2.5

江西省 东乡一中 都昌一中 丰城中学 赣州中学 景德镇二中 上饶中学 上栗中学 新建二中 新八校

2021 届高三第一次联考文科数学试题

命题人：景德镇二中 余果明 审题人：上栗中学 张雷

考试时间：120 分钟 满分：150 分

一、选择题：（每小题 5 分，共 60 分）

1、已知集合 $A=\{x\mid y=\ln\sqrt{\ [illegible]}\}$ [illegible]且满足 [illegible]，则集合 B [illegible]

A、$\{3,-1\}$ B、[illegible] C、[illegible] D、[illegible]

2、设 Z-Zi+1，则 Z 为（ ）

A、1 B、$\sqrt{2}$ C、$\sqrt{3}$ D、$\frac{\sqrt{2}}{2}$

3、已知 $a=\lg\frac{2}{3}$，$b=\log_5$ [illegible]，$c=(\frac{1}{2})^{0.5}$，则（ ）

A、a<b<c B、a< c < b C、c < a < b D、b <a< c

4、椭圆 $mx^2+ny^2=1$ 直线 $y=\frac{1}{2}x+b$ 交于 M、N 点，点 A(0，0)与线段 MN 的中点连线斜率为 $-\frac{1}{2}$，则 $\frac{m}{n}=$______（ ）

A、$\frac{2}{3}$ B、$\frac{4}{3}$ C、$\frac{1}{4}$ D、2

5、在正项等比例 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，前三项的积为 8，若存 m、n∈N*使得 $a_m a_n=64a_1^2$，则 $\frac{1}{m}+\frac{9}{n}$ 的最小值为（ ）

9:2

A、$\frac{2}{3}$ B、$\frac{4}{3}$ C、$\frac{5}{3}$ D、2

6、若实数为 x、y 满足 $\begin{cases}x-3\le 0\\ 2x-y+3\ [illegible]\\ [illegible]\end{cases}$ [illegible]

A、-9 [illegible] B、[illegible] C、[illegible] D、$-y<z<\frac{1}{6}$

7、设双曲线 [illegible] A 关于双曲线渐近线 $y=\frac{b}{a}x$ 的对称点在右准线直线 $x=\frac{a^2}{c}$ 上，则双曲线离心率 e=______（ ）

A、$\frac{3}{2}$ B、$\sqrt{3}$ C、2 D、3

2021 届新八校第一次联考 文科数学试卷 第 1 页 共 4 页

官方微信公众号：zizzsw 咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com 微信客服：zizzs2018

8、已知某几何体三视图，如图，则该几何体的表面积为（　　）

A、$3\pi+\sqrt{3}+4$　　B、$5\pi+4+\sqrt{2}$

C、$5\pi+4+\sqrt{3}$　　D、$6\pi+4+\sqrt{3}$

（第8题图）

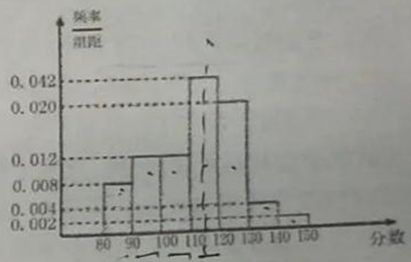
9、在锐角△ABC 中，B=$\frac{\pi}{3}$，BC=2，则 b+c 的取值范围（　　）

A、$(\sqrt{3}+1,4)$　　B、$(\sqrt{3}+1,2\sqrt{3}+4)$

C、$(4,2\sqrt{3}+4)$　　D、（4，6）

10、如图：是根据某校高三年级 1000 名学生某次数学模拟考试成绩（成绩取整数）整理后画出的频率直方图，则该年级数学模拟考试成绩中位数是______（　　）

A、114　　B、113　　C、112　　D、116



11、已知函数 $f(x)=2\sin x\cos(x+\frac{\pi}{6})+2\cos^2 x, x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，

则 $f(x)$ 的值域是（　　）

A、$\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\right]$　　B、$[-1,\ \frac{1}{2}+\sqrt{3}\ ]$

C、$\left[-\sqrt{3}+\frac{1}{2},\sqrt{3}+\frac{1}{2}\right]$　　D、$\left[-\sqrt{3}+\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\right]$

12、若关于 x 的不等式 $ax-2a>x-\ln x-2$ 有且只有三个整数解，则实数 a 的取值范围（　　）

A、$(1-\ln 3,1-\ln 2]$　　B、$(0,1-\ln 2)$

C、$(1-\ln 2,1-\frac{1}{3}\ln 5]$　　D、$[\ln 2,\ln 3]$

二、填空（每小题 5 分，共 20 分）

13、已知向量 $|a|=1,|b|=\sqrt{3}$ 且 $|a+b|=1$，则向量 a 到向量 b 的投影为 $-\sqrt{3}$。

14、已知一组数据 10、12、25、30、10、13 则该组数据的中位数与众数的和为 22.5

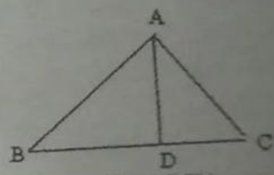
15、设函数 $f(x)$ 对所有 $x>0$ 有意义，且满足下列条件。

（1）对 $x>0$ 有 $f(x)\cdot f[f(x)+\frac{1}{2}]=1$

（2）$f(x)$ 在（0，+∞），上严格递增，则 $f(1)=$______

16、在△ABC 中，点 D 为 BC 上的一点，$\overrightarrow{BD}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BC},|AD|=2\sqrt{6}$，

$\cos\angle BAC=\frac{1}{5}$，则△ABC 面积的最大值______。



（第16题图）

@高考直通车

三、解答题（每小题12分，共60分）

17、已知数列$\{a_n\}$，S_n表示其前n项和，若$S_n+a_n=n^2+3n-1$

（1）求证$\{a_n-2n\}$为等比数例，并求$\{a_n\}$的通项公式

（2）令$b_n=(a_n-2n)\cdot n$，求$\{b_n\}$前n项和T_n

18、某市场研究人员为了了解产业园引进的甲公司的经营状况，对该公司2020年度每个月的利润进行了统计，并制下如下表：

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
利润（百万元）	5	7	6	11	9	10	12	13	15	14	19	21

（1）已知每月利润y（百万元）与生产月份x满足线性回归模型，求y关于x的回归方程，若2021年度延续2020年度的增长曲线，预测该公司2021年度总利润。

（2）甲公司开发出了一款新产品，列入2021年的生产计划需要采购一批新型材料，现在A、B两款新型材料可供选择，按规定每款新型材料最多使用4个月，但新材料的不稳定性会导致材料的使用寿命不同，现在对A、B两款新型材料各100件进行科学模式测试，得两款新型材料使用寿命的频数统计如下表：

使用寿命 / 材料类型	1	2	3	4	总计
A	20	35	35	10	100
B	15	20	40	25	100

经甲公司测算，平均每件新型材料可以带来6万元收入，不考虑除采购之外的其他成本，A型材料，每件采购成本为10万元，B型材料采购成本为12万元，假设每件新型材料的使用寿命都是整月数，且以频率作为每件新型材料使用寿命的概率，如果你是甲公司的负责人，以每件新型材料产生利润的平均值为决策依据，你会选择哪款新型材料？

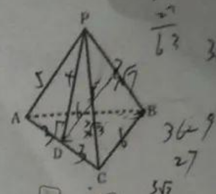
参考公式：回归直线方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，其中$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}$.

@高考直通车

19、如图，三棱锥 P-ABC 中，AB=BC=AC=6，P 在底面 ABC 内射影，落在线段 AC 的中点 D 处，PD=4，设 O 为三棱锥 P-ABC 的外接球球心

（1）求球 O 的表面积。

（2）求三棱锥 O-PBC 的体积。



20、设 F_1、F_2 分别是椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右焦点，A、B 分别是椭圆 C 的上下顶点，ΔAF_1F_2 是等腰直角三角形，延长 AF_1 交椭圆 C 于点 D，且 ΔADF_2 的周长为 $4\sqrt{2}$

（1）求椭圆的标准方程

（2）设点 P 的椭圆上异于 A、B 的动点，直线 AP、BP 与直线 $l: y=-2$ 交于 M、N 两点

①设直线 AP 的斜率为 K_1，直线 BP 的斜率为 K_2，问 K_1K_2 是否为定值？若是求出定值，不是定值说明理由。

②△OMN 的外接圆是否经过定点，若经过求出定点坐标，不经过说明理由。

21、已知函数 $h(x)=-x^2+2x, g(x)=4a\ln(x+1)(a\in R)$

（1）讨论 $F(x)=h(x)+g(x)$ 的单调区间

（2）若 $x\in[0,+\infty), h(x)>ae^x$ 恒成立，求 a 的取值范围。

四、选做题（共 10 分，22、23、任选做一题）

22、［选修 4-4，坐标系与参数方程］已知极点为直角坐标原点，极轴为 x 轴正半轴，且单位长度相同的极坐标系中曲线 C_1:P=1

C_2：$\begin{cases} x=\sqrt{2}t-1 \\ y=\sqrt{2}t+1 \end{cases}$（t 为参数）

1）求曲线 C_1 上的点到曲线 C_2 距离的最小值.

2）若把 C_1 上各点横坐标扩大到原来的 2 倍，纵坐标扩大到原来的 $\sqrt{2}$ 倍，得到曲线 C_3，设 $P(-1,1)$，曲线 C_2 与 C_3 交于 A、B 两点，求 $|PA|+|PB|$

@高考直通车
@高考直通车

23、已知函数 $f(x)=|x-2|+|2x-1|$

1）求不等式 $f(x)\geq 3$ 的解集

2）设函数 $f(x)$ 的最小值为 m，若 a、b、c 均为正实数，且 $\frac{1}{2}a+b+c=m$ 求 $a^2+b^2+c^2$ 的最小值。

解析 答案

1、D

解析：$\because x^2-2x-3>0, \therefore x>3$或$x<-1$

$\because A\cap B=B$

$\therefore B\subseteq A$

故选 D

2、D

解析：$z=z_2^1+1 \qquad \therefore z=\dfrac{1+_2^1}{2}$

$\therefore |z|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 故 D

3、A

解析 $a=\lg\dfrac{2}{3}<\lg 1=0$

$\because b=\log_5^2<\log_5{}^{\sqrt{5}}=\dfrac{1}{2}$

$\because b=\log_5^2>\log_5{}^1=0$

$\therefore b\in(0,\dfrac{1}{2})$

$c=(\dfrac{1}{2})^{0.5}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\in(\dfrac{1}{2},1)$

故 c>b>a ，∴选 A

4、C

解析：设$M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$，MN 的中点坐标为 B（x_0，y_0）则有

$\begin{cases} mx_1^2+ny_1^2=1 \\ mx_2^2+ny_2^2=1 \end{cases}$ 两式相减得

$m(x_1^2-x_2^2)=-n(y_1^2-y_2^2)$

$\therefore \dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\dfrac{-m(x_1+x_2)}{n(y_1+y_2)}=\dfrac{-mx_0}{ny_0}=\dfrac{1}{2}$

又$\because \dfrac{y_0}{x_0}=-\dfrac{1}{2} \therefore \dfrac{x_0}{y_0}=-2$

$\therefore \dfrac{m}{n}=\dfrac{1}{4}$ 故选 C

5、D

解析：$a_1=1,a_2=q,a_3=q^2$

$\therefore q^3 = 8, \therefore q = 2$

故 $a_n = 2^{n-1}$

$\therefore 2^{m-1} \cdot 2^{n-1} = 64$

$\therefore m + n = 8$

$\therefore \frac{1}{m} + \frac{9}{n} = (\frac{1}{m} + \frac{9}{n}) \cdot \frac{m+n}{8}$

$= \frac{1}{8}(10 + \frac{n}{m} + \frac{9m}{n}) \geq \frac{1}{8}(10 + 6) = 2$

仅当 m≧2，n=6 时，等号成立

故选 D

6、D

解析：略

7、C

解析：设 A（-a，0）关于 $y = \frac{b}{a}x$ 直线对称点为 $B(\frac{a^2}{c}, m)$

则有 $\frac{m}{\frac{a^2}{c} + a} = -\frac{a}{b}$

$\therefore m = -\frac{a^3}{bc} - \frac{a^2}{b}$

$\therefore AB$ 的中点坐标 $M(-\frac{a}{2} + \frac{a^2}{2c}, -\frac{a^3}{2bc} - \frac{a^2}{2b})$

代入 $y = \frac{b}{a}x$ 得

$-\frac{a^3}{2bc} - \frac{a^2}{2b} = \frac{b}{a} x \frac{-ac + a^2}{2c}$

整理得 $ac + a^2 - b^2 = 0$

$\therefore ac + 2a^2 - c^2 = 0$

$\therefore c^2 - c - 2 = 0 \quad \therefore e = 2$

故：选 C

8、C

解析：由图所知

$$S_{表}=\frac{3}{4}\pi\times2\times2+1\times2\times2+\frac{\pi}{2}+\pi+1\times\sqrt{3}+\frac{1}{2}+\frac{\pi}{2}\times1\times2$$

$$=5\pi+4+\sqrt{3}$$

故选 C

9、B

解析：由正弦定理可知

$$\frac{b}{\sin B}=\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin c}$$

$$\therefore \frac{b}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2}{\sin A}=\frac{c}{\sin c}$$

$$\therefore b=\frac{\sqrt{3}}{\sin a},c=\frac{2\sin c}{\sin a}$$

$$\therefore b+c=\frac{\sqrt{3}+2\sin c}{\sin A}\text{而}A+C=\frac{2}{3}\pi$$

$$\therefore b+c=\frac{\sqrt{3}+2\sin(\frac{2}{3}\pi-A)}{\sin A}=\sqrt{3}\cot\frac{A}{2}+1$$

又$\because \Delta ABC$为锐角三角形，$\therefore \frac{\pi}{6}<A<\frac{\pi}{2}$

$$\therefore \frac{\pi}{12}<\frac{A}{2}<\frac{\pi}{4}$$

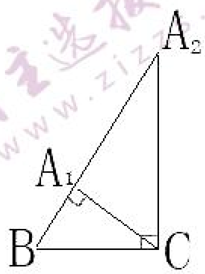
$$\therefore \sqrt{3}<\sqrt{3}\cot\frac{A}{2}<2\sqrt{3}+3$$

$$\therefore \sqrt{3}+1<\sqrt{3}\cot\frac{A}{2}+1<2\sqrt{3}+4$$

故选 B

方法二：

如右图：



过点 C 作 $CA_1\perp BA_1$，垂足为 A_1

此时 b+c 的值最小为 $2(\cos\frac{\pi}{3}+\sin\frac{\pi}{3})=\sqrt{3}+1$

过点 C 作 $CA_2\perp BC$，交 ∠B 另一边点 A_2，此时 b+c 的值最大为

$$2\tan\frac{\pi}{3}+\frac{2}{\cos\frac{\pi}{3}}=2\sqrt{3}+4$$

∴b+c 的取值范围为$(\sqrt{3}+1,2\sqrt{3}+4)$

10、A

解析：80 分-90 分：0.08×1000=80 人　　90 分-100 分：0.12×1000=120 人
100 分-110 分：0.12×1000=120 人　　110 分-120 分：0.42×1000=420 人
120 分-130 分：0.2×1000=200 人　　130 分-140 分：0.04×1000=40 人
140 分-150 分：0.02×1000=20 人
∴可知中位数在 110 分-120 分区间，设中位数为 x 分
则有 $0.08+0.12+0.12+0.42\dfrac{x-110}{10}=0.5$　得 x=114 分
故选 A

11、B

解析：

$$f(x)=2\sin x(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x-\frac{1}{2}\sin x)+1+\cos 2x$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{3}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}$$

$$=\sqrt{3}\sin(2x+\frac{\pi}{3})+\frac{1}{2}$$

$$\because 0\le x\le\frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \frac{\pi}{3}\le 2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{4\pi}{3}$$

$$-1\le\sqrt{3}\sin(2x+\frac{\pi}{3})+\frac{1}{2}\le\frac{1}{2}+\sqrt{3}$$

故选:B

12、A

解析：命题等价于 $ax-2a+2>x-\ln x$ 有且只有三个整数解，

设 $f(x)=ax-2a+2=a(x-2)+2$

为过定点（2，2）的直线

$g(x)=x-\ln x$，$g'(x)=1-\dfrac{1}{x}=\dfrac{x-1}{x}$

则 $g(x)\min=g(1)=1$

由条件可得

$$\begin{cases}a(4-2)+2>4-\ln 4\\a(5-2)+2\le 5-\ln 5\\a(1-2)+2\le 1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a>1-\ln 2\\a\le 1-\frac{1}{3}\ln 5\\a\le 1\end{cases}\qquad 1-\ln 2<a\le 1-\frac{1}{3}\ln 5$$

$$\begin{cases}a(1-2)+2>1\\a(3-2)+2>3-\ln 3\\a(4-2)+2\le 4-\ln 4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a<1\\a>1-\ln 3\\a\le 1-\ln 2\end{cases}$$

综上所述 $1-\ln 3 < a \le 1-\ln 2$
故选 A

13、$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

解析：$\because |a+b|^2=1 \therefore a^2+2ab+b^2=1 \therefore a\cdot b=-\frac{3}{2}$

$\therefore$ a 到 b 的投影：$\frac{ab}{|b|}=\frac{-\frac{3}{2}}{\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

故答案为 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

14、22.5
解析：把这组排序得 10、10、12、13、25、30
∴中位数为 12.5，众数为 10
∴12.5+10=22.5
15、2

解析：设 $f(x)=m$ 　则有 $m\cdot f(m+\frac{1}{2})=1$

$\therefore f(m+\frac{1}{2})=\frac{1}{m}$，又 $\because f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上严格递增

当 $m=\frac{1}{2}$ 时，则有 $f(1)=2$

16、$\frac{25\sqrt{6}}{3}$

解析：$\because AB=\frac{2}{5}AB+\frac{3}{5}AC$

$\therefore AD^2=\frac{4}{25}AB^2+\frac{9}{25}AC^2+\frac{12}{25}AB\cdot AC$

$\therefore 24=\frac{4}{25}C^2+\frac{9}{25}b^2+\frac{12}{125}c\cdot b$

$\ge 2\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}bc+\frac{12}{125}bc$

$2\ge\frac{1}{25}bc+\frac{1}{125}bc=\frac{6}{125}bc$

$bc\le\frac{125}{3}$

$S_\Delta=\frac{1}{2}bc\sin A\le\frac{1}{2}\cdot\frac{125}{3}\cdot\frac{2\sqrt{6}}{5}=\frac{25\sqrt{6}}{3}$

17、（1）证明∵$S_n+a_n=n^2+3n-1$

$\therefore S_{n+1}+a_{n+1}=(n+1)^2+3(n+1)-1$

$\therefore 2a_{n+1}-a_n=2n+4$

$\therefore a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n+n+2$

又$\therefore \frac{a_{n+1}2(n+1)}{a_n-2n}=\frac{\frac{1}{2}a_n+n+2-2n-2}{a_n-2n}=\frac{\frac{1}{2}a_n-n}{a_n-2n}=\frac{1}{2}$

令 n = 1，则有 $2a_1=3$　$\therefore a_1=\frac{3}{2}$ $\therefore a_1-2=-\frac{1}{2}$

$\therefore \{a_n-2n\}$是以$-\frac{1}{2}$为首项，$\frac{1}{2}$为公比的等比数列　　（4 分）

$\therefore a_n-2n=-\frac{1}{2}\times(\frac{1}{2})^{n-1}=-(\frac{1}{2})^n$

$\therefore a_n=-(\frac{1}{2})^n+2n$　　（6 分）

(2)由(1)可知 $b_n=-(\frac{1}{2})^n\cdot n$　　7 分

$T_n=-\frac{1}{2}\cdot 1-\left(\frac{1}{2}\right)^2\times 2\cdots\cdots-(\frac{1}{2})^n n$

$\frac{1}{2}T_n=-\left(\frac{1}{2}\right)^2\times 1-\left(\frac{1}{2}\right)^3\times 2\cdots\cdots-(\frac{1}{2})^{n+1}.n$

两式相减得：

$\frac{1}{2}T_n=-\frac{1}{2}\times 1-\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdots\cdots-\left(\frac{1}{2}\right)^n+(\frac{1}{2})^{n+1}n$

$=-\frac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2^n})}{1-\frac{1}{2}}+n(\frac{1}{2})^{n+1}=\frac{n+2}{2^{n+1}}-1$

$\therefore T_n=\frac{n+2}{2^n}-2$

18、解析：（1）$\bar{x}=6.5,\bar{y}=12.8$

显然（(x,y)沿着直线回归，设回归议程为$\hat{y}=\hat{b}\hat{x}+a$

$\therefore b=0.7,a=\hat{y}-b\hat{x}=12.8-0.7\times 6.5=8.3$

$\therefore$回归议程为$\hat{y}=0.7\hat{x}+8.3$　　（3 分）

∵2021 年延续 2020 的地长曲线，∴2021 年 1 月产量为 $y=0.7\times13+8.3=17.4$

∴2021 年总产量为 $S=12\times17.4+\frac{1}{2}\times12\times11\times0.7=255$（百万元） （6 分）

（2）（2）由频率做计概率,每件 A 型新材料可使用 1 个月，2 个月，3 个月和 4 个月的概率分别为 0.2,0.35,0.35 和 0.1,所以每件 A 型新材料可产生的利润的平均值为

$\overline{x}=(6-10)\times0.2+(12-10)\times0.35+(18-10)\times0.35+(24-10)\times0.1=4.1$(万元)

由频率做计概率,每件 B 型新材料可使用 1 个月，2 个月，3 个月和 4 个月的概率分别为 0.15,0.2,0.4 和 0.25,所以每件 B 型新材料可产生的利润的平均值为

$\overline{x}=(6-12)\times0.15+(12-12)\times0.2+(18-12)\times0.4+(24-12)\times0.25=4$(万元)

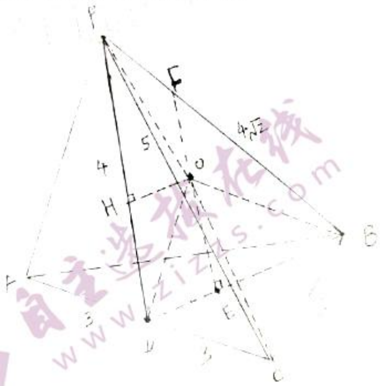
所以应该采购 B 型新材料…………………………………………………………（12 分）

19、解析

（1）∵PD⊥平面

∴平面 PBD⊥平面 ABC

过△ABC 中心 E 作 EF 垂直平面 PBD，交 PB 于 F，则球 O 在 EF 线段上，过点 O 作 OH⊥PD，垂足为 H 设球 O 的半径为 R，即|OP|=|OB|=R



∵|AB|=|BC|=|AC|=6　∴|DE|=$\sqrt{3}$，|EB|=$2\sqrt{3}$

∵|HD|=|OE|=$\sqrt{R^2-12}$　∴|PH|=|PD|—|HD|=$4-\sqrt{R^2-12}$

∴|OP|²=|PH|²+|PH|²=（$4-\sqrt{R^2-12}$）²+3=R²

$\therefore R^2=\frac{817}{64}$　∴S 表=$4\pi R^2=\frac{817}{16}\pi$　（6 分）

（2）$V_{0-PBC}=V_{C-POB}$

由（1）可知∵|OE|=|HD|=$\sqrt{\frac{817}{64}-12}=\frac{7}{8}$

$S_{\Delta POB}=S_{\Delta PBD}-S_{\Delta POB}-S_{\Delta BOD}$

$=\frac{1}{2}\times4\times3\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times4\times\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times\frac{7}{8}=\frac{43}{16}\sqrt{3}$

$V_{O-PBC}=V_{C-POB}=\frac{1}{3}\times\frac{43}{16}\sqrt{3}\times3=\frac{43}{16}\sqrt{3}$

20、

解：（1）∵等腰直角△AF₁F₂　∴|AF₁|=|AF₂|=$2\sqrt{2}C$

$\therefore4\sqrt{2}C=4\sqrt{2},\therefore C=1$,又 $\because 2a=2\sqrt{2}C,\therefore a=\sqrt{2}$

$\therefore b=1$

$\therefore$椭圆为$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ （3分）

（2）①由（1）可知A（0，1），B（0，-1）

设$p(x_0,y_0)$则有$\dfrac{x_0^2}{2}+y_0^2=1,\therefore y_0^2=1-\dfrac{x_0^2}{2}$

$k_1=\dfrac{y_0-1}{x_0},k_2=\dfrac{y_0+1}{x_0}$

$\therefore k_1\cdot k_2=\dfrac{y_0^2-1}{x_0^2}=\dfrac{1-\dfrac{x_0^2}{2}-1}{x_0^2}=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore K_1$与K_2的乘积为定值$-\dfrac{1}{2}$ （7分）

(2)由①的结论,可设直线AP方程为$y=kx+1$

则BP直线为$y=-\dfrac{1}{2k}-1$

令$y=-2,x_M=-\dfrac{3}{K},\therefore M(-\dfrac{3}{k},-2)$

$x_2=2k,\therefore N=(2k,-2)$

设△OMN的圆心为O',显然O'在MN的中垂线上

$\therefore$可设$O'(\dfrac{-3+2k^2}{2k},m)$

则有$(\dfrac{-3+2k^2}{2k})^2+m^2=(\dfrac{-3+2k^2}{2k}+\dfrac{k}{3})^2+(m+2)^2$

计算得$m=-\dfrac{5}{2}$

$\therefore$圆心O'为$(k-\dfrac{3}{2k},-\dfrac{5}{2})$,半径为$R=\sqrt{(k-\dfrac{3}{2k})^2+\dfrac{25}{4}}$

$\therefore$圆方程为

$(x-k+\dfrac{3}{2k})^2+(y+\dfrac{5}{2})^2=(k-\dfrac{3}{2k})^2+\dfrac{25}{4}$

令$x=0$得$y=-5$或$y=0$(舍)

故圆O'过定点(0,-5)

21、

解(1)$F(x)=-x^2+2x+4a\ln(x+1)$

官方微信公众号：zizzsw 咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com 微信客服：zizzs2018

$\therefore F'(x)=\dfrac{-2x^2+2+4a}{x+1}(x>-1)$ （1 分）

①当 $a\le-\dfrac{1}{2}$ 时，$F'(x)\le 0$ 恒成立，$\therefore F(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 单调递减(2 分)

②当 $a>-\dfrac{1}{2}$ 时，$F'(x)=0\Rightarrow x=\pm\sqrt{1+2a}$

I $-\dfrac{1}{2}<a<0$ 时，$-1<-\sqrt{1+2a}<\sqrt{1+2a}$

在 $(-1,-\sqrt{1+2a})$，$F'(x)<0$，$F(x)$ 单调递减

在 $(-\sqrt{1+2a},\sqrt{1+2a})$，$F'(x)>0$，$\therefore F(x)$ 单调递增

II $a\ge 0$ 时，$-\sqrt{1+2a}<1<\sqrt{1+2a}$

在 $(-1,\sqrt{1+a})$，$F'(x)>0$，$F(x)$ 单调递增

在 $(\sqrt{1+2a},+\infty)$，$F'(x)<0$，$F(x)$ 单调递减

$\therefore$ 综上所述，当 $a\le-\dfrac{1}{2}$ 时 $F(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 单调递减

当 $-\dfrac{1}{2}<a<0$ 时 $F(x)$ 在 $(-1,-\sqrt{1+2a})$ 单调递减

$F(x)$ 在 $(-\sqrt{1+2a},\sqrt{1+2a})$ 单调递增

当 $a\ge 0$ 时 $F(x)$ 在 $(-1,\sqrt{1+2a})$ 单调递增

$F(x)$ 在 $(\sqrt{1+2a},+\infty)$ 单调递减 （6 分）

（2）$\because -x^2+2x>ae^x$

$\therefore \dfrac{-x^2+2x}{e^x}>a$ 设 $\varphi(x)=\dfrac{-x^2+2x}{e^x}$，$\therefore \varphi(x)'=\dfrac{x^2-4x+2}{e^x}=0$

$\therefore x_1=2+\sqrt{2}, x_2=1-\sqrt{2}$ （2 分）

$\varphi(x)$ 在 $[0,2-\sqrt{2})$ 单调递增，$(2-\sqrt{2},2+\sqrt{2})$ 单调递减，$(2+\sqrt{2},+\infty)$ 单调递增（4 分）

$\because \varphi(0)=0$ $\varphi(2+\sqrt{2})=\dfrac{-2-2\sqrt{2}}{e^{2+\sqrt{2}}}<0$

$\therefore \varphi(x)\min=\varphi(2+\sqrt{2})$

即 $a<\dfrac{-2-2\sqrt{2}}{e^{2+\sqrt{2}}}$ （6 分）

22、解析：

（1）$C_1:x^2+y^2=1$ 圆心为（0，0），半径为 1，$C_2:y=x+2$

圆心到直线距离 $d=\dfrac{|2|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，所以 C_1 上的点到 C_2 的最小距离为 $\sqrt{2}-1$ （5 分）

（2）伸缩变换为 $\begin{cases}x'=2x\\ y'=\sqrt{2}y\end{cases}$ 所以 $C_1':\dfrac{x'^2}{4}+\dfrac{y'^2}{2}=1$

把 C₂: $\begin{cases}x=\sqrt{2}t-1\\ y=\sqrt{2}t+1\end{cases}$（t 为参数）化成标准方程为 C₂: $\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t-1\\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t+1\end{cases}$

将 C_2' 和 C_1' 联立，得 $3t^2+2\sqrt{2}t-2=0'$，因为 $t_1t_2<0$，

$\therefore |PA|+|PB|=|t_1|+|t_2|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1-t_2)^2-4t_1t_2}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ ………………（10 分）

23、解析：（1）

$$f(x)=|x-2|+|2x-1|=\begin{cases}3x-3 \ldots\ldots x>2\\ x+1 \ldots\ldots \dfrac{1}{2}\le x\le 2\\ -3x+3 \ldots x<\dfrac{1}{2}\end{cases}$$ （1 分）

当 $f(x)\ge 3$ 时，$\begin{cases}3x-3\ge 3\\ x>2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x+1\ge 3\\ \dfrac{1}{2}\le x\le 2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-3x+3\ge 3\\ x<\dfrac{1}{2}\end{cases}$

解得：$x\ge 2$ 或 $x\le 0$

（2）由（1）可知，函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,\dfrac{1}{2})$ 上单调递减，在 $(\dfrac{1}{2},+\infty)$ 上单调递增，

$\therefore f(x)_{最小} = f(\frac{1}{2}) = \frac{3}{2}$

$\therefore \frac{1}{2}a + b + c = \frac{3}{2}$

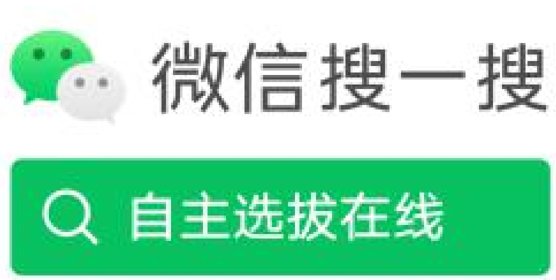
由柯西不等式可得：$(a^2 + b^2 + c^2)[(\frac{1}{2})^2 + 1^2 + 1^2] \geq (\frac{1}{2}a + b + c)^2 = \frac{9}{4}$

$\therefore a^2 + b^2 + c^2 \geq 1$（当且仅当 $a = \frac{1}{3}, b = c = \frac{2}{3}$ 时等号成立）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（http://www.zizzs.com/）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》