．已知曲线$C:\dfrac{x^2}{4-m}+\dfrac{y^2}{m}=1$的焦点为$F_1,F_2$，点$P$为曲线$C$上一动点，则下列叙述正确的是

A．若$m=1$，则$\triangle PF_1F_2$的内切圆半径的最大值为$\sqrt{6}-2$

B．若$m=3$，则曲线C的焦点坐标分别是$F_1(-\sqrt{2},0),F_2(\sqrt{2},0)$

C．若曲线C的离心率为$e=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，则$m=-2$或$m=6$

D．若曲线C是双曲线，且一条渐近线的倾斜角为$\dfrac{\pi}{3}$，则$m=-2$

12．如图，一块边长为$10cm$正方形铁片上有四个以O为顶点的全等的等腰三角形（如图1），将这4个等腰三角形裁下来，然后用余下的四块阴影部分沿虚线折叠，使得A,A'重合，B,B'重合，C,C'重合，D,D'重合，P_1,P_2,P_3,P_4重合为点P，得到正四棱锥$O-ABCD$（如图2）．则在正四棱锥$O-ABCD$中，以下结论正确的是

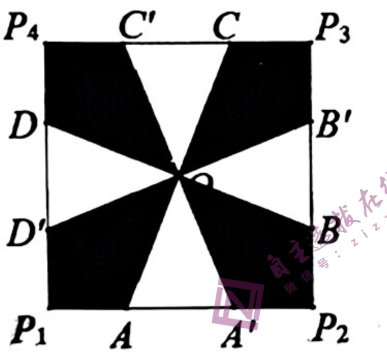


图 1

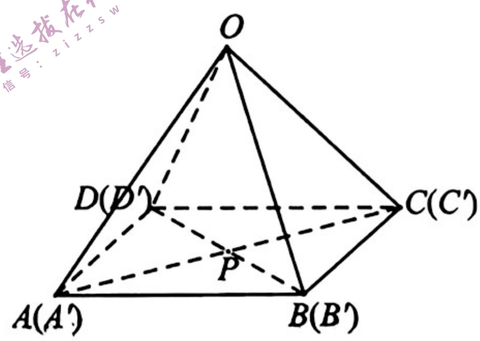


图 2

A．平面$OAC\perp$平面OBD

B．$AD//$平面OBC

C．当$AP=2cm$时,该正四棱锥内切球的表面积为$\dfrac{6}{5}\pi(cm^2)$

D．当正四棱锥的体积取到最大值时,$AP=4(cm)$

第II卷(非选择题 共 90 分)

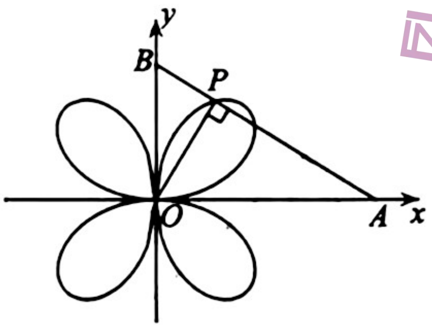
三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．已知角 α 的顶点在坐标原点，始边与 x 轴的非负半轴重合，点 $(-1,\sqrt{3})$ 在角 α 的终边上，则 $\sin 2\alpha=$________.

14. 已知随机变量 X,Y，其中 $X\sim B(6,\frac{1}{3}),Y\sim N(\mu,\sigma^2)$.若 $E(X)=E(Y),P(|Y|<2)=0.3$，则 $P(Y>6)=$________.

15．若函数 $f(x)=x^3-\frac{1}{2}ax^2+x$ 在 $[1,3]$ 上存在单调递减区间，则实数 a 的取值范围为________.

16．如图，A,B 两点分别在 x,y 轴上滑动，$OP\perp AB$，P 为垂足，P 点轨迹形成“四叶草”的图形，若 $AB=2$，则 $\triangle OAP$ 的面积最大值为__________.



四、解答题：共6个小题，满分70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 10 分）

设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.已知 $4a_n-3S_n=n$.

（1）证明：数列 $\{a_n+\frac{1}{3}\}$ 是等比数列；

（2）设 $b_n=\log_2(3a_n+1)$，求数列 $\{\frac{1}{b_nb_{n+1}}\}$ 的前 n 项和 T_n.

18.（本小题满分 12 分）

在锐角$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c.

①$2a\cos B+b-2c=0$；②$\dfrac{\cos C}{\cos B}+\dfrac{c}{b}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin 2B}$；③$\tan B=\dfrac{\tan C+\sqrt{3}}{\sqrt{3}\tan C-1}$.

在以上三个条件中选择一个，并作答.

（1）求角A；

（2）已知ΔABC的面积为$\sqrt{3}$，AD是BC边上的中线，求AD的最小值.

19.（本小题满分 12 分）

某校高一、高二、高三年级的学生人数之比为3:3:4，三个年级的学生都报名参加公益志愿活动，经过选拔，高一年级有$\dfrac{1}{3}$的学生成为公益活动志愿者，高二、高三年级各有$\dfrac{1}{4}$的学生成为公益活动志愿者.

（1）设事件$B=$“在三个年级中随机抽取的1名学生是志愿者”；事件$A_i=$“在三个年级中随机抽取1名学生，该生来自高i年级”（$i=1,2,3$）. 请完成下表中不同事件的概率：

事件概率	$P(A_1)$	$P(A_2)$	$P(A_3)$	$P(B\mid A_1)$	$P(B\mid A_2)$	$P(B\mid A_3)$	$P(B)$
概率值				$\dfrac{1}{3}$			

（2）若在三个年级中随机抽取1名学生是志愿者，根据以上表中所得数据，求该学生来自于高一年级的概率.

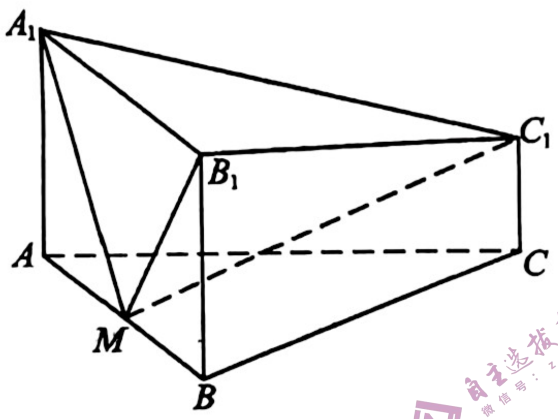
20.（本小题满分 12 分）

如图，$\triangle ABC$ 是正三角形，四边形 ABB_1A_1 是矩形，平面 $ABB_1A_1 \perp$ 平面 ABC，

$CC_1 \perp$ 平面 ABC，点 M 为 AB 中点，$AB=2$，$AA_1=2CC_1$.

（1）设直线 l 为平面 ABC 与平面 $A_1B_1C_1$ 的交线，求证：$l // AB$；

（2）若三棱锥 $M-A_1B_1C_1$ 的体积为 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，求平面 MB_1C_1 与平面 ABB_1A_1 夹角的余弦值.



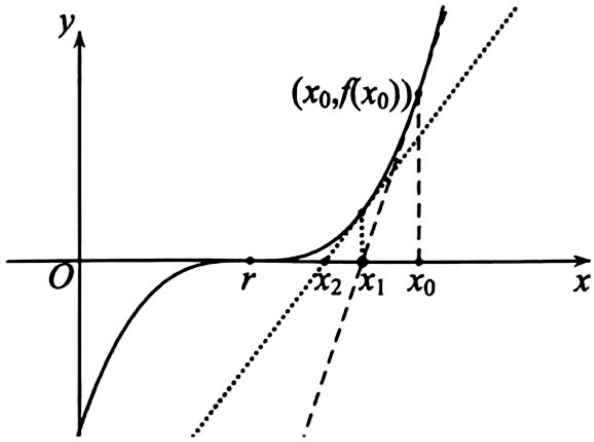
21.（本小题满分 12 分）

在直角坐标平面内，已知 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，动点 P 满足条件：直线 PA 与直线 PB 斜率之积等于 $-\dfrac{1}{2}$，记动点 P 的轨迹为 E.

（1）求 E 的方程；

（2）过直线 $l: x=4$ 上任意一点 Q 作直线 QA 与 QB，分别交 E 于 M，N 两点，则直线 MN 是否过定点？若是，求出该点坐标；若不是，说明理由.

22.（本小题满分 12 分）



牛顿迭代法是牛顿在 17 世纪提出的一种在实数域和复数域上近似求解方程的方法.比如，我们可以先猜想某个方程 $f(x)=0$ 的其中一个根 r 在 $x=x_0$ 的附近，如图所示，然后在点 $(x_0,f(x_0))$ 处作 $f(x)$ 的切线，切线与 x 轴交点的横坐标就是 x_1，用 x_1 代替 x_0 重复上面的过程得到 x_2；一直继续下去，得到 $x_0,x_1,x_2,\ldots,x_n$.从图形上我们可以看到 x_1 较 x_0 接近 r，x_2 较 x_1 接近 r，等等.显然，它们会越来越逼近 r.于是，求 r 近似解的过程转化为求 x_n，若设精度为 ε，则把首次满足 $|x_n-x_{n-1}|<\varepsilon$ 的 x_n 称为 r 的近似解.

已知函数 $f(x)=x^3+(a-2)x+a$，$a\in\boldsymbol{R}$.

（1）当 $a=1$ 时，试用牛顿迭代法求方程 $f(x)=0$ 满足精度 $\varepsilon=0.5$ 的近似解（取 $x_0=-1$，且结果保留小数点后第二位）；

（2）若 $f(x)-x^3+x^2\ln x\geqslant 0$，求 a 的取值范围.