

北京市西城区 2018 — 2019 学年度第一学期期末试卷

2019.1

高三数学(文科)

本试卷分第 I 卷和第 II 卷两部分, 第 I 卷 1 至 2 页, 第 II 卷 3 至 5 页, 共 150 分。
考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题纸上, 在试卷上作答无效。

第 I 卷 (选择题 共 40 分)

一、选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $A = \{x | x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | x^2 \leq 5\}$, 那么 $A \cap B =$

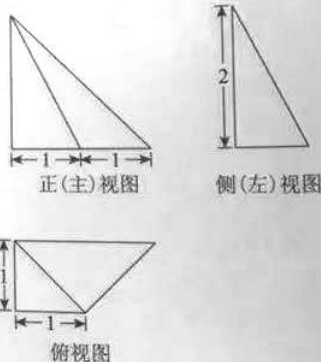
- (A) $\{0, 2, 4\}$ (B) $\{-2, 0, 2\}$
(C) $\{0, 2\}$ (D) $\{-2, 2\}$

2. 下列函数中, 既是偶函数又在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是

- (A) $y = x^2 + 2x$ (B) $y = x^3$ (C) $y = \ln|x|$ (D) $y = \cos x$

3. 一个四棱锥的三视图如图所示, 那么这个四棱锥最长棱的棱长为

- (A) $\sqrt{5}$
(B) $\sqrt{6}$
(C) $2\sqrt{2}$
(D) $\sqrt{10}$

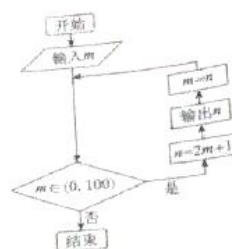


4. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 3 \geq 0, \\ x - y - 3 \leq 0, \\ x + 2y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = x + 3y$ 的最小值为

- (A) -1 (B) -2 (C) 1 (D) 2

5. 执行如图所示的程序框图, 若输入的 $m=1$, 则输出数据的总个数为

- (A) 5
(B) 6
(C) 7
(D) 8



6. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, “ $a_2 > a_1$ ”是“ $\{a_n\}$ 为递增数列”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

7. 设 a, b 是不共线的两个平面向量, 已知 $\overrightarrow{PQ} = a + kb$, $\overrightarrow{QR} = 2a - b$. 若 P, Q, R 三点共线, 则实数 k 的值为

- (A) 2 (B) -2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$

8. 设双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的左焦点为 F , 右顶点为 A . 若在双曲线 C 上, 有且只有 3 个不同的点 P 使得 $\overrightarrow{PF} \cdot \overrightarrow{PA} = \lambda$ 成立, 则 $\lambda =$

- (A) -2 (B) -1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 0

第 II 卷 (非选择题 共 110 分)

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

9. 复数 z 满足方程 $1-i \cdot z=i$, 则 $z=$ _____.
10. 以抛物线 $y^2=8x$ 的焦点为圆心, 且与直线 $y=x$ 相切的圆的方程为 _____.
11. 能说明“设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 若 $f(0)=0$, 则 $f(x)$ 是奇函数”为假命题的一个函数是 _____.
12. 在 $\triangle ABC$ 中, $a=3$, $b=2\sqrt{6}$, $B=2A$, 则 $\cos A=$ _____.
13. 设函数 $f(x)=\begin{cases} e^x, & x \leq 0, \\ -x^2+x+\frac{1}{4}, & x > 0, \end{cases}$ 则 $f[f(0)]=$ _____; 若方程 $f(x)=b$ 有且仅有 3 个不同的实数根, 则实数 b 的取值范围是 _____.
14. 在某次国际交流活动中, 组织者在某天上午安排了六场专家报告 (时间如下, 转场时间忽略不计), 并要求听报告者不能迟到和早退.

报告名称	A	B	C	D	E	F
开始时间	8:00	8:10	8:45	8:40	9:15	9:25
结束时间	8:30	9:05	9:20	9:30	10:10	10:10

某单位派甲、乙两人参会, 为了获得更多的信息, 单位要求甲、乙两人所听报告不相同, 且所听报告的总时间尽可能长, 那么甲、乙两人应该舍去的报告名称为 _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 80 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x)=2\cos x \sin(x+\frac{\pi}{3})-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- (I) 求 $f(x)$ 的最小正周期;
- (II) 若直线 $x=\pi$ 为函数 $f(x+a)$ 图象的一条对称轴, 求实数 a 的值.

16. (本小题满分13分)

在各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = \frac{1}{4}$, 且 $a_4 + a_5 = 6a_3$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

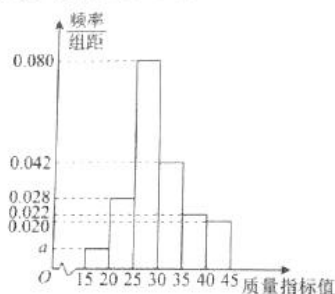
(II) 设数列 $\{\log_2 a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求 S_n 的最小值.

17. (本小题满分13分)

为保障食品安全, 某地食品监管部门对辖区内甲、乙两家食品企业进行检查, 分别从这两家企业生产的某种同类产品中随机抽取了100件作为样本, 并以样本的一项关键质量指标值为检测依据. 已知该质量指标值对应的产品等级如下:

质量指标值	[15, 20)	[20, 25)	[25, 30)	[30, 35)	[35, 40)	[40, 45]
等级	次品	二等品	一等品	二等品	三等品	次品

根据质量指标值的分组, 统计得到了甲企业的样本频率分布直方图和乙企业的样本频数分布表 (图表如下, 其中 $a > 0$).



甲企业

质量指标值	频数
[15, 20)	2
[20, 25)	18
[25, 30)	48
[30, 35)	14
[35, 40)	16
[40, 45]	2
合计	100

乙企业

- (I) 现从甲企业生产的产品中任取一件, 试估计该产品为次品的概率;
- (II) 为守法经营、提高利润, 乙企业开展次品生产原因调查活动. 已知乙企业从样本里的次品中随机抽取了两件进行分析, 求这两件次品中恰有一件指标值属于 $[40, 45]$ 的产品的概率;
- (III) 根据图表数据, 请自定标准, 对甲、乙两企业食品质量的优劣情况进行比较.

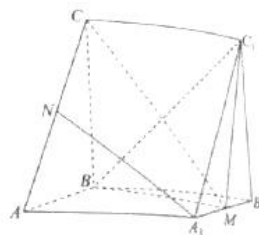
18. (本小题满分 14 分)

如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧面 B_1BCC_1 为正方形, M, N 分别是 A_1B_1, AC 的中点, $AB \perp$ 平面 BCM .

(I) 求证: 平面 $B_1BCC_1 \perp$ 平面 A_1ABB_1 ;

(II) 求证: $A_1N \parallel$ 平面 BCM ;

(III) 若三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 10, 求棱锥 C_1-BB_1M 的体积.



19. (本小题满分 14 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{2} = 1 (a > \sqrt{2})$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 左、右顶点分别为 A, B , 点 M 是椭圆 C 上异于 A, B 的一点, 直线 AM 与 y 轴交于点 P .

(I) 若点 P 在椭圆 C 的内部, 求直线 AM 的斜率的取值范围;

(II) 设椭圆 C 的右焦点为 F , 点 Q 在 y 轴上, 且 $\angle PFQ = 90^\circ$, 求证: $AQ \parallel BM$.

20. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - x + a$, 其中 $a \in \mathbb{R}$.

(I) 如果曲线 $y = f(x)$ 与 x 轴相切, 求 a 的值;

(II) 若 $a = \ln 2e$, 证明: $f(x) \leq x$;

(III) 如果函数 $g(x) = \frac{f(x)}{x^2}$ 在区间 $(1, e)$ 上不是单调函数, 求 a 的取值范围.

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信扫一扫，快速关注