参考答案:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	C	C	B	A	B	D	A	D	A	B	B

;

13．2

14．$(-\infty,2)$

15．$\sqrt{2}$

16．$\frac{2\pi}{3}$

10.【详解】$\because b=\ln\frac{2023}{2022}>0$，$c=\log_5\frac{2023}{2022}>0$，

$\therefore \frac{b}{c}=\frac{\ln\frac{2023}{2022}}{\log_5\frac{2023}{2022}}=\frac{\ln\frac{2023}{2022}}{\frac{\ln\frac{2023}{2022}}{\ln5}}=\ln5>1$，$\therefore b>c$；

$\because b=\ln\frac{2023}{2022}=\ln\left(1+\frac{1}{2022}\right)$，$\therefore b-a=\ln\left(1+\frac{1}{2022}\right)-\frac{1}{2022}$

，

设$f(x)=\ln(1+x)-x\,(0<x<1)$，则$f'(x)=\frac{1}{1+x}-1=-\frac{x}{1+x}<0$

，

$\therefore f(x)$在$(0,1)$上单调递减，$\therefore f\left(\frac{1}{2022}\right)<f(0)=0$，

即$\ln\left(1+\frac{1}{2022}\right)<\frac{1}{2022}$，$\therefore b<a$；

综上所述：$c<b<a$.

故选：A.

11．B

【详解】方程$m(x^2+y^2-2x+1)=(3x+4y-1)^2$，即$m\left[(x-1)^2+y^2\right]=(3x+4y+1)^2$，

显然$m>0$，则$\sqrt{m}\sqrt{(x-1)^2+y^2}=|3x+4y+1|$，即$\frac{\sqrt{(x-1)^2+y^2}}{\frac{|3x+4y+1|}{\sqrt{3^2+4^2}}}=\frac{\sqrt{3^2+4^2}}{\sqrt{m}}=\frac{5}{\sqrt{m}}$，

可得动点$P(x,y)$到定点$(1,0)$和定直线$3x+4y+1=0$的距离的比为常数$\frac{5}{\sqrt{m}}$，

由双曲线的定义，可得$\frac{5}{\sqrt{m}}>1$，解$m<25$，即m的取值范围为$(0,25)$．

故选：B．

12．B

【详解】函数$y=\frac{1}{2}e^{(x-1)}$与$y=\ln(2x-2)$可由函数$y=\frac{1}{2}e^{x}$与$y=\ln(2x)$向右移动一个单位得到，$y=\frac{1}{2}e^{(x-1)}$与$y=\ln(2x-2)$上两点间距离最小值可转化为$y=\frac{1}{2}e^{x}$与$y=\ln(2x)$上两点间距离，又$y=\frac{1}{2}e^{x}$与$y=\ln(2x)$互为反函数，它们的图象关于直线$y=x$对称，两曲线上点之间的最小距离就是$y=x$与$y=\frac{1}{2}e^{x}$上点的最小距离的2倍．设$y=\frac{1}{2}e^{x}$上点(x_0,y_0)处的切线与直线$y=x$平行．则$\frac{1}{2}e^{x_0}=1$，$\therefore x_0=\ln 2$，$y_0=1$，

$\therefore$点(x_0,y_0)到$y=x$的距离为$\frac{|\ln 2-1|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}(1-\ln 2)$，

则$|PQ|$的最小值为$\frac{\sqrt{2}}{2}(1-\ln 2)\times 2=\sqrt{2}(1-\ln 2)$．

故选B

16.【详解】由题得,$y_1+y_2+2=y_1+1+y_2+1=|PF|+|QF|=\frac{2}{3}\sqrt{3}|PQ|$,即

$|PQ|=\frac{\sqrt{3}}{2}(|PF|+|QF|)$

故$\cos\angle PFQ=\frac{|PF|^2+|QF|^2-|PQ|^2}{2|PF|\cdot|QF|}=\frac{|PF|^2+|QF|^2-\frac{3}{4}(|PF|+|QF|)^2}{2|PF|\cdot|QF|}$

$=\frac{|PF|^2+|QF|^2-6|PF|\cdot|QF|}{8|PF|\cdot|QF|}\geq\frac{2|PF|\cdot|QF|-6|PF|\cdot|QF|}{8|PF|\cdot|QF|}=-\frac{1}{2}$.

即$\cos\angle PFQ\geq-\frac{1}{2}$.因为$\angle PFQ\in(0,\pi)$.且余弦函数在$(0,\pi)$内单调递减,

故$\angle PFQ\leq\frac{2\pi}{3}$.当且仅当$|PF|=|QF|$时成立.

故答案为：$\frac{2\pi}{3}$

17．

【详解】（1）设这100名学生女生有x人，则$\frac{x}{100}=\frac{2}{5}$，解得$x=40$

列联表完成如下．

	经常锻炼	不经常锻炼	总计

男	35	25	60
女	15	25	40
总计	50	50	100

（3 分）

$\chi^2=\dfrac{100\times(35\times25-15\times25)^2}{60\times40\times50\times50}\approx4.167$，

因为 $4.167>3.841$

，所以有 95%的把握认为该校学生是否经常锻炼与性别因素有关．（6 分）

（2）根据分层抽样经常锻炼的女生抽 3 人，记为A_1 、A_2 、 A_3 。不经常锻炼的女生抽 5 人，记为B_1 B_2 B_3 B_4 B_5 ，8 人抽两人一共有 28 种情况，符合要求的情况有

(B_1,B_2) (B_1,B_3) 、

(B_1,B_4)、(B_1,B_5)、(B_2,B_3)、(B_2,B_4)、(B_2,B_5)、(B_3,B_4)、(B_3,B_5)、(B_4,B_5)

共 10 种，

记该事件为事件 A，则$P(A)=\dfrac{10}{28}=\dfrac{5}{14}$ （12 分）

18．(1) $\dfrac{2\pi}{3}$

(2) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

【详解】（1）$\because \sin^2A+\sin A\sin B=\cos^2B-\cos^2C=1-\sin^2B-\left(1-\sin^2C\right)=\sin^2C-\sin^2B$，

（2 分）

$\therefore$ 由正弦定理得 $a^2+ab=c^2-b^2$，即 $a^2+b^2-c^2=-ab$ （4 分）

$\therefore \cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{-ab}{2ab}=-\dfrac{1}{2}$，又 $C\in(0,\pi)$，

$\therefore C=\dfrac{2\pi}{3}$；（6 分）

（2）$\because \sin A=2\sin B$，

$\therefore$ 由正弦定理得 $a=2b$①，（8 分）

又 $a^2+b^2-7=-ab$②，

由①②得 $a=2,b=1$，（10 分）

$\therefore S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}\times2\times1\times\sin\dfrac{2\pi}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ．(12 分)

19．（1）证明见解析；（2）3.

【分析】（1）由$BD\perp$平面AB_1C，得$AC\perp BD$，再由直棱柱性质得$AC\perp BB_1$，从而可得线面垂直，然后得线线垂直；

（2）$\triangle B_1BC$是直角三角形，$BD\perp B_1C$，由已知可得出BB_1，（1）的证明可得$AC\perp BC$，因此只要设$AP=x$，则$\triangle APC$面积可表示出来，也可得出三棱锥B_1-PAC的体积，求得x，得出$\frac{AP}{PB}$．

【详解】（1）证明：$\because ABC-A_1B_1C_1$是直三棱柱，$\therefore AC\perp BB_1$，

又$BD\perp$平面AB_1C，$AC\subset$平面AB_1C，$\therefore AC\perp BD$

$BD\cap BB_1=B$，$BD\subset$平面BB_1C_1C，$BB_1\subset$平面BB_1C_1C，$\therefore AC\perp$平面BB_1C_1C，

$BC\subset$平面BB_1C_1C，$\therefore AC\perp B_1C$．（6分）

（2）解：由（1）知$AC\perp$平面BB_1C_1C，

$\therefore AC\perp BC$，$BC=AC=2$，$\therefore AB=2\sqrt{2}$，C到AB的距离为$\sqrt{2}$，

设$AP=x$，则$S_{\triangle PAC}=\frac{1}{2}\cdot x\cdot\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}x$，（8分）

$\because BD\perp B_1C$，$BC=2$，$BD=1$，$\therefore DC=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

由$B_1B\perp BC$，$BC^2=CD\cdot CB_1$，$CB_1=\frac{BC^2}{CD}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，$\therefore$

$BB_1=\sqrt{4^2-2^2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，（10分）

$\therefore V_{B_1-PAC}=\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}x\cdot\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore x=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，$\therefore\frac{AP}{PB}=3$．（12分）

20．（1）$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$　（$y\neq0$）．（2）答案见详解

试题解析：（I）因为$|AD|=|AC|$，$EB\parallel AC$，故$\angle EBD=\angle ACD=\angle ADC$，

所以$|EB|=|ED|$，故$|EA|+|EB|=|EA|+|ED|=|AD|$．

又圆A的标准方程为$(x+1)^2+y^2=12$，从而$|AD|=2\sqrt{3}$，所以

$|EA|+|EB|=2\sqrt{3}$．（2分）

由题设得$A(-1,0)$，$B(1,0)$，$|AB|=2$，由椭圆定义可得点E的轨迹Γ的方程为

Γ: $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}=1$ $(y\neq 0)$. (5 分)

(II) 由题意知直线 l 斜率存在，设 l 的方程为 $y=kx+1$ ，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$.

由 $\begin{cases} y=kx+1 \\ \frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}=1 \end{cases}$ 得 $(3k^2-2)x^2+6kx+3=0$.

则，$x_1+x_2=\frac{6k}{3k^2+2}$ ，$x_1x_2=\frac{3}{3k^2-2}$ (7 分)

所以 $G(0,\sqrt{2})$，$H(0,-\sqrt{2})$ ，$K_{GM}=\frac{y_1-\sqrt{2}}{x_1}$ ，则 $l_{GM}:y=\frac{y_1-\sqrt{2}}{x_1}x+\sqrt{2}$ ，则

$P\left(\frac{(2-\sqrt{2})x_1}{y_1-\sqrt{2}},2\right)$ ，故 $K_{PH}=\frac{(2-\sqrt{2})(y_1-\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})x_1}$ ，又 $K_{NH}=\frac{y_2+\sqrt{2}}{x_2}$ ，

则 $K_{NH}-K_{PH}=\frac{y_2-\sqrt{2}}{x_2}-\frac{(2-\sqrt{2})(y_1-\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})x_1}$

$K_{NH}-K_{PH}=\frac{(2-\sqrt{2})(y_2+\sqrt{2})x_1-(2-\sqrt{2})(y_1-\sqrt{2})x_2}{(2-\sqrt{2})x_1x_2}$

$K_{NH}-K_{PH}=\frac{(2-\sqrt{2})(kx_2+1+\sqrt{2})x_1-(2+\sqrt{2})(kx_1-1-\sqrt{2})x_2}{(2-\sqrt{2})x_1x_2}$

$K_{NH}-K_{PH}=\frac{(-2\sqrt{2})kx_1x_2-\sqrt{2}(x_1+x_2)}{(2-\sqrt{2})x_1x_2}$ = 1: * GB3 ① (10 分)

因为 $kx_1x_2=-\frac{x_1+x_2}{2}$ ，代入 − 1: * GB3 ①

故 $K_{NH}-K_{PH}=0$ ，则 P、H 、N、三点共线. (12 分)

21.(1) $2x+y-5=0$

(2)证明见解析

【分析】(1) 求导，得切点处的导数值，根据点斜式即可求解切线方程;

(2) 根据极值点的定义，可得 x_1,x_2 方程 $x^2-3x+a=0$ 的两个根，根据韦达定理代入化简，将问题转化成 $\ln\frac{x_1}{x_2}>\frac{x_1}{x_2}-\frac{x_2}{x_1}$ ，构造函数 $h(t)=\ln t-t+\frac{1}{t}(0<t<1)$ ，结合导数证明即可.

【详解】(1) 当 $a=0$ 时，$f(x)=\ln x+\frac{3}{x}$ ，则 $f'(x)=\frac{x-3}{x^2}$ ，$f(1)=3$ ，$f'(1)=-2$ ，

所以 $f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y-3=-2(x-1)$,即 $2x+y-5=0$; (4 分)

(2) 证明：由 $f(x)=\ln x+\frac{3}{x}-\frac{a}{2x^2}$ ，可知 $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{3}{x^2}+\frac{a}{x^3}=\frac{x^2-3x+a}{x^3}$ ，

因为 x_1,x_2 $(x_1<x_2)$ 是 $f(x)$ 的极值点,所以 x_1,x_2 方程 $x^2-3x+a=0$ 的两个不等的正实数根，

所以$x_1+x_2=3$，$x_1x_2=a$，（6 分）

则

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{\ln x_1+\frac{3}{x_1}-\frac{a}{2x_1^2}-\left(\ln x_2+\frac{3}{x_2}-\frac{a}{2x_2^2}\right)}{x_1-x_2}=\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}-\frac{3}{x_1x_2}+\frac{a(x_1}{2x_1^2}$$

$$=\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}-\frac{3}{a}+\frac{3a}{2a^2}=\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}-\frac{3}{2a}.$$

要证$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<\frac{3}{2a}$成立，只需证$\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}-\frac{3}{2a}<\frac{3}{2a}$，即证

$\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}<\frac{3}{a}$，

即证$\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}<\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}$，即证$\ln x_1-\ln x_2>\frac{x_1^2-x_2^2}{x_1x_2}$，即证

$\ln\frac{x_1}{x_2}>\frac{x_1}{x_2}-\frac{x_2}{x_1}$，

设$t=\frac{x_1}{x_2}$，则$0<t<1$，即证$\ln t>t-\frac{1}{t}$，（9 分）

令$h(t)=\ln t-t+\frac{1}{t}(0<t<1)$，则

$h'(t)=\frac{1}{t}-1-\frac{1}{t^2}=\frac{-\left(t-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{4}}{t^2}<0$，

所以$h(t)$在$(0,1)$上单调递减，则$h(t)>h(1)=0$，

所以$\ln t>t-\frac{1}{t}$，故$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<\frac{3}{2a}$．（12 分）

22. (1)$(x-2)^2+y^2=1$，$x+y-2=0$

(2)$\frac{2}{7}$

【分析】（1）用消参数法化参数方程为普通方程，由公式$x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$化极坐标方程为直角坐标方程；

（2）将点P的极坐标化为直角坐标，并判断点P在直线C_2上，再利用直线参数方程中参数的几何意义，将直线代入曲线C_1的直角坐标方程，结合韦达定理即可求解．

【详解】（1）将$\begin{cases}x=2+\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$消去参数$\theta$，得$(x-2)^2+y^2=1$，

所以曲线C_1的普通方程为$(x-2)^2+y^2=1$．（2 分）

$\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$，得$\rho\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\theta+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta\right)=\sqrt{2}$，

将$x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$代入上式，得$\frac{\sqrt{2}}{2}x+\frac{\sqrt{2}}{2}y=\sqrt{2}$

所以直线C_2的直角坐标方程为$x+y-2=0$．（5 分）

（2）因为点P的极坐标为$\left(2,\frac{\pi}{2}\right)$，所以$P$的直角坐标为$(0,2)$，则点$P$在直线$C_2$上，

易得直线C_2的参数方程为$\begin{cases}x=-\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=2+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$为参数），

将其代入圆C_1的方程$(x-2)^2+y^2=1$，并整理得$t^2+4\sqrt{2}t+7=0$．

因为$\Delta=\left(4\sqrt{2}\right)^2-4\times7=4>0$，所以方程$t^2+4\sqrt{2}t+7=0$有两个不相等的实数根，

设这两个根分别为t_1和t_2，则$t_1+t_2=-4\sqrt{2}$，$t_1t_2=7$．（8 分）

所以$\left|\frac{1}{|PM|}-\frac{1}{|PN|}\right|=\frac{\left||PM|-|PN|\right|}{|PM|\cdot|PN|}=\frac{\left||t_1|-|t_2|\right|}{|t_1t_2|}=\frac{|t_1-t_2|}{|t_1t_2|}=\frac{\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}}{7}=\frac{\sqrt{32-4\times7}}{7}=\frac{2}{7}$．（10 分）

23.【详解】（1）$\because a$，b，c为正实数，且满足$a+b+c=3$，

$\therefore\left|a+b-\frac{1}{2}\right|+|c+1|\geq\left|\left(a+b-\frac{1}{2}\right)+(c+1)\right|=\left|(a+b+c)+\frac{1}{2}\right|=\frac{7}{2}$．

当且仅当$\left(a+b-\frac{1}{2}\right)(c+1)\geq0$，即$0<c\leq\frac{5}{2}$时，等号成立．

$\therefore\left|a+b-\frac{1}{2}\right|+|c+1|\geq\frac{7}{2}$　　（5 分）

（2）$(a^3+b^3+c^3)\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq3abc\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)$，

$=\frac{3bc}{a}+\frac{3ac}{b}+\frac{3ab}{c}=\frac{3}{2}\left(\frac{2bc}{a}+\frac{2ac}{b}+\frac{2ab}{c}\right)$，

$=\frac{3}{2}\left[a\left(\frac{c}{b}+\frac{b}{c}\right)+b\left(\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\right)+c\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\right]$，

$$\geq \frac{3}{2}\left(2a\sqrt{\frac{c}{b}\cdot\frac{b}{c}}+2b\sqrt{\frac{c}{a}\cdot\frac{a}{c}}+2c\sqrt{\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}}\right),$$

$=3(a+b+c)=9.$

当且仅当 $a=b=c=1$ 时等号成立.

$\therefore (a^2+b^2+c^2)\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq 9.$ （10 分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线