

大荔县 2022—2023 学年(下)高二年级期末质量检测试题

数 学(理科)

注意事项:

1. 本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。
2. 选择题用 2B 铅笔将正确答案涂写在答题卡上;非选择题用 0.5mm 黑色墨水签字笔答在答题卡的指定答题区域内,超出答题区域答案无效。
3. 答题前,请将姓名、考号、试卷类型按要求涂写在答题卡上。

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、单选题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设复数 $z = \frac{2}{1+i}$ (i 为虚数单位),则 z 的虚部为()
A. $-i$ B. i C. -1 D. 1
2. 命题“ $\forall x \in \mathbb{R}, e^x > 0$ ”的否定为()
A. $\exists x \in \mathbb{R}, e^x \leq 0$ B. $\exists x \in \mathbb{R}, e^x < 0$
C. $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \leq 0$ D. $\forall x \in \mathbb{R}, e^x < 0$
3. 函数 $f(x) = 1 + \sin x$,其导函数为 $f'(x)$,则 $f'(\frac{\pi}{3}) =$ ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
4. 以下四个命题中是假命题的是()
A. “昆虫都是 6 条腿,竹节虫是昆虫,所以竹节虫有 6 条腿”此推理属于演绎推理.
B. “在平面中,对于三条不同的直线 a, b, c ,若 $a \parallel b, b \parallel c$,则 $a \parallel c$,将此结论放到空间中也成立”此推理属于合情推理.
C. 若命题“ $\neg p$ ”与命题“ $p \vee q$ ”都是真命题,那么命题 q 一定是真命题.
D. 若 $x \in (0, \frac{\pi}{2}]$,则 $\sin x + \frac{2}{\sin x}$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$.
5. 已知直线 $y = x - 1$ 与抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 交于 A, B 两点,线段 AB 的中点为 M, O 为坐标原点,直线 OM 与抛物线 C 交于 O, N ,若 $|ON| = 3|OM|$,则 $p =$ ()
A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 4

6. $(x-2)(x+2) > 0$ 的一个充分不必要条件是()

- A. $x \leq 0$ B. $x \geq 0$ C. $x \geq 3$ D. $x > 2$ 或 $x < -2$

7. 某校以劳动周的形式开展劳育工作的创新实践. 学生可以参加“民俗文化”、“茶艺文化”、“茶壶制作”、“水果栽培”、“蔬菜种植”、“3D 打印”这六门劳动课中的两门. 则甲、乙、丙这 3 名学生至少有 2 名学生所选劳动课全不相同的方法种数共有()

- A. 2080 B. 2520 C. 3375 D. 3870

8. 一次数学考试共有 8 道判断题, 每道题 5 分, 满分 40 分. 规定正确的画 $\checkmark$, 错误的画 $\times$.

甲、乙、丙、丁四名同学的解答及得分情况如表所示, 则 m 的值为()

题号学生	1	2	3	4	5	6	7	8	得分
甲	$\times$	$\checkmark$	$\times$	$\checkmark$	$\times$	$\times$	$\checkmark$	$\times$	30
乙	$\times$	$\times$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\times$	$\times$	$\checkmark$	25
丙	$\checkmark$	$\times$	$\times$	$\times$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\times$	25
丁	$\times$	$\checkmark$	$\times$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\times$	$\checkmark$	$\checkmark$	m

- A. 35 B. 30 C. 25 D. 20

9. 已知某离散型随机变量 X 的分布列如下:

x	-1	0	1	2
P	a	b	c	$\frac{1}{3}$

若 $E(X) = \frac{3}{4}$, $P(X \geq 1) = \frac{7}{12}$, 则 $D(X) = ()$

- A. $\frac{15}{16}$ B. $\frac{9}{8}$ C. $\frac{19}{16}$ D. $\frac{5}{4}$

10. 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的所有棱长都相等, M 为 A_1C_1 的中点, 则 AM 与 BC_1 所成角的正弦值为()

- A. $\frac{\sqrt{15}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$

11. 克罗狄斯·托勒密是希腊数学家, 他博学多才, 既是天文学权威, 也是地理学大师. 托勒密定理是平面几何中非常著名的定理, 它揭示了圆内接四边形的对角线与边长的内在联系, 该定理的内容为圆的内接四边形中, 两对角线长的乘积等于两组对边长乘积之和. 已知四边形 $ABCD$ 是圆 O 的内接四边形, 且 $AC = \sqrt{3}BD$, $\angle ADC = 2\angle BAD$. 若 $AB \cdot CD + BC \cdot AD = 4\sqrt{3}$, 则圆 O 的半径为()

A. 4

B. 2

C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$ 12. 已知 $a = e - 2, b = 1 - \ln 2, c = e^e - e^2$, 则()A. $c > b > a$ B. $a > b > c$ C. $a > c > b$ D. $c > a > b$

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \leq 0 \\ x + y \leq 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = x + 2y$ 的最大值为_____.14. $\int_1^e \left(x - \frac{1}{x}\right) dx =$ _____.15. 写出一个满足以下三个条件的函数: $f(x) =$ _____.①定义域为 R ; ② $f(x)$ 不是周期函数; ③ $f'(x)$ 是周期为 2π 的函数.16. 已知实数 $a > 0 > b$, 且 $a - b = 5$, 则 $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{2-b}$ 的最小值为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

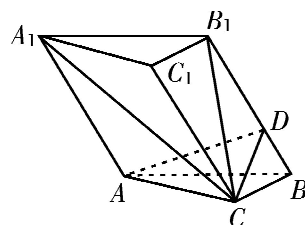
17. (10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是公差不为零的等差数列, $a_2 + a_4 = 14$, 且 a_1, a_2, a_6 成等比数列.(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $c - \sqrt{3}b \sin A = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2c} - b$.(1) 求 A ;(2) 若 $b = \frac{1}{4}c$, 且 BC 边上的高为 $2\sqrt{3}$, 求 a .

19. (12 分)

如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 所有棱长均为 2, 且 $B_1C = \sqrt{6}, \angle ABB_1 = 60^\circ, \overrightarrow{BB_1} = 3\overrightarrow{BD}$.(1) 证明: 平面 $ABC \perp$ 平面 ABB_1A_1 ;

(第 19 题图)

(2)求平面 ACD 与平面 A_1B_1C 夹角的余弦值.

20. (12 分)

2023 年是全面贯彻落实党的二十大精神开局之年,也是实施“十四五”规划承上启下的关键之年,今年春季以来,各地出台了促进经济发展的各种措施,经济增长呈现稳中有进的可喜现象.服务业的消费越来越火爆,大荔县一些超市也纷纷加大了广告促销.现随机抽取 7 家超市,得到其广告支出 x (单位:万元)与销售额 y (单位:万元)数据如下:

超市	A	B	C	D	E	F	G
广告支出	1	2	4	6	10	13	20
销售额	19	32	44	40	52	53	54

附注:参考数据 $\sum_{i=1}^7 x_i y_i = 2788$, $\sum_{i=1}^7 x_i^2 = 726$, $\sum_{i=1}^7 y_i^2 = 13350$, 回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$ 中斜率和截距的

最小二乘估计公式分别为: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$.

(1)建立 y 关于 x 的一元线性回归方程(系数精确到 0.01);

(2)若将超市的销售额 y 与广告支出 x 的比值称为该超市的广告效率值 μ , 当 $\mu \geq 10$ 时,称该超市的广告为“好广告”. 从这 7 家超市中随机抽取 4 家超市,记这 4 家超市中“好广告”的超市数为 X , 求 X 的分布列与期望.

21. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 短轴长为 4.

(1)求椭圆方程;

(2)过 $P(2,1)$ 作弦且弦被 P 平分,求此弦所在的直线方程及弦长.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = me^x + \frac{\ln x - 2}{x} + 1$.

(1)若 $m = 0$, 求函数 $f(x)$ 的极值;

(2)若 $f(x) < 0$ 恒成立, 求 m 的取值范围.