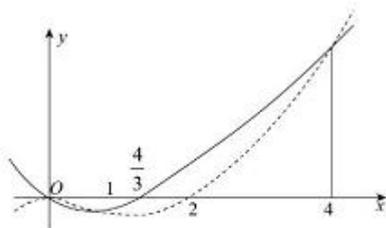


人大附中 2020 届高三上学期数学

统练七（期中模拟）

一、选择题

1. 已知集合 $M = \{x | x(x+1) > 0\}$, $N = \{x | y = \sqrt{x}\}$, 则 $M \cup N = (\quad)$
 A. $(-\infty, -1) \cup [0, +\infty)$ B. $(-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$ C. M D. N
2. 下列函数满足对 $\forall x \in R$, $f(-x) + f(x) = 0$ 恒成立的是 (\quad)
 A. $f(x) = e^x + e^{-x}$ B. $f(x) = \frac{1}{x}$ C. $f(x) = x + \sin x$ D. $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$
3. 已知函数 $f(x)$ 与 $f'(x)$ 的图象如图所示, 则不等式 $\begin{cases} f(x) > f'(x) \\ 0 < x < 4 \end{cases}$ 的解集为 (\quad)



- A. $(0, 1)$ B. $(1, \frac{4}{3})$ C. $(\frac{4}{3}, 2)$ D. $(2, 4)$
4. 在矩形 $ABCD$ 中, M 为 CD 中点, N 在边 BC 上运动, 若 $\overline{MN} = \lambda \overline{AB} + \mu \overline{AD} (\lambda, \mu \in R)$, 则 μ 的取值范围是 (\quad)
 A. $[0, 1]$ B. $[0, \frac{1}{2}]$ C. $[-1, 0]$ D. $[-\frac{1}{2}, 0]$
5. 若 $x - y > 0$, 则下列结论一定成立的是 (\quad)
 A. $(\frac{1}{2})^x > (\frac{1}{2})^y$ B. $\sqrt{x} > \sqrt{y}$ C. $|x| > y$ D. $x > |y|$
6. 有关数据显示, 中国快递行业产生的包装垃圾在 2015 年约为 400 万吨, 2016 年的年增长率为 50%, 有专家预测, 如果不采取措施, 未来包装垃圾还将以此增长率增长, 从 (\quad) 年开始, 快递业产生的包装垃圾超过 4000 万吨. (晓观数学) (参考数据: $\lg 2 \approx 0.3010$, $\lg 3 \approx 0.4771$)
 A. 2020 B. 2021 C. 2022 D. 2013
7. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_n = n^2 + \lambda n$, $n \in N^+$, 则 “ $a_1 < a_2$ ” 是 “ $\{a_n\}$ 是单调递增数列” 的 (\quad)
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 设 a, b, c 为实数, $f(x) = (x+a)(x^2+bx+c)$, $g(x) = (ax+1)(cx^2+bx+1)$. 记集合 $S = \{x | f(x) = 0, x \in R\}$, $T = \{x | g(x) = 0, x \in R\}$, 若 $|S|, |T|$ 分别为集合元素 S, T 的元素个数, 则下列结论不可能的是 ()
- A. $|S|=1$ 且 $|T|=0$ B. $|S|=1$ 且 $|T|=1$ C. $|S|=2$ 且 $|T|=2$ D. $|S|=2$ 且 $|T|=3$

二、填空题

9. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, S_n 为其前 n 项和. 若 $a_3 = -6$, $S_3 = S_5$, 则公差 $d =$ _____; S_n 的最小值为 _____.

10. 若锐角 φ 满足 $\sin \varphi - \cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\varphi =$ _____.

11. 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $a - b = 1$, 则 $2a + \frac{1}{b}$ 的最小值为 _____.

12. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 4, c = 6, \sin 2A = \sin C$, 则 $b =$ _____.

13. 已知 a, b 为平面内两个不共线的向量, 给出以下 4 个论断:

① $|a-b| = \sqrt{3}|a|$; ② $\langle a, b \rangle = \frac{\pi}{6}$; ③ $|a| = 1$; ④ $a \perp (a-b)$

请以其中两个为条件, 另一个为结论, 写出一个正确命题: _____.

14. 记实数 x_1, x_2, \dots, x_n 中的最大数为 $\max\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 最小数为 $\min\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. 设 $\triangle ABC$ 的三边边长分

别为 a, b, c , 且 $a \leq b \leq c$, 定义 $\triangle ABC$ 的倾斜度为 $t = \max\left\{\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}\right\} \cdot \min\left\{\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}\right\}$.

(1) 若 $\triangle ABC$ 为等腰三角形, 则 $t =$ _____;

(2) 设 $a = 1$, 则 t 的取值范围是 _____.

三、解答题

15. 已知 (晓观数学) 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d = 2$, 且 $a_2 + a_5 = 2$, $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n .

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 S_m, a_7, a_{15} 成等比数列, 求 m 的值.



16. 已知函数 $f(x) = \cos \omega x \cos \frac{\pi}{5} + \sin \omega x \sin \frac{\pi}{5}$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 π .

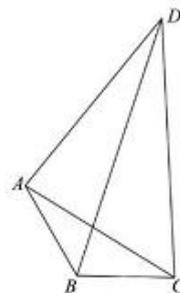
- (1) 求 ω 的值并计算 $f\left(\frac{\pi}{10}\right)$ 的值;
- (2) 若 $x \in \left[0, \frac{7\pi}{20}\right]$, 求 $f(x)$ 的值域.

17. 已知函数 $f(x) = (2x+1)\ln x - \frac{1}{2}x^2 - 2x$.

- (1) 设 $g(x) = f'(x) + x - a$, 若关于 x 的不等式 $g(x) < 0$ 有解, 求实数 a 的取值范围.
- (2) 求 $f(x)$ 的单调区间.

18. 已知在四边形 $ABCD$ 中, $BC \perp CD$, $AC = \sqrt{3}BC$, $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$.

- (1) 求 $\angle ACB$ 的值;
- (2) 若 $BC = \sqrt{3}$, $AD = \sqrt{13}$, 求 BD 的长. (晓观数学)



19. 已知函数 $f(x) = e^{2x} - ax$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $x > 0$ 时, $f(x) > ax^2 + 1$, 求 a 的取值范围.

20. 已知数列 $\{a_n\}$ 是无穷数列, 满足 $\lg a_{n+1} = |\lg a_n - \lg a_{n-1}| (n = 2, 3, 4, \dots)$.

(1) 若 $a_1 = 2$, $a_2 = 3$, 求 a_1, a_2, a_3 ;

(2) 求证: “数列 $\{a_n\}$ 中存在 $a_k (k \in \mathbb{N}^*)$ 使得 $\lg a_k = 0$ ” 是 “数列 $\{a_n\}$ 中有无数多项是 1” 的充要条件;

(3) 求证: 在数列 $\{a_n\}$ 中 $\exists a_k (k \in \mathbb{N}^*)$, 使得 $1 \leq a_k < 2$. (晓观数学)

自主招生在线创始于 2014 年, 致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主选拔在线**官方微信号: **zizzsw**。



识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国重点中学 2019-2020 学年高三月考试题及参考答案（更新下载中），点击链接获得

<http://www.zizzs.com/c/201910/39637.html>