广东省新高考普通高中联合质量测评

高三年级一轮省级联考

数学参考答案及评分细则

一、单项选择题

1.C 【解析】由 $\frac{1}{x}<1$，得 $\frac{1-x}{x}<0$，$x(x-1)>0$，$x<0$ 或 $x>1$，∴集合 $A=\{x|x<0$ 或 $x>1\}$，∴$A\nsubseteq B$，$B\nsubseteq A$，故A，B选项不正确；$A\cup B=\mathbf{R}$，故C正确，$A\cap B=\{x|-2<x<0$ 或 $1<x<3\}$，故D不正确. 故选C.

2. D 【解析】$\frac{z}{1-i}=\frac{1+bi}{1-i}=\frac{(1+bi)(1+i)}{2}=\frac{(1-b)+(1+b)i}{2}$，$\frac{z}{1-i}$是实数，∴$1+b=0$，$b=-1$.

∴$z=1-i$. 故选D.

3.C 【解析】∵向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，∴ $\frac{1}{2}=\frac{\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|}=\frac{\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})}{2}$，∴$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$，∴$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，∴$4=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|^2=\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=1+|\boldsymbol{b}|^2$，∴$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}$. 故选C.

4. B 【解析】∵ $\tan\alpha+\frac{1}{\tan\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}=4$，∴$\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{4}$. 又 $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$，∴$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\cos\alpha=\sin\alpha+\cos\alpha$. 又 $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=1+2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{3}{2}$，∵$\alpha\in\left(\pi,\frac{3}{2}\pi\right)$，∴$\sin\alpha+\cos\alpha<0$，∴$\sin\alpha+\cos\alpha=-\frac{\sqrt{6}}{2}$. 故选B.

5. A 【解析】根据函数 $f(x)$ 的部分图象，可得 $\frac{3}{4}\cdot\frac{2\pi}{\omega}=\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{12}$，∴$\omega=2$. 由五点法作图有：$2\times\frac{\pi}{12}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，得 $\varphi=\frac{\pi}{3}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$. 又 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，则 $\varphi=\frac{\pi}{3}$，∴$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，将 $y=\sin x$ 图象上各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$，可得 $y=\sin 2x$ 的图象，再向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到 $y=\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right]=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象. 故选A.

6. D 【解析】圆 $x^2+y^2+2x-4y+1=0$，即圆 $(x+1)^2+(y-2)^2=4$，它表示以 $(-1,2)$ 为圆心、半径为2的圆，∵弦长等于直径，∴直线 $2ax-by+2=0$ 经过圆心，故有 $-2a-2b+2=0$，即 $a+b=1$，再由 $a>0$，$b>0$，∴$ab\leqslant\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$，当且仅当 $a=b=\frac{1}{2}$ 时取等号. 故选D.

7. D 【解析】由题意知，出现正面向上或者反面向上的概率都是 $\frac{1}{2}$，又 $|S_3|=1$，说明前3次有1次正面向上，2次反面向上或者2次正面向上，1次反面向上，故 $|S_3|=1$ 的概率为 $P=C_3^1\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+C_3^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$. 故选D.

8. C 【解析】由于 $f(x+1)-f(1-x)=0$，则 $f(x)$ 关

于 $x=1$ 对称，又 $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上为增函数，于是 $f(x)$ 在 $(-\infty,1)$ 上单调递减，$f(\log_6 9)=f(2-\log_6 9)=f(\log_6 4)$，又 $2^{-1.3}<\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}<\log_3 2<1$，又 $1>\log_6 4=\log_{\sqrt{6}}2>\log_3 2>\frac{1}{2}$，故 $f(2^{-1.3})>f(\log_3 2)>f(\log_6 4)$，故 $p>m>n$. 故选 C.

二、多项选择题

9. ABD 【解析】设该村一年前的经济收入为 a，由题意知，一年后的经济收入为 $2a$. 该村一年前种植收入为 $a\times 60\%=0.6a$，一年后种植收入为 $2a\times 37\%=0.74a$，$0.6a<0.74a$，种植收入增加了，故 A 项正确；

该村一年前养殖收入为 $a\times 30\%=0.3a$，一年后养殖收入为 $2a\times 30\%=0.6a$，$0.3a<0.6a$，养殖收入增加了，故 B 项正确；

该村一年前其他收入为 $a\times 4\%=0.04a$，一年后其他收入为 $2a\times 5\%=0.1a$，$\frac{0.1a}{0.04a}=2.5>2$，其他收入增加了一倍以上，故 C 项错误；

一年后养殖收入和第三产业收入的总和为 $(30\%+28\%)\times 2a=1.16a>a$，养殖收入与第三产业收入的总和超过经济收入的一半，故 D 项正确. 故选 ABD.

10. CD 【解析】双曲线方程为 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$，右焦点坐标为 $(2,0)$，则 $\frac{p}{2}=2$，$p=4$，A 错误；

抛物线的准线方程为 $x=-2$，代入 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$，解得 $y=\pm\sqrt{2}$，所以抛物线的准线被双曲线所截得的线段长度为 $2\sqrt{2}$，B 错误；

联立 $\begin{cases} y^2=8x, \\ \frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1, \end{cases}$ 解得 $x_A=4+3\sqrt{2}$（舍 $4-3\sqrt{2}$），

则 $|AF|=x_A+2=6+3\sqrt{2}$，C 正确；

若抛物线上存在点 $P(x_0,y_0)(x_0>0)$ 使得 $\triangle PAB$ 为直角三角形，由 C 选项知，只能是 $\angle APB=\frac{\pi}{2}$，即以线段 AB 为直径的圆与抛物线 C_2 有异于 A,B 的交点，联立 $\begin{cases} y^2=8x, \\ (x-x_A)^2+y^2=8x_A, \end{cases}$ 解得 $x_1=x_A$，$x_2=x_A-8$. 因为 $x_2=3\sqrt{2}-4>0$，故存在，D 正确. 故选 CD.

11. AB 【解析】A：$\because e^x\in(0,+\infty)$，$\therefore e^x+1\in(1,+\infty)$，$\therefore \frac{1}{e^x+1}\in(0,1)$，$\therefore f(x)\in(0,4)$，A 正确；

$\because f(x)+f(-x)=\frac{4}{e^x+1}+\frac{4}{e^{-x}+1}=\frac{4}{e^x+1}+\frac{4e^x}{e^x+1}=4$，$\therefore f(x)$ 的图象关于点 $(0,2)$ 对称，B 正确；

$\because f'(x)=-\frac{4e^x}{(e^x+1)^2}<0$，$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是减函数，C 错误；

$y'=-\frac{4e^x}{(e^x+1)^2}=-\frac{4}{e^x+\frac{1}{e^x}+2}\geqslant-\frac{4}{2\sqrt{1}+2}=-1$，

当且仅当 $e^x=\frac{1}{e^x}$ 即 $x=0$ 时取等号，$\therefore y=f(x)$ 的切线斜率的最小值为 -1，D 错误. 故选 AB.

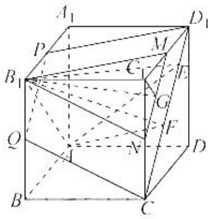
12. ABC 【解析】$AB_1\perp PQ$，$PQ\,/\!/\,CD_1$，故 $AB_1\perp EF$，A 正确；

取 AB_1 的中点为 O，则 $AB_1\perp$ 平面 OEF，又 $S_{\triangle OEF}$ 为定值，AB_1 的长为定值，故多面体 $AEFB_1$ 的体积=

$\frac{1}{3}S_{\triangle GEF}\times AB_1$ 为定值,B正确;

取 C_1D_1 中点 M,CC_1 中点 N,连接 B_1M,B_1N,MN,则易证得 $B_1N/\!/CQ$,$MN/\!/CD_1$,从而平面 $B_1MN/\!/$平面 CD_1PQ,所以点 G 的运动轨迹为线段 MN.取 MN 的中点 G,因为 $\triangle B_1MN$ 是等腰三角形,所以 $B_1G\perp MN$,又因为 $MN/\!/CD_1$,所以 $B_1G\perp CD_1$,C正确;

由选项C易知,当点 G 与点 M 或点 N 重合时,直线 B_1G 与直线 BC 所成角最大,此时 $\tan\angle C_1B_1G=\frac{1}{2}<\frac{\sqrt{3}}{3}=\tan 30°$,D错误.故选ABC.



三、填空题

13.80 【解析】$\because\left(2x-\frac{1}{x}\right)^5$ 展开式的通项为 $T_{r+1}=C_5^r(2x)^{5-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r=(-1)^r2^{5-r}C_5^rx^{5-2r}$,$r=0,1,2,\cdots,5$.令 $5-2r=1$,得 $r=2$,$\therefore$含 x 的一次项的系数为 $(-1)^22^{5-2}C_5^2=80$.

故答案为:80.

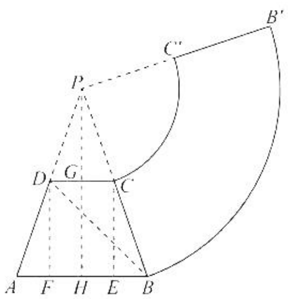
14.$x+y-4=0$ 或 $x+y+4=0$ 【解析】由 $y=x\ln x$,得 $y'=1+\ln x$,$\therefore y'|_{x=1}=1$,由 $y=\frac{4}{x}$,得 $y'=-\frac{4}{x^2}$,设 $P(x_0,y_0)$,则 $y'|_{x=x_0}=-\frac{4}{x_0^2}$,由题意可得:$-\frac{4}{x_0^2}=-1$,$\therefore x_0=\pm 2$,$\therefore P(2,2)$ 或 $P(-2,-2)$,则在点 P 处的切线方程为 $x+y-4=0$ 或 $x+y+4=0$.

故答案为:$x+y-4=0$ 或 $x+y+4=0$.

15.6 【解析】设快递行业每年产生的包装垃圾为 y 万吨,n 表示从2015年开始增加的年份的数量,由题意可得 $y=400\times(1+50\%)^n=400\times\left(\frac{3}{2}\right)^n$,由于过 n 年快递行业产生的包装垃圾首次超过4 000万吨,$\therefore 400\times\left(\frac{3}{2}\right)^n>4\ 000$,$\therefore\left(\frac{3}{2}\right)^n>10$,两边取对数可得 $n(\lg 3-\lg 2)>1$,$\therefore n(0.477\ 1-0.301\ 0)>1$,解得 $0.176\ 1n>1$,由于 $n\in\mathbf{N}^*$,解得 $n\geqslant 6$,$\therefore$经过6年后,快递行业产生的包装垃圾将首次超过4 000万吨.

故答案为:6.

16.$12\sqrt{10}\pi$,$\frac{160\sqrt{5}}{3}\pi$ 【解析】如下图所示.



设圆台的一个轴截面为等腰梯形 $ABCD$,则 $AB=8$,$CD=4$,过点 C,D 分别作 $CE\perp AB$,$DF\perp AB$,垂足分别为点 E,F,则 $AF=BE=\frac{AB-CD}{2}=2$,且 $CE=DF=6$,且 CD 是 $\triangle PAB$ 的中位线,所以 $AD=\sqrt{AF^2+DF^2}=2\sqrt{10}=BC=\frac{1}{2}PB$,圆台的侧面积为:$\frac{1}{2}\cdot(2\pi\cdot 4)\cdot 4\sqrt{10}-\frac{1}{2}\cdot(2\pi\cdot 2)\cdot 2\sqrt{10}=12\sqrt{10}\pi$.在 $\mathrm{Rt}\triangle ADF$ 中,$\sin A=\frac{DF}{AD}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$,

$BD=\sqrt{BF^2+DF^2}=6\sqrt{2}$，设球 O 的半径为 R，则 $2R$ 为 $\triangle ABD$ 外接圆的直径，由正弦定理可得 $2R=\frac{BD}{\sin A}=4\sqrt{5}$，$R=2\sqrt{5}$，因此，球 O 的体积为 $\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi(2\sqrt{5})^3=\frac{160\sqrt{5}}{3}\pi$.

故答案为：$12\sqrt{10}\pi$ 和 $\frac{160\sqrt{5}}{3}\pi$.

四、解答题

17. **解**：(1)因为 $\sqrt{3}a\sin B=b(2-\cos A)$，

由正弦定理得 $\sqrt{3}\sin A\sin B=\sin B(2-\cos A)$. （2 分）

因为 $B\in(0,\pi)$，

所以 $\sin B>0$，

所以 $\sqrt{3}\sin A+\cos A=2$， （3 分）

所以 $2\sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)=2$. （4 分）

因为 $A\in(0,\pi)$，

所以 $A+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，即 $A=\frac{\pi}{3}$. （5 分）

(2)因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{4}bc=\frac{\sqrt{3}}{4}a$，

所以 $a=bc$. （6 分）

由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\frac{\pi}{3}=b^2+c^2-bc$ （7 分）

$=(b+c)^2-3bc$. （8 分）

又 $a+b+c=3a$，

所以 $b+c=2a$，

所以 $a^2=4a^2-3a$， （9 分）

解得 $a=1$ 或 $a=0$(舍)，故 $a=1$. （10 分）

18. **解**：(1)因为 n，a_n，S_n 成等差数列，

所以 $S_n+n=2a_n$，① （1 分）

所以 $S_{n-1}+n-1=2a_{n-1}(n\geq2)$，② （2 分）

①－②，得 $a_n+1=2a_n-2a_{n-1}$，

所以 $a_n+1=2(a_{n-1}+1)(n\geq2)$. （3 分）

又当 $n=1$ 时，$S_1+1=2a_1$，

所以 $a_1=1$，

所以 $a_1+1=2$，

故数列 $\{a_n+1\}$ 是首项为 2，公比为 2 的等比数列，

（4 分）

所以 $a_n+1=2\cdot2^{n-1}=2^n$，即 $a_n=2^n-1$. （5 分）

设等差数列 $\{b_n\}$ 的公差为 d，则 $d\neq0$.

因为 b_1，b_2，b_5 成等比数列，

故 $b_2^2=b_1b_5$，即 $(1+d)^2=1\cdot(1+4d)$， （6 分）

解得 $d=2$ 或 0(舍)，

所以 $b_n=2n-1$. （7 分）

(2)因为 $a_1=1$，$a_2=3$，$a_3=7$，$a_4=15$，$a_5=31$，$a_6=63$，$a_7=127$，$a_8=255$， （8 分）

$b_{64}=127$，$b_{106}=211$，$b_{107}=213$. （9 分）

所以 $c_1+c_2+\cdots+c_{100}=(b_1+b_2+\cdots+b_{107})-(a_1+a_2+\cdots+a_7)=\frac{107\times(1+213)}{2}-[(2^1+2^2+\cdots+2^7)-7]$ （10 分）

$=\frac{107\times214}{2}-\frac{2(1-2^7)}{1-2}+7=107^2-2^8+9=11\ 202$. （12 分）

19. **解**：(1) $\overline{X}=$

$\frac{100\times51+200\times61+450\times71+200\times81+50\times91}{1\ 000}$

$=\frac{10\times 7\ 000}{1\ 000}=70$. (2分)

故 $\mu\approx 70$. (3分)

又样本方差 $s^2\approx 100$,

故 $\sigma\approx\sqrt{s^2}\approx 10$.

所以 $X\sim N(70,10^2)$. (4分)

由题意,该厂生产的产品为正品的概率 $P=P(60<X<90)=P(60<X<70)+P(70<X<90)$ (5分)

$=\frac{1}{2}(0.682\ 7+0.954\ 5)=0.818\ 6$. (6分)

(2)由题意知,所需要检验的次数 Y 所有可能的取值为 2,3,4,

$P(Y=2)=\frac{A_2^2}{A_5^2}=\frac{1}{10}$,

$P(Y=3)=\frac{C_2^1C_3^1A_2^2+A_3^3}{A_5^3}=\frac{3}{10}$,

$P(Y=4)=\frac{C_2^1A_3^1A_3^2C_2^1}{A_5^4}=\frac{3}{5}\left(或\ P(Y=4)=\frac{C_2^1C_3^1A_3^3}{A_5^3}=\frac{36}{60}=\frac{3}{5}\right)$. (9分)

所以 Y 的分布列为

Y	2	3	4
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$

(10分)

数学期望 $E(Y)=2\times\frac{1}{10}+3\times\frac{3}{10}+4\times\frac{3}{5}=3.5$.

(12分)

20. **解**:(1)证明:在 $\triangle ABC$ 中,$BC=2$,$AC=2\sqrt{2}$,$\angle ACB=45°$,

由余弦定理可得 $AB^2=BC^2+AC^2-2\times BC\times AC\times\cos 45°=4$.

所以 $AB=2$. (1分)

所以 $AC^2=AB^2+BC^2$.

所以 $\triangle ABC$ 是直角三角形,$AB\perp BC$. (2分)

又 $BE\perp BC$,$AB\cap BE=B$,$AB,BE\subset$ 平面 ABE,

所以 $BC\perp$ 平面 ABE. (3分)

因为 $EA\subset$ 平面 ABE,

所以 $BC\perp EA$. (4分)

因为 $EA\perp AC$,$AC\cap BC=C$,$AC,BC\subset$ 平面 $ABCD$,

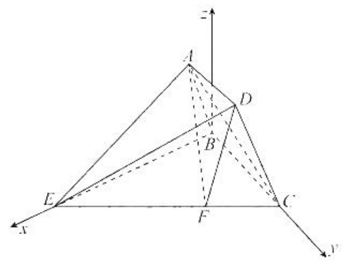
所以 $EA\perp$ 平面 $ABCD$. (5分)

(2)由(1)知,$BC\perp$ 平面 ABE,$BC\subset$ 平面 BEC,

所以平面 $BEC\perp$ 平面 AEB,

在平面 ABE 中,过点 B 作 $Bz\perp$ 平面 BEC. (6分)

如图,以 B 为原点,BE,BC 所在直线分别为 x,y 轴建立空间直角坐标系 $B-xyz$.



则 $B(0,0,0)$,$C(0,2,0)$,$E(4,0,0)$,$A(1,0,\sqrt{3})$,$D(1,1,\sqrt{3})$. (7分)

易知 $\overrightarrow{AD}=(0,1,0)$,$\overrightarrow{AE}=(3,0,-\sqrt{3})$,$\overrightarrow{EC}=(-4,2,0)$,设 $EF=\lambda EC(0\leqslant\lambda\leqslant 1)$,

则 $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AE}+\lambda\overrightarrow{EC}=(3,0,-\sqrt{3})+\lambda(-4,2,0)=(3-4\lambda,2\lambda,-\sqrt{3})$. (8分)

设平面 ADF 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$,

则$\begin{cases}\overrightarrow{AD}\cdot n=0,\\ \overrightarrow{AF}\cdot n=0.\end{cases}$

即$\begin{cases}y=0,\\ (3-4\lambda)x+2\lambda y-\sqrt{3}z=0.\end{cases}$

令 $x=\sqrt{3}$,

则 $y=0,z=3-4\lambda$.

所以 $n=(\sqrt{3},0,3-4\lambda)$为平面 ADF 的一个法向量. (9 分)

由(1)知 $EA\perp$平面 $ABCD$,

所以$\overrightarrow{EA}=(-3,0,\sqrt{3})$为平面 $ABCD$ 的一个法向量. (10 分)

依题意有 $\cos 60°=\frac{1}{2}=\frac{|\overrightarrow{EA}\cdot n|}{|\overrightarrow{EA}|\cdot|n|}=$

$\frac{|-3\sqrt{3}+0+\sqrt{3}\times(3-4\lambda)|}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3+(3-4\lambda)^2}}=\frac{4\sqrt{3}\lambda}{2\sqrt{3}\times\sqrt{12-24\lambda+16\lambda^2}}$.

解得 $\lambda=\frac{1}{2}$. (11 分)

故存在点 F,使得二面角 $F-AD-C$ 的大小是 $60°$.

此时$\frac{EF}{EC}=\frac{1}{2}$为所求. (12 分)

21. **解**:(1)因为椭圆 C 的离心率为$\frac{1}{2}$,

所以$\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$,

所以 $a=2c,b=\sqrt{3}c$, (1 分)

又由椭圆经过点$\left(\sqrt{3},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$,

所以$\frac{3}{a^2}+\frac{3}{4b^2}=1$,解得 $c=1,a=2,b=\sqrt{3}$. (2 分)

则椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. (3 分)

(2)依题意 $F_1(-1,0)$.

(i)当直线 AB 的斜率存在时,设直线 m 的方程为 $y=k(x+1)$,$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$, (4 分)

联立$\begin{cases}y=k(x+1)\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$,

整理得$(3+4k^2)x^2+8k^2x+4k^2-12=0$. (5 分)

则 $x_1+x_2=\frac{-8k^2}{3+4k^2}$,$x_1x_2=\frac{4k^2-12}{3+4k^2}$. (6 分)

设 $P(x_0,y_0)$,由四边形 $OAPB$ 为平行四边形,得$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$,

则$\begin{cases}x_0=x_1+x_2=\frac{-8k^2}{3+4k^2}\\ y_0=y_1+y_2=\frac{6k}{3+4k^2}\end{cases}$.

即 $P\left(\frac{-8k^2}{3+4k^2},\frac{6k}{3+4k^2}\right)$. (7 分)

若点 P 落在椭圆 C 上,则$\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{3}=1$,

即$\frac{\left(\frac{-8k^2}{3+4k^2}\right)^2}{4}+\frac{\left(\frac{6k}{3+4k^2}\right)^2}{3}=1$, (8 分)

整理得$\frac{16k^4+12k^2}{(3+4k^2)^2}=1$,解得 $k\in\varnothing$. (9 分)

(ii)当直线 AB 的斜率不存在时,直线 m 的方程为 $x=-1$. (10 分)

此时存在点 $P(-2,0)$在椭圆 C 上. (11 分)

综上,存在直线 $m:x=-1$,使得点 $P(-2,0)$在椭圆 C 上. (12 分)

22. **解**:(1)函数 $f(x)=xe^x$ 的定义域为 $\mathbf{R}$. (1 分)

$f'(x)=(x+1)e^x$,令 $f'(x)=0$,解得 $x=-1$. (2 分)

当 $x<-1$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减． （3分）

当 $x>-1$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增． （4分）

所以当 $x=-1$ 时，函数 $f(x)$取得极小值 $f(-1)=-\frac{1}{e}$，无极大值． （5分）

(2)设函数 $F(x)=f(x)-g(x)=xe^x-a(x+\ln x)$，$(a>0)$，$x>0$．

则 $F'(x)=e^x+xe^x-a\left(1+\frac{1}{x}\right)=\frac{(x+1)(xe^x-a)}{x}$，$(a>0)$． （6分）

因为 $a>0$ 时，

又 $y=xe^x$ 在$(0,+\infty)$上单调递增．

令 $F'(x)=0$，

则 $xe^x=a$．

故方程 $xe^x=a$ 在$(0,+\infty)$上有唯一解，记为 x_1，即 $F'(x)=0$ 的根为 x_1． （7分）

且当 $x\in(0,x_1)$时，$F'(x)<0$，

当 $x\in(x_1,+\infty)$时，$F'(x)>0$．

所以 $F(x)$在区间$(0,x_1)$上单调递减，在区间$(x_1,+\infty)$上单调递增．

所以 $F(x)_{\min}=F(x_1)$． （8分）

因为关于 x 的不等式 $f(x)<g(x)$的解集不是空集，

所以 $F(x)_{\min}<0$，即 $x_1e^{x_1}-a(\ln x_1+x_1)<0$． （9分）

又因为 $x_1e^{x_1}=a$，

所以 $\ln(x_1e^{x_1})=\ln a$，即 $\ln x_1+x_1=\ln a$． （10分）

不等式 $x_1e^{x_1}-a(\ln x_1+x_1)<0$，即 $a-a\ln a<0$．

又 $a>0$，

所以 $\ln a>1$，即 $a>e$． （11分）

所以实数 a 的取值范围为$(e,+\infty)$． （12分）