

数 学 试 题

一、选择题:本题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合要求的。

1. 在实数 $\sqrt{2}$, $\frac{1}{2}$, 0, -1 中,最小的数是

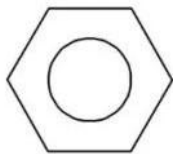
A. -1

B. 0

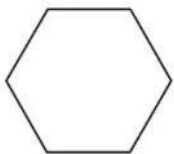
C. $\frac{1}{2}$

D. $\sqrt{2}$

2. 如图所示的六角螺栓,其俯视图是



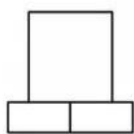
A



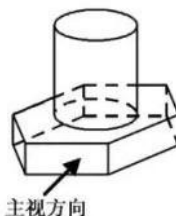
B



C



D



主视方向

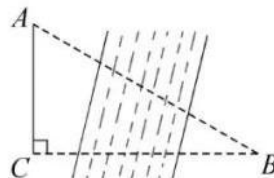
3. 如图,某研究性学习小组为测量学校 A 与河对岸工厂 B 之间的距离,在学校附近选一点 C,利用测量仪器测得 $\angle A=60^\circ$, $\angle C=90^\circ$, $AC=2$ km. 据此,可求得学校与工厂之间的距离 AB 等于

A. 2 km

B. 3 km

C. $2\sqrt{3}$ km

D. 4 km



4. 下列运算正确的是

A. $2a - a = 2$

B. $(a - 1)^2 = a^2 - 1$

C. $a^6 \div a^3 = a^2$

D. $(2a^3)^2 = 4a^6$

5. 某校为推荐一项作品参加“科技创新”比赛,对甲、乙、丙、丁四项候选作品进行量化评分,具体成绩(百分制)如下表:

项目 \ 作品	甲	乙	丙	丁
创新性	90	95	90	90
实用性	90	90	95	85

如果按照创新性占 60%,实用性占 40% 计算总成绩,并根据总成绩择优推荐,那么应推荐的作品是

A. 甲

B. 乙

C. 丙

D. 丁

6. 某市 2018 年底森林覆盖率为 63%. 为贯彻落实“绿水青山就是金山银山”的发展理念,该市大力开展植树造林活动,2020 年底森林覆盖率达到 68%. 如果这两年森林覆盖率的年平均增长率为 x ,那么,符合题意的方程是

A. $0.63(1+x) = 0.68$

B. $0.63(1+x)^2 = 0.68$

C. $0.63(1+2x) = 0.68$

D. $0.63(1+2x)^2 = 0.68$

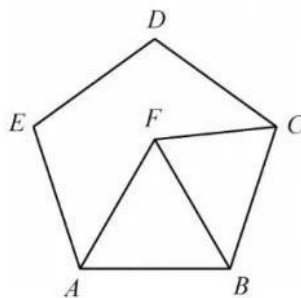
7. 如图,点 F 在正五边形 ABCDE 的内部, $\triangle ABF$ 为等边三角形,则 $\angle AFC$ 等于

A. 108°

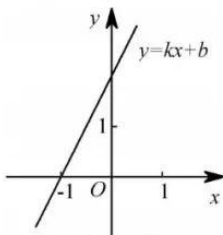
B. 120°

C. 126°

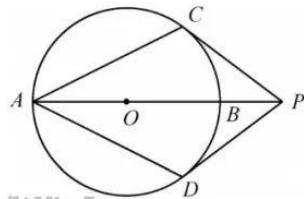
D. 132°



8. 如图,一次函数 $y=kx+b$ ($k>0$) 的图象过点 $(-1,0)$, 则不等式 $k(x-1)+b>0$ 的解集是



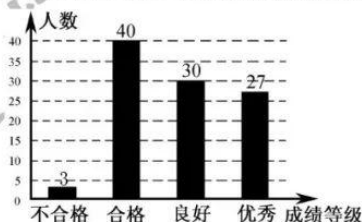
- A. $x > -2$ B. $x > -1$ C. $x > 0$ D. $x > 1$
9. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 P 在 AB 的延长线上, PC, PD 与 $\odot O$ 相切, 切点分别为 C, D . 若 $AB=6, PC=4$, 则 $\sin \angle CAD$ 等于



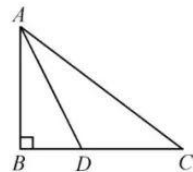
- A. $\frac{3}{5}$
B. $\frac{2}{3}$
C. $\frac{3}{4}$
D. $\frac{4}{5}$
10. 二次函数 $y=ax^2-2ax+c$ ($a>0$) 的图象过 $A(-3, y_1), B(-1, y_2), C(2, y_3), D(4, y_4)$ 四个点, 下列说法一定正确的是
- A. 若 $y_1 y_2 > 0$, 则 $y_3 y_4 > 0$ B. 若 $y_1 y_4 > 0$, 则 $y_2 y_3 > 0$
C. 若 $y_2 y_4 < 0$, 则 $y_1 y_3 < 0$ D. 若 $y_3 y_4 < 0$, 则 $y_1 y_2 < 0$

二、填空题: 本题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分。

11. 若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象过点 $(1,1)$, 则 k 的值等于_____.
12. 写出一个无理数 x , 使得 $1 < x < 4$, 则 x 可以是_____. (只要写出一个满足条件的 x 即可)
13. 某校共有 1 000 名学生. 为了解学生的中长跑成绩分布情况, 随机抽取 100 名学生的中长跑成绩, 画出条形统计图, 如图. 根据所学的统计知识可估计该校中长跑成绩优秀的学生人数是_____.

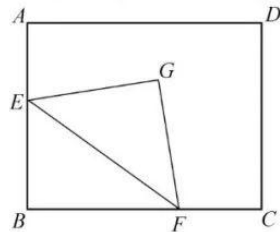


14. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线. 若 $\angle B=90^\circ, BD=\sqrt{3}$, 则点 D 到 AC 的距离是_____.



15. 已知非零实数 x, y 满足 $y=\frac{x}{x+1}$, 则 $\frac{x-y+3xy}{xy}$ 的值等于_____.

16. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4, AD=5$, 点 E, F 分别是边 AB, BC 上的动点, 点 E 不与 A, B 重合, 且 $EF=AB, G$ 是五边形 $AEFCD$ 内满足 $GE=GF$ 且 $\angle EGF=90^\circ$ 的点. 现给出以下结论:



- ① $\angle GEB$ 与 $\angle GFB$ 一定互补;
② 点 G 到边 AB, BC 的距离一定相等;
③ 点 G 到边 AD, DC 的距离可能相等;
④ 点 G 到边 AB 的距离的最大值为 $2\sqrt{2}$.

其中正确的是_____. (写出所有正确结论的序号)

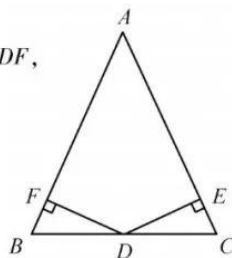
三、解答题: 本题共 9 小题, 共 86 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (8 分)

计算: $\sqrt{12} + |\sqrt{3} - 3| - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.

18. (8 分)

如图,在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 上的点, $DE \perp AC$, $DF \perp AB$,垂足分别为 E, F ,且 $DE=DF$, $CE=BF$. 求证: $\angle B = \angle C$.



19. (8 分)

$$\text{解不等式组: } \begin{cases} x \geq 3 - 2x, & \text{①} \\ \frac{x-1}{2} - \frac{x-3}{6} < 1. & \text{②} \end{cases}$$

20. (8 分)

某公司经营某种农产品,零售一箱该农产品的利润是 70 元,批发一箱该农产品的利润是 40 元.

(1) 已知该公司某月卖出 100 箱这种农产品共获利润 4 600 元,问:该公司当月零售、批发这种农产品的箱数分别是多少?

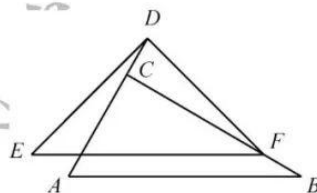
(2) 经营性质规定,该公司零售的数量不能多于总数量的 30%. 现该公司要经营 1 000 箱这种农产品,问:应如何规划零售和批发的数量,才能使总利润最大? 最大总利润是多少?

21. (8 分)

如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$. 线段 EF 是由线段 AB 平移得到的,点 F 在边 BC 上, $\triangle EFD$ 是以 EF 为斜边的等腰直角三角形,且点 D 恰好在 AC 的延长线上.

(1) 求证: $\angle ADE = \angle DFC$;

(2) 求证: $CD=BF$.

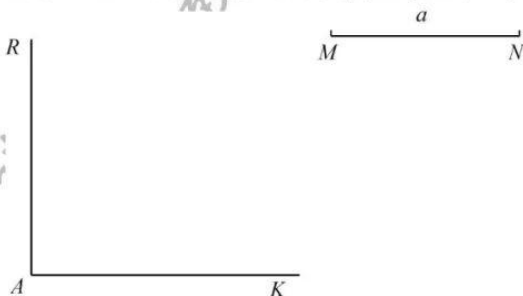


22. (10 分)

如图,已知线段 $MN=a$, $AR \perp AK$,垂足为 A .

(1) 求作四边形 $ABCD$,使得点 B, D 分别在射线 AK, AR 上,且 $AB=BC=a$, $\angle ABC=60^\circ$, $CD \parallel AB$; (要求:尺规作图,不写作法,保留作图痕迹)

(2) 设 P, Q 分别为(1)中四边形 $ABCD$ 的边 AB, CD 的中点,求证:直线 AD, BC, PQ 相交于同一点.



23. (10 分)

“田忌赛马”的故事闪烁着我国古代先贤的智慧光芒. 该故事的大意是:齐王有上、中、下三匹马 A_1, B_1, C_1 ,田忌也有上、中、下三匹马 A_2, B_2, C_2 ,且这六匹马在比赛中的胜负可用不等式表示如下: $A_1 > A_2 > B_1 > B_2 > C_1 > C_2$ (注: $A > B$ 表示 A 马与 B 马比赛, A 马获胜). 一天,齐王找田忌赛马,约定:每匹马都出场比赛一局,共赛三局,胜两局者获得整场比赛的胜利. 面对劣势,田忌事先了解到齐王三局比赛的“出马”顺序为上马、中马、下马,并采用孙臧的策略:分别用下马、上马、中马与齐王的上马、中马、下马比赛,即借助对阵 $(C_2 A_1, A_2 B_1, B_2 C_1)$ 获得了整场比赛的胜利,创造了以弱胜强的经典案例.

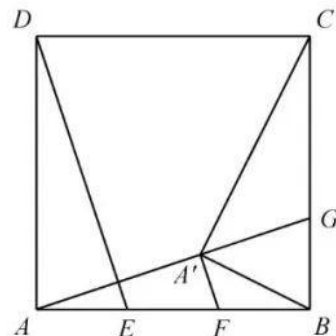
假设齐王事先不打探田忌的“出马”情况,试回答以下问题:

(1) 如果田忌事先只打探到齐王首局将出“上马”,他首局应出哪种马才可能获得整场比赛的胜利? 并求其获胜的概率;

(2) 如果田忌事先无法打探到齐王各局的“出马”情况,他是否必败无疑? 若是,请说明理由;若不是,请列出田忌获得整场比赛胜利的所有对阵情况,并求其获胜的概率.

24. (12 分)

如图,在正方形 $ABCD$ 中, E,F 为边 AB 上的两个三等分点,点 A 关于 DE 的对称点为 A' , AA' 的延长线交 BC 于点 G .



(1) 求证: $DE \parallel A'F$;

(2) 求 $\angle GA'B$ 的大小;

(3) 求证: $A'C = 2A'B$.

25. (14 分)

已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴只有一个公共点.

(1) 若抛物线过点 $P(0,1)$, 求 $a + b$ 的最小值;

(2) 已知点 $P_1(-2,1)$, $P_2(2,-1)$, $P_3(2,1)$ 中恰有两点在抛物线上.

① 求抛物线的解析式;

② 设直线 $l: y = kx + 1$ 与抛物线交于 M, N 两点, 点 A 在直线 $y = -1$ 上, 且 $\angle MAN = 90^\circ$, 过点 A 且与 x 轴垂直的直线分别交抛物线和 l 于点 B, C .

求证: $\triangle MAB$ 与 $\triangle MBC$ 的面积相等.



数学试题参考答案

一、选择题: 本题考查基础知识与基本技能。每小题 4 分, 满分 40 分。

1. A 2. A 3. D 4. D 5. B
6. B 7. C 8. C 9. D 10. C

二、填空题: 本题考查基础知识与基本技能。每小题 4 分, 满分 24 分。

11. 1 12. 答案不唯一(如 $\sqrt{2}, \pi, 1.010010001\cdots$ 等)
13. 270 14. $\sqrt{3}$
15. 4 16. ①②④

三、解答题: 本题共 9 小题, 共 86 分。

17. 本小题考查二次根式的化简、绝对值的意义、有理数负指数幂等基础知识, 考查运算能力。满分 8 分。

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= 2\sqrt{3} + (3 - \sqrt{3}) - 3 \\ &= 2\sqrt{3} + 3 - \sqrt{3} - 3 \\ &= \sqrt{3}.\end{aligned}$$

说明: 本参考答案仅给出一种解法供参考。

18. 本小题考查垂线的性质、全等三角形的判定与性质、等腰三角形的性质等基础知识, 考查推理能力、空间观念与几何直观。满分 8 分。

证明: $\because DE \perp AC, DF \perp AB,$

$$\therefore \angle DEC = \angle DFB = 90^\circ.$$

$$\text{在 } \triangle DEC \text{ 和 } \triangle DFB \text{ 中, } \begin{cases} DE = DF, \\ \angle DEC = \angle DFB, \\ CE = BF, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DEC \cong \triangle DFB,$$

$$\therefore \angle B = \angle C.$$

说明: 本参考答案仅给出一种解法供参考。

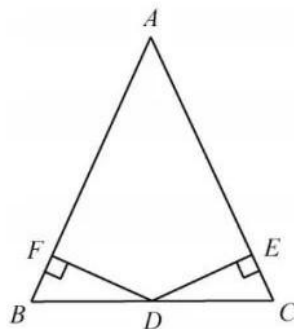
19. 本小题考查一元一次不等式组的解法等基础知识, 考查运算能力。满分 8 分。

解: 解不等式①, 得 $x \geq 1$.

解不等式②, 得 $x < 3$.

所以原不等式组的解集是 $1 \leq x < 3$.

说明: 本参考答案仅给出一种解法供参考。



20. 本小题考查列方程(组)解应用题、二元一次方程组的解法、一次函数的性质等基础知识,考查运算能力、应用意识,考查函数与方程思想. 满分 8 分.

解:(1) 设该公司当月零售农产品 x 箱, 批发农产品 y 箱.

$$\text{依题意, 得 } \begin{cases} 70x + 40y = 4600, \\ x + y = 100, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x = 20, \\ y = 80. \end{cases}$$

所以该公司当月零售农产品 20 箱, 批发农产品 80 箱.

- (2) 设该公司零售农产品 m 箱, 获得总利润 w 元.

则批发农产品的数量为 $(1000 - m)$ 箱,

$$\text{依题意, 得 } w = 70m + 40(1000 - m) = 30m + 40000, m \leq 300.$$

因为 $30 > 0$, 所以 w 随着 m 的增大而增大,

所以 $m = 300$ 时, w 取得最大值 49000 元,

此时 $1000 - m = 700$.

所以该公司应零售农产品 300 箱、批发农产品 700 箱才能使总利润最大, 最大总利润是 49000 元.

说明: 本参考答案仅给出一种解法供参考.

21. 本小题考查平移的性质、直角三角形和等腰三角形的性质、全等三角形的判定和性质, 考查推理能力、空间观念与几何直观, 考查化归与转化思想. 满分 8 分.

证明:(1) 在等腰直角三角形 EDF 中, $\angle EDF = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ADE + \angle ADF = 90^\circ.$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DFC + \angle ADF = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle DFC.$$

- (2) 连接 AE .

由平移的性质得 $AE \parallel BF, AE = BF$.

$$\therefore \angle EAD = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCF = 180^\circ - \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle DCF.$$

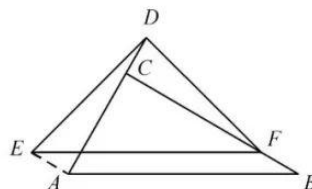
$\because \triangle EDF$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore DE = DF.$$

由(1)得 $\angle ADE = \angle DFC$,

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle CDF,$$

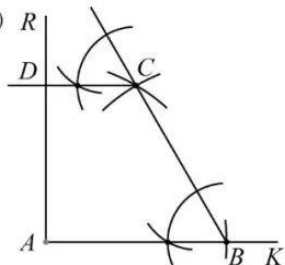
$$\therefore AE = CD, \therefore CD = BF.$$



说明: 本参考答案仅给出一种解法供参考.

22. 本小题考查尺规作图、等边三角形的判定与性质、直角三角形的性质、平行线的判定与性质、相似三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、矩形的判定与性质等基础知识, 考查推理能力、空间观念与几何直观, 考查化归与转化思想. 满分 10 分.

解:(1)



四边形 $ABCD$ 是所求作的四边形.

(2) 设直线 BC 与 AD 相交于点 S ,

$\because DC \parallel AB, \therefore \triangle SBA \sim \triangle SCD$,

$$\therefore \frac{SA}{SD} = \frac{AB}{DC}.$$

设直线 PQ 与 AD 相交于点 S' ,

$$\text{同理} \frac{S'A}{S'D} = \frac{PA}{QD}.$$

$\because P, Q$ 分别为 AB, CD 的中点,

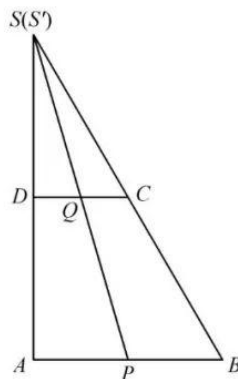
$$\therefore PA = \frac{1}{2}AB, QD = \frac{1}{2}DC,$$

$$\therefore \frac{PA}{QD} = \frac{AB}{DC}, \therefore \frac{S'A}{S'D} = \frac{SA}{SD},$$

$$\text{即} \frac{S'D + AD}{S'D} = \frac{SD + AD}{SD}, \therefore \frac{AD}{S'D} = \frac{AD}{SD},$$

$\therefore S'D = SD$, 故点 S 与 S' 重合, 即三条直线 AD, BC, PQ 相交于同一点.

说明: 本参考答案仅给出一种解法供参考.



23. 本小题考查简单随机事件的概率等基础知识, 考查推理能力、应用意识, 考查统计与概率思想. 满分 10 分.

解: (1) 田忌首局应出“下马”才可能在整场比赛中获胜.

此时, 比赛的所有可能对阵为: $(C_2A_1, A_2B_1, B_2C_1), (C_2A_1, B_2C_1, A_2B_1), (C_2A_1, B_2B_1, A_2C_1), (C_2A_1, A_2C_1, B_2B_1)$, 共四种,

其中田忌获胜的对阵有 $(C_2A_1, A_2B_1, B_2C_1), (C_2A_1, B_2C_1, A_2B_1)$, 共两种,

故此时田忌获胜的概率为 $P_1 = \frac{1}{2}$.

(2) 不是.

齐王的出马顺序为 A_1, B_1, C_1 时, 田忌获胜的对阵是 (C_2A_1, A_2B_1, B_2C_1) ;

齐王的出马顺序为 A_1, C_1, B_1 时, 田忌获胜的对阵是 (C_2A_1, B_2C_1, A_2B_1) ;

齐王的出马顺序为 B_1, A_1, C_1 时, 田忌获胜的对阵是 (A_2B_1, C_2A_1, B_2C_1) ;

齐王的出马顺序为 B_1, C_1, A_1 时, 田忌获胜的对阵是 (A_2B_1, B_2C_1, C_2A_1) ;

齐王的出马顺序为 C_1, A_1, B_1 时, 田忌获胜的对阵是 (B_2C_1, C_2A_1, A_2B_1) ;

齐王的出马顺序为 C_1, B_1, A_1 时, 田忌获胜的对阵是 (B_2C_1, A_2B_1, C_2A_1) .

综上所述, 田忌获胜的所有对阵是 $(C_2A_1, A_2B_1, B_2C_1), (C_2A_1, B_2C_1, A_2B_1), (A_2B_1, C_2A_1, B_2C_1), (A_2B_1, B_2C_1, C_2A_1), (B_2C_1, C_2A_1, A_2B_1), (B_2C_1, A_2B_1, C_2A_1)$.

齐王的出马顺序为 A_1, B_1, C_1 时, 比赛的所有可能对阵是 $(A_2A_1, B_2B_1, C_2C_1), (A_2A_1, C_2B_1, B_2C_1), (B_2A_1, A_2B_1, C_2C_1), (B_2A_1, C_2B_1, A_2C_1), (C_2A_1, A_2B_1, B_2C_1), (C_2A_1, B_2B_1, A_2C_1)$, 共 6 种, 同理, 齐王的其他各种出马顺序, 也都分别有相应的 6 种可能对阵, 所以, 此时田忌获胜的

概率 $P_2 = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

说明: 本参考答案仅给出一种解法供参考.

24. 本小题考查正方形的性质、轴对称的性质、多边形内角与外角的关系、全等三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质、平行线的判定与性质、三角形中位线定理、圆的基本概念与性质、解直角三角形等基础知识, 考查推理能力、运算能力, 考查空间观念与几何直观, 考查化归与转化思想. 满分 12 分.

解: (1) 设直线 DE 与 AA' 相交于点 T ,

$\because$ 点 A 与 A' 关于 DE 对称,

$\therefore DE$ 垂直平分 AA' , 即 $DE \perp AA', AT = TA'$.

$\because E, F$ 为 AB 边上的两个三等分点,

$\therefore AE = EF$,

$\therefore ET$ 是 $\triangle AA'F$ 的中位线,

$\therefore ET \parallel A'F$, 即 $DE \parallel A'F$.

(2) 连接 FG , $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AD=AB, \angle DAB=\angle ABG=90^\circ, \angle DAT+\angle BAG=90^\circ,$$

$$\because DE \perp AA', \therefore \angle DTA=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADT+\angle DAT=90^\circ, \therefore \angle ADT=\angle BAG.$$

$$\therefore \triangle DAE \cong \triangle ABG,$$

$$\therefore AE=BG, \text{ 又 } AE=EF=FB,$$

$$\therefore FB=BG,$$

$$\therefore \triangle FBG \text{ 是等腰直角三角形,}$$

$$\therefore \angle GFB=45^\circ.$$

$$\because DE \parallel A'F, \therefore A'F \perp AA',$$

$$\therefore \angle FA'G=90^\circ.$$

取 FG 的中点 O , 连接 OA', OB ,

在 $\text{Rt}\triangle A'FG$ 和 $\text{Rt}\triangle BFG$ 中,

$$OA'=OF=OG=\frac{1}{2}FG, OB=OF=OG=\frac{1}{2}FG,$$

$$\therefore OA'=OF=OG=OB,$$

$$\therefore \text{点 } A', F, B, G \text{ 都在以 } FG \text{ 为直径的 } \odot O \text{ 上,}$$

$$\therefore \angle GA'B=\angle GFB=45^\circ.$$

(3) 设 $AB=3a$, 则 $AD=BC=3a, AF=2a, AE=BF=a$.

由(2)得 $BG=AE=a$,

$$\therefore \tan \angle BAG = \frac{BG}{AB} = \frac{a}{3a} = \frac{1}{3}, \text{ 即 } \tan \angle A'AF = \frac{1}{3}, \therefore \frac{A'F}{AA'} = \frac{1}{3}.$$

设 $A'F=k$, 则 $AA'=3k$, 在 $\text{Rt}\triangle A'AF$ 中, 由勾股定理, 得 $AF = \sqrt{AA'^2 + A'F^2} = \sqrt{10}k$,

$$\therefore \sqrt{10}k = 2a, k = \frac{\sqrt{10}a}{5}, A'F = \frac{\sqrt{10}a}{5}.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABG$ 中, 由勾股定理, 得 $AG = \sqrt{AB^2 + BG^2} = \sqrt{10}a$.

$$\text{又 } AA' = 3k = \frac{3\sqrt{10}a}{5}, \therefore A'G = AG - AA' = \sqrt{10}a - \frac{3\sqrt{10}a}{5} = \frac{2\sqrt{10}a}{5},$$

$$\therefore \frac{A'F}{A'G} = \frac{\frac{\sqrt{10}a}{5}}{\frac{2\sqrt{10}a}{5}} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore CG = BC - GB = 2a, \therefore \frac{BF}{CG} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}, \therefore \frac{A'F}{A'G} = \frac{BF}{CG} = \frac{1}{2}.$$

由(2)知, $\angle A'FB + \angle A'GB = 180^\circ$,

$$\text{又 } \angle A'GC + \angle A'GB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A'FB = \angle A'GC,$$

$$\therefore \triangle A'FB \sim \triangle A'GC,$$

$$\therefore \frac{A'B}{A'C} = \frac{BF}{CG} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore A'C = 2A'B.$$

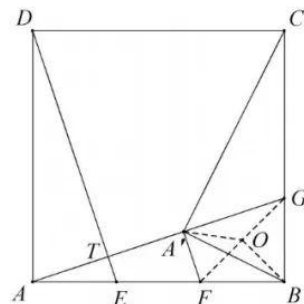
说明: 本参考答案仅给出一种解法供参考.

25. 本小题考查一次函数和二次函数的图象与性质、相似三角形的判定与性质、三角形面积等基础知识, 考查运算能力、推理能力、空间观念与几何直观、创新意识, 考查函数与方程思想、数形结合思想及化归与转化思想. 满分 14 分.

解: 因为抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴只有一个公共点,

所以方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个相等的实数根,

所以 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, 即 $b^2 = 4ac$.



(1) 因为抛物线过点 $P(0,1)$, 所以 $c=1$,

所以 $b^2=4a$, 即 $a=\frac{b^2}{4}$.

所以 $a+b=\frac{b^2}{4}+b=\frac{1}{4}(b+2)^2-1$,

当 $b=-2$ 时, $a+b$ 取到最小值 -1 .

(2) ① 因为抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴只有一个公共点,

所以抛物线上的点只能落在 x 轴的同侧.

又点 $P_1(-2,1), P_2(2,-1), P_3(2,1)$ 中恰有两点在抛物线的图象上,

所以只能是 $P_1(-2,1), P_3(2,1)$ 在抛物线的图象上,

由对称性可得抛物线的对称轴为 $x=0$, 所以 $b=0$,

即 $ac=0$, 因为 $a \neq 0$, 所以 $c=0$.

又点 $P_1(-2,1)$ 在抛物线的图象上, 所以 $4a=1, a=\frac{1}{4}$,

故抛物线的解析式为 $y=\frac{1}{4}x^2$.

② 由题意设 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2), A(x_0, -1)$, 则 $y_1=kx_1+1, y_2=kx_2+1$.

记直线 $y=-1$ 为 m , 分别过 M, N 作 $ME \perp m, NF \perp m$, 垂足分别为 E, F ,

即 $\angle MEA = \angle AFN = 90^\circ$,

因为 $\angle MAN = 90^\circ$, 所以 $\angle MAE + \angle NAF = 90^\circ$.

又 $\angle MAE + \angle EMA = 90^\circ$, 所以 $\angle EMA = \angle NAF$, 所以 $\triangle AME \sim \triangle NAF$.

所以 $\frac{AE}{NF} = \frac{ME}{AF}$, 所以 $\frac{x_0-x_1}{y_2+1} = \frac{y_1+1}{x_2-x_0}$, 即 $(y_1+1)(y_2+1) + (x_1-x_0)(x_2-x_0) = 0$.

所以 $(kx_1+2)(kx_2+2) + (x_1-x_0)(x_2-x_0) = 0$,

即 $(k^2+1)x_1x_2 + (2k-x_0)(x_1+x_2) + x_0^2 + 4 = 0$. ①

把 $y=kx+1$ 代入 $y=\frac{1}{4}x^2$, 得 $x^2-4kx-4=0$,

解得 $x_1=2k-2\sqrt{k^2+1}, x_2=2k+2\sqrt{k^2+1}$,

所以 $x_1+x_2=4k, x_1x_2=-4$. ②

将②代入①, 得 $-4(k^2+1) + 4k(2k-x_0) + x_0^2 + 4 = 0$,

即 $(x_0-2k)^2 = 0$, 解得 $x_0=2k$, 即 $A(2k, -1)$.

所以过点 A 且与 x 轴垂直的直线为 $x=2k$,

将 $x=2k$ 代入 $y=\frac{1}{4}x^2$, 得 $y=k^2$, 即 $B(2k, k^2)$,

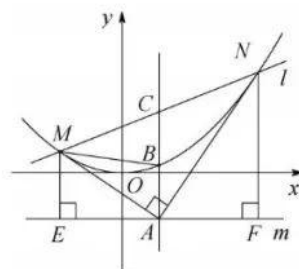
将 $x=2k$ 代入 $y=kx+1$, 得 $y=2k^2+1$,

即 $C(2k, 2k^2+1)$,

所以 $AB=k^2+1, BC=k^2+1$, 因此 $AB=BC$,

所以 $\triangle MAB$ 与 $\triangle MBC$ 的面积相等.

说明: 本参考答案仅给出一种解法供参考.



关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 “专业、专注、有态度” 的创办公理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



微信搜一搜



自主选拔在线