高三数学考试参考答案

1. A 【解析】本题考查集合的并集，考查数学运算的核心素养.

因为 $A=(\frac{1}{2},+\infty)$，$B=(-1,3)$，所以 $A\cup B=(-1,+\infty)$.

2. B 【解析】本题考查复数的新概念与复数的运算，考查数学运算的核心素养.

因为 $z=(1-i)^2(1-i)=-2i(1-i)=-2-2i$，所以 $3-2i$ 与 z 的虚部相等，所以 $3-2i$ 是 z 的同部复数.

3. D 【解析】本题考查三角恒等变换，考查逻辑推理的核心素养.

因为 $\tan(\theta-\pi)=\tan\theta$，所以乙和丁的判断只有一个正确. $\tan 2\theta=\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$，若丁的判断正确，则 $\tan\theta\geqslant 2$，$\tan 2\theta<0$，丙的判断错误；若乙的判断正确，则 $\tan 2\theta=\frac{4}{3}>1$，丙的判断也正确，此时，$\theta$ 是第一或第三象限角，所以当 θ 是第三象限角，且 $\tan\theta=\frac{1}{2}$ 时，只有丁的判断错误. 故此人是丁.

4. C 【解析】本题考查相互独立事件的概率，考查应用意识与逻辑推理的核心素养.

因为前两局甲都输了，所以甲需要连胜四局或第三局到第六局输 1 局且第七局胜，甲才能最后获胜，所以甲最后获胜的概率为 $(\frac{1}{2})^4+C_4^1\times(1-\frac{1}{2})\times(\frac{1}{2})^4=\frac{3}{16}$.

5. B 【解析】本题考查椭圆的实际应用，考查直观想象的核心素养.

由题意可知，$|PQ|+|PF_1|+|QF_1|=4a=3\times 2c$，所以 $c=\frac{2}{3}a$，$b=\sqrt{a^2-c^2}=\frac{\sqrt{5}}{3}a$. 由该椭球横截面圆的最大直径为 2 米，可知 $2b=2$ 米，所以 $b=1$ 米，$a=\frac{3\sqrt{5}}{5}$ 米，该椭球的高为 $2a=\frac{6\sqrt{5}}{5}$ 米.

6. B 【解析】本题考查三角函数的图象及其性质，考查直观想象与逻辑推理的核心素养.

因为 $\omega>0$，所以当 $x\in[0,\pi]$ 时，$\omega x+\frac{\pi}{3}\in[\frac{\pi}{3},\omega\pi+\frac{\pi}{3}]$. 依题意可得 $\pi<\omega\pi+\frac{\pi}{3}<\frac{7\pi}{2}$，解得 $\frac{2}{3}<\omega<\frac{19}{6}$.

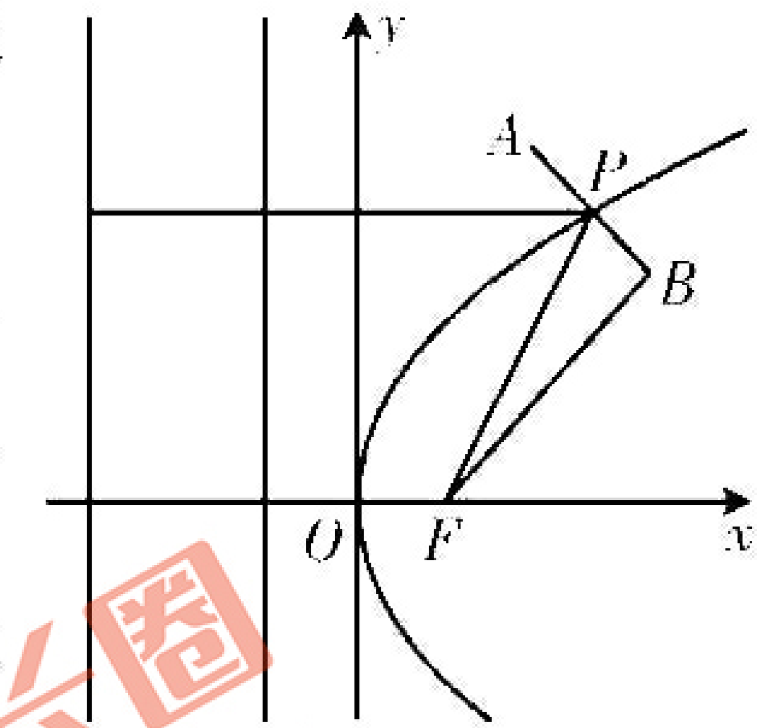
7. A 【解析】本题考查函数的奇偶性与单调性，考查逻辑推理的核心素养.

因为当 $0\leqslant x\leqslant 2$ 时，$f(x)=2x-x^2$，当 $x>2$ 时，$f(x)=|x-3|-1$，

且 $f(2)=|2-3|-1=0$，所以 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递增，在 $(1,3)$ 上单调递减，在 $[3,+\infty)$ 上单调递增. 因为 $f(-\sqrt{26})=f(\sqrt{26})>f(5)=1=f(1)$，$1<2^{0.3}<3^{0.3}<3$，

所以 $f(-\sqrt{26})>f(2^{0.3})>f(3^{0.3})$.

8. A 【解析】本题考查抛物线定义的应用，考查直观想象的核心素养以及化归与转化的数学思想.



如图，$d_2=d_1+2$，因为 $A(2,4)$ 关于 P 的对称点为 B，所以 $|PA|=|PB|$，所以 $d_1+d_2+|AB|=2d_1+2+2|PA|=2(d_1+|PA|)+2=2(|PF|+|PA|)+2\geq 2|AF|+2=2\sqrt{17}+2$，所以当 P 在线段 AF 上时，$d_1+d_2+|AB|$ 取得最小值，且最小值为 $2\sqrt{17}+2$.

9. BD 【解析】本题考查二项式定理，考查运算求解能力与推理论证能力.

$(xy^2-\frac{1}{2xy})^6$ 的展开式中不含字母 x 的项为 $C_6^3(xy^2)^3(-\frac{1}{2xy})^3=-\frac{5}{2}y^3$，$(xy^2-\frac{1}{2xy})^6$ 的展开式中不含字母 y 的项为 $C_6^4(xy^2)^2(-\frac{1}{2xy})^4=\frac{15}{16x^2}$.

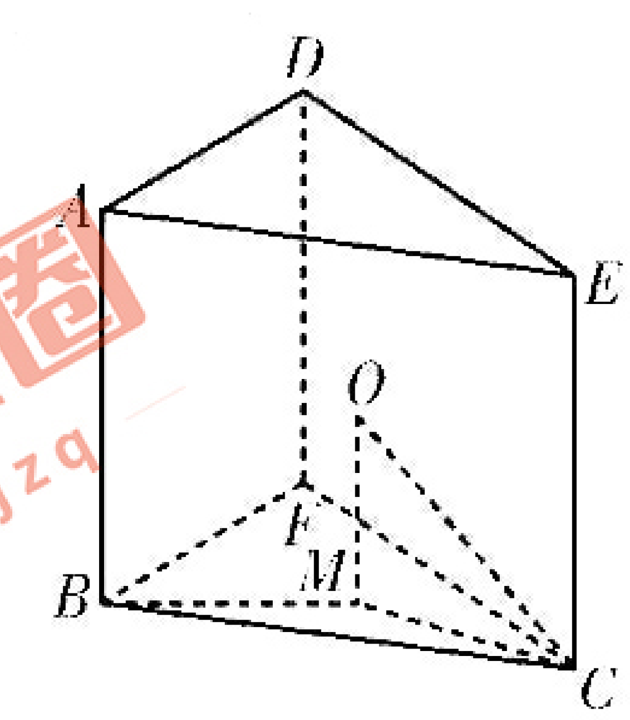
10. ABD 【解析】本题考查向量的运算与函数的图象，考查直观想象与逻辑推理的核心素养.

因为$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(x,-x)$，所以 $f(x)=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=ax^2-x$.

当 $a=0$ 时，$f(x)=x$；当 $a>0$ 时，$f(x)$的零点为 0 和 $\frac{1}{a}$，且 $\frac{1}{a}<0$；当 $a<0$ 时，$f(x)$的零点为 0 和$-\frac{1}{a}$，且$-\frac{1}{a}>0$. 所以 $f(x)$的大致图象可能为 ABD.

11. AC 【解析】本题考查垂直关系、异面直线所成角与球体的表面积，考查空间想象能力与运算求解能力.

如图，将四面体 $ABCD$ 补成直三棱柱 $ADE-BFC$.



因为异面直线 BC 和 AD 所成角的余弦值为$\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

所以 $\cos\angle CBF=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$\sin\angle CBF=\frac{1}{3}$.

当 $\cos\angle CBF=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 时，

由余弦定理可得 $CF=\sqrt{BC^2+BF^2-2BC\cdot BF\cdot\cos\angle CBF}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

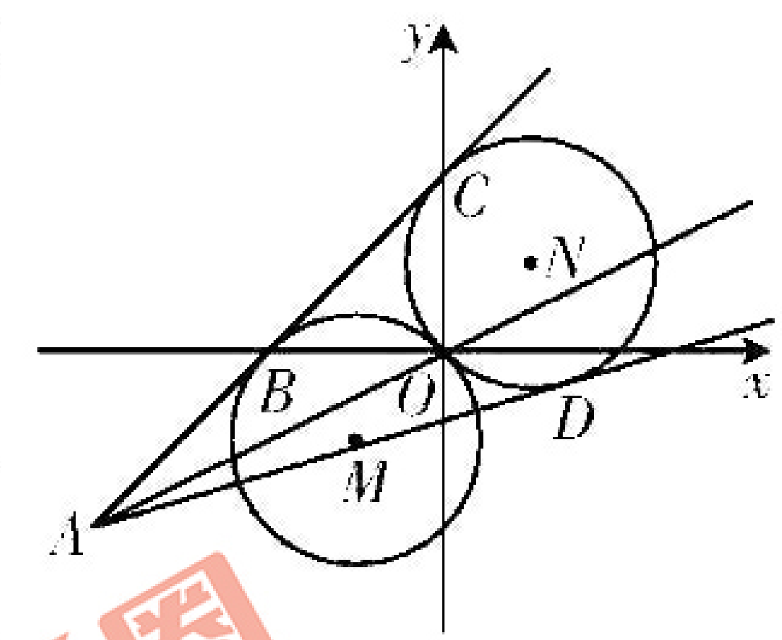
由正弦定理可得底面外接圆(M 为圆心)的直径 $2r=\frac{CF}{\sin\angle CBF}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{3}}{\frac{1}{3}}=\sqrt{6}$，

而 $MO=\frac{AB}{2}=1$，所以球 O 的半径 $R=\sqrt{MO^2+r^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}$，球 O 的表面积 $S=4\pi R^2=10\pi$.

当 $\cos\angle CBF=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 时，$CF=\sqrt{BC^2+BF^2-2BC\cdot BF\cdot\cos\angle CBF}=\frac{\sqrt{102}}{3}$，

同理可得球 O 的半径 $R=\frac{\sqrt{106}}{2}$，球 O 的表面积 $S=4\pi R^2=106\pi$.

12. ACD 【解析】本题考查直线与圆的综合,考查数形结合、化归与转化的数学思想.



由$(x^2+y^2-2)^2=4+8xy$,得$(x^2+y^2)^2-4(x^2+y^2)+4=4+8xy$,即$(x^2+y^2)^2=4(x+y)^2$,即$(x^2+y^2+2x+2y)(x^2+y^2-2x-2y)=0$,所以曲线$\Omega$表示以$M(-1,-1)$,$N(1,1)$为圆心,$\sqrt{2}$为半径的两个圆,如图所示.

设过点A且与圆N相切的直线方程为$y=k(x+4)-2$,则点N到该直线的距离$d_1=\frac{|5k-3|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{2}$,解得$k_1=1$,$k_2=\frac{7}{23}$,即图中直线$AC$的斜率为1,直线$AD$的斜率为$\frac{7}{23}$.直线$AO$的斜率为$\frac{1}{2}$.

直线AC的方程为$y=x+2$,点M到直线AC的距离$d_2=\sqrt{2}$,则直线AC与圆M相切于点B.

在直线l绕着点$A(-4,-2)$从直线AC顺时针旋转到直线AO的过程中,直线l与曲线Ω的公共点个数都为4(不包括直线AC与直线AO的位置);在直线l绕着点$A(-4,-2)$从直线AO顺时针旋转到直线AD的过程中,直线l与曲线Ω的公共点个数也都为4(不包括直线AO与直线AD的位置).

所以当直线l与曲线Ω的公共点个数为4时,直线l斜率的取值范围为$(\frac{7}{23},\frac{1}{2})\cup(\frac{1}{2},1)$.

设过点A且与圆M相切的直线方程为$y=k'(x-4)-2$,则点M到该直线的距离$d_2=\frac{|3k'-1|}{\sqrt{1+(k')^2}}=\sqrt{2}$,解得$k'_1=1$,$k'_2=-\frac{1}{7}$,由图可知,当直线$l$与曲线$\Omega$有2个公共点时,直线$l$斜率的取值范围为$(-\frac{1}{7},\frac{7}{23})\cup\{1\}$.

由图可知,直线AO与曲线Ω的公共点个数为3,直线AD与曲线Ω的公共点个数也为3,直线$y=-\frac{1}{7}(x+4)-2$与曲线Ω的公共点个数为1,所以当直线l与曲线Ω有奇数个公共点时,直线l斜率的取值共有3个.

存在定点O,使得过O的任意直线与曲线Ω的公共点的个数为1或3,所以存在定点Q(Q与O重合),使得过Q的任意直线与曲线Ω的公共点的个数都不可能为2.

13. 9 【解析】本题考查基本不等式的应用,考查数学运算的核心素养.

$(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}})(\sqrt{x}+4\sqrt{y})=5+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}+\frac{4\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\geqslant5+2\sqrt{4}=9$,当且仅当$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}=\frac{4\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$,即$x-4y=0$时,等号成立,所以$(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}})(\sqrt{x}+4\sqrt{y})$的最小值为9.

14. 1 【解析】本题考查对数的运算,考查数学运算的核心素养.

因为 $\lg x=2\lg y,\lg(x+y)=\lg y-\lg x$，所以 $x=y^2,x+y=\frac{y}{x}(x>0,y>0)$，

则 $y^2+y=\frac{1}{y}$，所以 $y^2+y^3=1$.

15. $\frac{4\sqrt{35}}{35}$ **【解析】本题考查空间向量与立体几何，考查数学运算的核心素养.**

依题意可得 $\overrightarrow{DA}=(a^2+1,2a,3),\overrightarrow{BC}=(1,1,1),\overrightarrow{BD}=(-1,0,2)$.

设 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$ 是平面 BCD 的法向量，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x+y+z=0,\\ -x+2z=0,\end{cases}$ 令 $x=2$，得 $\boldsymbol{n}=(2,-3,1)$.

所以点 A 到平面 BCD 的距离 $d=\frac{|\overrightarrow{DA}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{n}|}=\frac{|2a^2-6a+5|}{\sqrt{14}}=\frac{2(a-\frac{3}{2})^2+\frac{1}{2}}{\sqrt{14}}$.

当 $a=\frac{3}{2}$ 时，d 取得最小值，此时，$\overrightarrow{AE}=(0,-3,-1)$，

所以直线 AE 与平面 BCD 所成角的正弦值为 $\frac{|\overrightarrow{AE}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\overrightarrow{AE}||\boldsymbol{n}|}=\frac{8}{\sqrt{10}\times\sqrt{14}}=\frac{4\sqrt{35}}{35}$.

16. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ **【解析】本题考查导数与不等式的交汇，考查化归与转化的数学思想.**

当 $x\in(0,+\infty)$，且 $b\in(0,2)$ 时，由 $3x^{\frac{2}{3}}\leqslant ax+b$，得 $a\geqslant 3x^{-\frac{1}{3}}-\frac{b}{x}$.

设 $g(x)=3x^{-\frac{1}{3}}-\frac{b}{x}$，则 $g'(x)=-x^{-\frac{4}{3}}+\frac{b}{x^2}=\frac{-x^{\frac{2}{3}}+b}{x^2}$，

得 $g(x)$ 在 $(0,b^{\frac{3}{2}})$ 上单调递增，在 $(b^{\frac{3}{2}},+\infty)$ 上单调递减，

$g(x)_{\max}=g(b^{\frac{3}{2}})=\frac{2}{\sqrt{b}}$，得 $a\geqslant\frac{2}{\sqrt{b}}$.

$ax+b\leqslant 2x^2+2$ 等价于 $a\leqslant 2x+\frac{2-b}{x}$，而 $2x+\frac{2-b}{x}\geqslant 2\sqrt{2x\cdot\frac{2-b}{x}}=2\sqrt{2(2-b)}$，

所以 $a\leqslant 2\sqrt{2(2-b)}$，则 $\frac{2}{\sqrt{b}}\leqslant 2\sqrt{2(2-b)}$，

解得 $\frac{2-\sqrt{2}}{2}\leqslant b\leqslant\frac{2+\sqrt{2}}{2}$，所以 b 的最大值是 $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$.

17. 解：(1)设 $\{a_n\}$ 的公差为 d，$\{b_n\}$ 的公比为 q，

则 $d=\frac{a_3-a_1}{3-1}=1$. …………………………………… 1 分

$q=\frac{b_2}{b_1}=2$， …………………………………… 2 分

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=n$， …………………………………… 3 分

$b_n=b_1q^{n-1}=2^n$. …………………………………… 4 分

(2)由(1)知 $a_{2n}+3b_{2n-1}=2n+3\times 2^{2n-1}$, ………………………………………… 5 分

则 $S_n=2\times(1+2+\cdots+n)+3\times(2+2^3+\cdots+2^{2n-1})$ ………………………………… 6 分

$=(1+n)n+3\times\dfrac{2(1-4^n)}{1-4}=2\times 4^n+n^2+n-2$. ………………………………………… 10 分

评分细则:

【1】第(1)问还可以这样解答:

设$\{a_n\}$的公差为 d,则 $a_3=a_1+2d=1+2d=3$,解得 $d=1$, ………………………………… 1 分

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=n$. ……………………………………………………………………… 2 分

设$\{b_n\}$的公比为 q,则 $b_2=b_1q=2q=4$,解得 $q=2$, ………………………………………… 3 分

所以 $b_n=b_1q^{n-1}=2^n$. ……………………………………………………………………… 4 分

【2】第(2)问中,最后的结果写为 $2^{2n+1}+n^2+n-2$,不扣分.

18.(1)证明:连接 C_1D. ………………………………………………………………………… 1 分

在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$AD/\!/B_1C_1$,则 A,B_1,C_1,D 四点共面, …………… 2 分

所以 $E\in$平面 AB_1C_1D. ……………………………………………………………………… 3 分

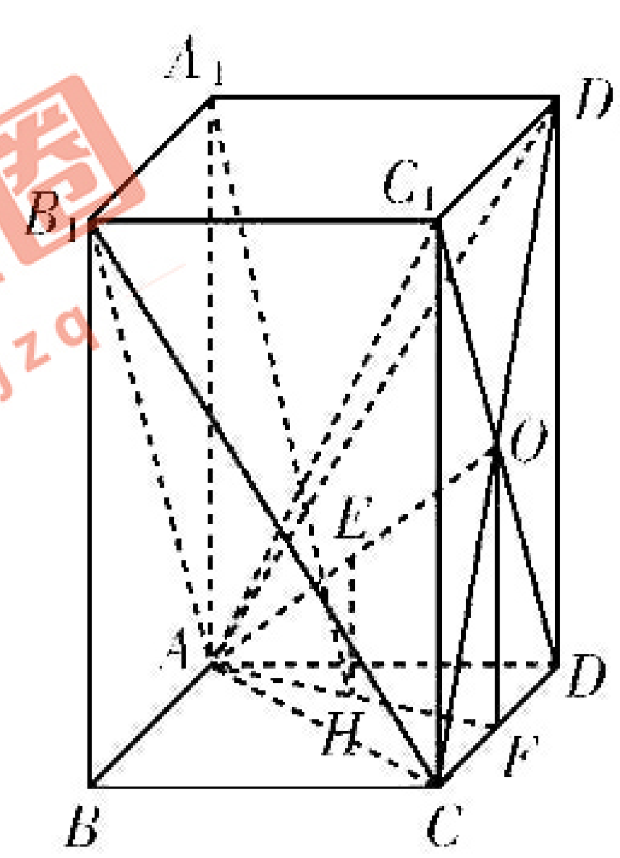
因为侧面 CC_1D_1D 为矩形,且 O 为 CD_1 的中点,

所以 $C_1D\cap CD_1=O$,所以 O 为平面 AB_1C_1D 与平面 ACD_1 的一个公共点, ………… 4 分

所以平面 $AB_1C_1D\cap$平面 $ACD_1=AO$,即平面 $AB_1C_1\cap$平面 $ACD_1=AO$, …………… 5 分

故 $E\in AO$. ………………………………………………………………………………………… 6 分

(2)解:取 CD 的中点 F,连接 OF,AF,则 H 为 AF 的中点. ……………………………… 7 分



理由如下:因为 F,O 分别为 CD,C_1D 的中点,所以 $OF/\!/C_1C$. …… 8 分

在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$C_1C\perp$底面 $ABCD$,所以 $OF\perp$底面 $ABCD$,又 $EH/\!/OF$,所以 $EH\perp$底面 $ABCD$,即 E 在底面 $ABCD$ 内的射影为 H. ………………………………………………………… 9 分

因为 $A_1A\perp$底面 $ABCD$,所以 $A_1A\perp AH$. ……………………………… 10 分

因为 $AH=\dfrac{1}{2}AF=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$, ……………………………………………… 11 分

所以 $A_1H=\sqrt{A_1A^2+AH^2}=\dfrac{\sqrt{69}}{2}$. ……………………………………………………… 12 分

评分细则:

【1】第(1)问中,必须展示作辅助线的过程,仅在图中体现辅助线但过程中无体现的扣 1 分;A,B_1,C_1,D 四点共面是证明第一问的关键,不写清楚四点共面的过程要扣 1 分.

【2】第(2)问严格按照步骤给分.

19.解:(1)由余弦定理得 $BD^2=BE^2+DE^2-2BE\cdot DE\cdot\cos\angle BED$, ……………………… 1 分

则 $BD=\sqrt{17.2^2+10.32^2-2\times17.2\times10.32\cos 120^\circ}$

$=\sqrt{579.8464}=2\sqrt{144.9616}=2\times 12.04=24.08$ m. ……………………………………… 5 分

(2)在$\triangle BCD$中，由正弦定理得$\dfrac{BD}{\sin\angle BCD}=\dfrac{BC}{\sin\angle BDC}$，…………………………………… 6 分

则$BC=\dfrac{BD\cdot\sin\angle BDC}{\sin\angle BCD}=\dfrac{24.08\times 0.94}{\frac{1}{2}}\approx 45.27$ m. …………………………………… 9 分

在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=62^\circ$，……………………………………………………………… 10 分

所以$AB=BC\cdot\tan\angle ACB\approx 45.27\times 1.88=85.1076\approx 85$ m，

故塔高AB为 85 m. ………………………………………………………………………… 12 分

评分细则：

【1】第(1)问中，$BD=\sqrt{17.2^2+10.32^2-2\times 17.2\times 10.32\cos 120^\circ}=\sqrt{579.8464}=\sqrt{24.08^2}=24.08$ m 或 $BD=\sqrt{(3.44\times 5)^2+(3.44\times 3)^2-2\times 3.44^2\times 15\times(-\frac{1}{2})}=3.44\times 7=24.08$ m，这样计算BD都不扣分.

【2】第(2)问中，$BC=\dfrac{BD\cdot\sin\angle BDC}{\sin\angle BCD}=\dfrac{24.08\times 0.94}{\frac{1}{2}}=45.2704$ m，$AB=BC\cdot\tan\angle ACB=45.2704\times 1.88\approx 85$ m，这样作答不扣分.

20. 解：(1)由图可知$f(x)$的图象与x轴切于原点. ……………………………………… 1 分

因为$f'(x)=ae^x+b$，所以$f'(0)=a+b=0$. ……………………………………………… 2 分

又$f(0)=a-2=0$，所以$a=2$，…………………………………………………………… 3 分

所以$b=-2$，$f(x)$的解析式为$f(x)=2e^x-2x-2$. …………………………………… 4 分

(2)由$f(x)+f(2x)>6x+m$对$x\in\mathbf{R}$恒成立，得$m<f(x)+f(2x)-6x$对$x\in\mathbf{R}$恒成立.
……………………………………………………………………………………………… 5 分

设函数$g(x)=f(x)+f(2x)-6x=2e^{2x}+2e^x-12x-4$，

则$g'(x)=4e^{2x}+2e^x-12=2(2e^x-3)(e^x+2)$. …………………………………… 6 分

令$g'(x)=0$，得$x=\ln\dfrac{3}{2}$. ……………………………………………………………… 7 分

令$g'(x)<0$，得$x<\ln\dfrac{3}{2}$；令$g'(x)>0$，得$x>\ln\dfrac{3}{2}$. ………………………………… 8 分

所以$g(x)$在$(-\infty,\ln\dfrac{3}{2})$上单调递减，在$(\ln\dfrac{3}{2},+\infty)$上单调递增，……………………… 9 分

所以$g(x)_{\min}=g(\ln\dfrac{3}{2})=\dfrac{7}{2}-12\ln\dfrac{3}{2}$，…………………………………………… 11 分

所以$m<\dfrac{7}{2}-12\ln\dfrac{3}{2}$，即$m$的取值范围是$(-\infty,\dfrac{7}{2}-12\ln\dfrac{3}{2})$. ………………………… 12 分

评分细则：

【1】第(1)问中，未写“由图可知$f(x)$的图象与x轴切于原点”，但是写了“$f'(0)=f(0)=0$”，不扣分.

【2】第(2)问中，最后得到 $m<\frac{7}{2}-12\ln\frac{3}{2}$，但是没有写成区间形式，不扣分.

21. (1)解：因为 c^2, a^2, b^2 成等差数列，所以 $2a^2=c^2+b^2$， …………………………………… 1 分

又 $c^2=a^2+b^2$，所以 $a^2=2b^2$. …………………………………… 2 分

将点 $(3,\frac{\sqrt{6}}{2})$ 的坐标代入 C 的方程得 $\frac{9}{2b^2}-\frac{\frac{6}{4}}{b^2}=1$，解得 $b^2=3$， …………………………………… 3 分

所以 $a^2=6$，所以 C 的方程为 $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$. …………………………………… 4 分

(2)证明：依题意可设 $PQ: x=my+3$， …………………………………… 5 分

由 $\begin{cases} x=my+3, \\ \frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1, \end{cases}$ 得 $(m^2-2)y^2+6my+3=0$. …………………………………… 6 分

设 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，$y_1>y_2$，则 $\begin{cases} y_1+y_2=\frac{-6m}{m^2-2}, \\ y_1y_2=\frac{3}{m^2-2}. \end{cases}$ …………………………………… 7 分

$M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$，$N(2,\frac{y_1+y_2}{2})$，

则 $k_1-k_2=k_{PN}-k_{QN}=\frac{\frac{y_1-y_2}{2}}{x_1-2}-\frac{\frac{y_2-y_1}{2}}{x_2-2}=\frac{\frac{y_1-y_2}{2}}{my_1+1}-\frac{\frac{y_2-y_1}{2}}{my_2+1}=\frac{(y_1-y_2)[m(y_1+y_2)+2]}{2[m^2y_1y_2+m(y_1+y_2)+1]}$，

…………………………………… 9 分

而 $S=\frac{1}{2}|OF|\cdot(y_1-y_2)=\frac{3}{2}(y_1-y_2)$， …………………………………… 10 分

所以 $\frac{k_1-k_2}{S}=\frac{m(y_1+y_2)+2}{3[m^2y_1y_2+m(y_1+y_2)+1]}=\frac{\frac{-6m^2}{m^2-2}+2}{3(\frac{3m^2}{m^2-2}+\frac{-6m^2}{m^2-2}+1)}=\frac{-4m^2-4}{-6m^2-6}=\frac{2}{3}$，

所以 $\frac{k_1-k_2}{S}$ 是定值. …………………………………… 12 分

评分细则：

【1】第(2)问中，用 PQ 作为底边，O 到直线 PQ 的距离 d 为高，$S=\frac{1}{2}d\times|PQ|$，得到 $S=\frac{3}{2}(y_1-y_2)$，不扣分.

【2】第(2)问还可以这样解答：

当直线 PQ 的斜率不存在时，$PQ: x=3$，$P(3,\frac{\sqrt{6}}{2})$，$Q(3,-\frac{\sqrt{6}}{2})$，$N(2,0)$，

$\frac{k_1-k_2}{S}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{2}-(-\frac{\sqrt{6}}{2})}{\frac{1}{2}\times3\times\sqrt{6}}=\frac{2}{3}$. …………………………………… 5 分

当直线 PQ 的斜率存在时,设 $PQ: y=k(x-3)$,设 $P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$,$y_1>y_2$.

由 $\begin{cases} y=k(x-3), \\ \dfrac{x^2}{6}-\dfrac{y^2}{3}=1, \end{cases}$ 得 $(1-2k^2)x^2+12k^2x-18k^2-6=0$, ………………………………… 6 分

则 $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-12k^2}{1-2k^2}, \\ x_1x_2=\dfrac{-18k^2-6}{1-2k^2}. \end{cases}$ ………………………………………………………… 7 分

$M(\dfrac{x_1+x_2}{2},\dfrac{y_1+y_2}{2})$,$N(2,\dfrac{y_1+y_2}{2})$.

$k_1-k_2=\dfrac{\frac{y_1-y_2}{2}}{x_1-2}-\dfrac{\frac{y_2-y_1}{2}}{x_2-2}=\dfrac{\frac{y_1-y_2}{2}}{x_1-2}-\dfrac{\frac{y_2-y_1}{2}}{x_2-2}=\dfrac{(y_1-y_2)(x_1+x_2-4)}{2[x_1x_2-2(x_1+x_2)+4]}$, …………… 9 分

而 $S=\dfrac{1}{2}\cdot|OF|\cdot(y_1-y_2)=\dfrac{3}{2}(y_1-y_2)$, ……………………………………………… 10 分

所以 $\dfrac{k_1-k_2}{S}=\dfrac{x_1+x_2-4}{3[x_1x_2-2(x_1+x_2)+4]}=\dfrac{\frac{-12k^2}{1-2k^2}-4}{3(\frac{-18k^2-6}{1-2k^2}+\frac{24k^2}{1-2k^2}+4)}=\dfrac{\frac{-4(k^2+1)}{1-2k^2}}{\frac{-6(k^2+1)}{1-2k^2}}=\dfrac{2}{3}$,

所以 $\dfrac{k_1-k_2}{S}$ 是定值. ……………………………………………………………… 12 分

22. 解:(1) X 的可能取值为 2,3,4,则 $P(X=2)=\dfrac{C_5^2}{C_5^2C_5^2}=0.1$, …………………………… 1 分

$P(X=3)=\dfrac{C_5^2C_3^1C_2^1}{C_5^2C_5^2}=0.6$,$P(X=4)=\dfrac{C_5^2C_3^2}{C_5^2C_5^2}=0.3$, ……………………………………… 2 分

则 X 的分布列为

X	2	3	4
P	0.1	0.6	0.3

……………………………………………………………………………………………… 3 分

$E(X)=2\times0.1+3\times0.6+4\times0.3=3.2$. …………………………………………………… 4 分

(2) 设食品药品监督管理部门邀请的代表记为集合 A,人数为 $m=\mathrm{Card}(A)$,卫生监督管理部门邀请的代表为集合 B,人数为 $n=\mathrm{Card}(B)$,则收到两个部门邀请的代表的集合为 $A\cup B$,人数为 $\mathrm{Card}(A\cup B)$.

设参加会议的群众代表的人数为 Y,则 $Y=\mathrm{Card}(A\cup B)$. …………………………………… 5 分

若 $\mathrm{Card}(A\cup B)=k$,则 $\mathrm{Card}(A\cap B)=m+n-k$,

则 $P(Y=k)=\dfrac{C_{100}^{m}C_{100-m}^{k-m}C_m^{m+n-k}}{C_{100}^{m}C_{100}^{n}}=\dfrac{C_{100-m}^{k-m}C_m^{k-n}}{C_{100}^{n}}$, ……………………………………… 7 分

$P(Y=k+1)=\dfrac{C_{100-m}^{k+1-m}C_m^{k+1-n}}{C_{100}^{n}}$,

$\frac{P(Y=k+1)}{P(Y=k)}=\frac{C_{100-m}^{k+1-m}C_m^{k+1-n}}{C_{100-m}^{k-m}C_m^{k-n}}=\frac{(m+n-k)(100-k)}{(k+1-m)(k+1-n)}$. ………………………………… 8分

令 $P(Y=k+1)\leqslant P(Y=k)$，得$\frac{P(Y=k+1)}{P(Y=k)}\leqslant 1$，解得 $k\geqslant\frac{101(m+n)-mn-1}{102}$，……… 9分

以 $k-1$ 代替 k，得$\frac{P(Y=k)}{P(Y=k-1)}=\frac{(m+n+1-k)(101-k)}{(k-m)(k-n)}$，

令 $P(Y=k-1)\leqslant P(Y=k)$，得$\frac{P(Y=k)}{P(Y=k-1)}\geqslant 1$，

令 $P(Y=k-1)\leqslant P(Y=k)$，得$\frac{P(Y=k+1)}{P(Y=k)}\leqslant 1$，解得 $k\leqslant\frac{101(m+n)-mn-1}{102}+1$，………

……………………………………………………………………………………………… 10分

所以$\frac{101(m+n)-mn-1}{102}\leqslant k\leqslant\frac{101(m+n)-mn-1}{102}+1$.

若$\frac{101(m+n)-mn-1}{102}$为整数，则当 $k=\frac{101(m+n)-mn-1}{102}$或 $k=\frac{101(m+n)-mn-1}{102}+1$ 时，$P(Y=k)$取得最大值，所以估计参加会议的群众代表的人数为$\frac{101(m+n)-mn-1}{102}$或$\frac{101(m+n)-mn-1}{102}+1$；………………………………………………………… 11分

若$\frac{101(m+n)-mn-1}{102}$不是整数，则当 $k=\left[\frac{101(m+n)-mn-1}{102}\right]+1$ 时，$P(Y=k)$取得最大值，所以估计参加会议的群众代表的人数为$\left[\frac{101(m+n)-mn-1}{102}\right]+1$，其中，$\left[\frac{101(m+n)-mn-1}{102}\right]$表示不超过$\frac{101(m+n)-mn-1}{102}$的最大整数. ……………… 12分

评分细则：

【1】第(1)问中，$P(X=4)=1-0.1-0.6-0.3$，不扣分.

【2】第(2)问中，未写“$Y=\mathrm{Card}(A\cup B)$”，但是，得到 $P(Y=k)=\frac{C_{100}^{m}C_{100-m}^{k-m}C_m^{m+n-k}}{C_{100}^{m}C_{100}^{n}}=\frac{C_{100-m}^{k-m}C_m^{k-n}}{C_{100}^{n}}$，不扣分. 最后一行中的“最大整数”写为“整数部分”，不扣分.