中学生标准学术能力诊断性测试 2018 年 9 月测试

文科数学试卷

参考答案

一. 选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.B　2.A　3.C　4.B　5.C　6.C　7.C　8.D　9.A　10.B　11.C　12.D

二. 填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. $(x-1)^2+(y+2)^2=2$

14. $\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$

15. $2+\sqrt{3}$

16. $[-1,32]$

三、解答题：共 70 分,解答应写出文字说明.证明过程或演算步骤,第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答,第 22,23 题为选考题，考生根据要求作答.

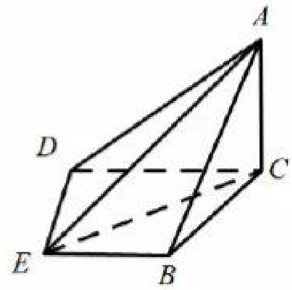
（一）必考题：60 分.

17.（12 分）

（1）$b_1=3$，$b_2=9$，$b_3=27$ ....3 分

（2）$\because \dfrac{b_{n+1}}{b_n}=\dfrac{a_{n+1}+1}{a_n+1}=\dfrac{3a_n+3}{a_n+1}=3$，$\therefore \{b_n\}$是等比数列...........8 分

（3）由（2）可得$b_n=3^n$，$a_n=3^n-1$............12 分



18.（12 分）

（1）$\because CD=2$，$DE=BE=1$，$\angle CDE=\angle BED=90°$，

$\therefore BC=\sqrt{2}$，

$\because AB=2$，$AC=\sqrt{2}$，$\therefore AC\perp BC$ ....2 分

$\because$平面 $ABC\perp$平面 $BCDE$，平面 $ABC\cap$平面 $BCDE=BC$，$AC\subset$平面 ABC 且 $AC\perp BC$

$\therefore AC\perp$面$BCDE$ …………4 分

$\because AC\subset$面ACE $\therefore$ 平面$ACE\perp$平面$BCDE$…………6 分

（2）$\because V_{D\text{-}AEB}=V_{A\text{-}DEB}$，且 $AC\perp$面$BCDE$。

设 D 到面 AEB 的距离为 d，则 $S_{\Delta AEB}\cdot d=S_{\Delta DEB}\cdot\sqrt{2}$ ……….7 分

在 ΔAEB 中，$AE=\sqrt{EC^2+AC^2}=\sqrt{7}$，$AB=2$，$BE=1$，

$\cos\angle ABE=\dfrac{2^2+1^2-\sqrt{7}^2}{2\times2\times1}=-\dfrac{1}{2}$，$\therefore\angle ABE=120^\circ$，

则 $S_{\Delta AEB}=\dfrac{1}{2}\times1\times2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$……9 分

$S_{\Delta DEB}=\dfrac{1}{2}\times1\times1=\dfrac{1}{2}$，$\therefore\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot d=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}$，$\therefore d=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

所以点 D 到面 AEB 的距离为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ ……..12 分

19. （12 分）

（1）评分类型为 D 的政府机构部门的频率为 $0.015\times10=0.15$,

所以评分类型为 D 的政府机构部门共有 $0.15\times20=3$ 家……….4 分

（2）评分类型为 A 的政府机构部门有 $0.020\times10\times20=4$ 家，……..7 分

设评分类型为 A 的 4 家政府部门为 a_1,a_2,a_3,a_4,

评分类型为 D 的 3 家政府部门为 b_1,b_2,b_3,

从评分类型为 A,D 的政府部门中随机抽取两家的所有可能情况有 $(a_1,a_2),(a_1,a_3),(a_1,a_4),(a_1,b_1),(a_1,b_2),(a_1,b_3),(a_2,a_3),(a_2,a_4),(a_2,b_1),(a_2,b_2),(a_2,b_3),(a_3,a_4),(a_3,b_1),(a_3,b_2),(a_3,b_3),(a_4,b_1),(a_4,b_2),(a_4,b_3)$,

$(b_1,b_2),(b_1,b_3),(b_2,b_3)$,共 21 种,其中满足条件的共有 9 种,所以这两家来自同一评分类型的概率为 $\dfrac{9}{21}=\dfrac{3}{7}$ ……….12 分

20.（12 分）

（1）设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，易知直线 AB 的斜率存在设为 k，AB 方程为

$y=k(x-1)+1$，

联立$\begin{cases} y=k(x-1)+1 \\ x^2=4y \end{cases}$，消去$y$，得$x^2-4kx-4+4k=0$，

$\therefore x_1+x_2=4k, x_1x_2=4k-4$........3 分

$\because y'=\frac{x}{2}$，$\therefore k_{AC}=\frac{x_1}{2}$，$AC$ 直线方程为$y-y_1=\frac{x_1}{2}(x-x_1)$，将$y_1=\frac{x_1^2}{4}$代入，化简

得$y=\frac{x_1}{2}x-\frac{x_1^2}{4}$

所以直线 AC 方程为：$y=\frac{x_1}{2}x-\frac{x_1^2}{4}$

同理，直线 BC 方程为：$y=\frac{x_2}{2}x-\frac{x_2^2}{4}$，

联系 AC,BC 方程可得交点坐标$x_C=\frac{x_1+x_2}{2}=2k, y_C=\frac{x_1x_2}{4}=k-1$，

所以点 C 的轨迹方程为：$x-2y-2=0$.........6 分

（2）$f'(x)=(-x^2-2x+1)e^x-a$，$f''(x)=-(x^2+4x+1)e^x$ ....7 分

当$x\ge 0$时，$f''(x)<0$,$\therefore f'(x)$单调递减，$\therefore f'(x)\le f'(0)=1-a$ ......10 分

$\because a\ge 1$，$\therefore f'(x)\le 0$，即$f(x)$单调递减$\therefore f(x)\le f(0)=1-1=0$......12 分

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22.23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.作答时请写清题号.

22.【选修 4-4：坐标系与参数方程】（10 分）

（1）曲线$C:x^2+y^2-6y-7=0$ ....4 分

（2）直线l的参数方程代入曲线C的直角坐标方程得，

$t^2+4(\cos\alpha-\sin\alpha)t-8=0$，

设交点A，B所对参数分别为t_1，t_2，

则$t_1+t_2=-4(\cos\alpha-\sin\alpha)$，$t_1\cdot t_2=-8$，.........6 分

$\therefore |QA|+|QB|=|t_1|+|t_2|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=4\sqrt{3-\sin 2\alpha}$，.....8 分

因此当 $\alpha=\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in Z$ 时，$|QA|+|QB|$ 取最小值 $4\sqrt{2}$ ....10 分

23.【选修 4-5：不等式选讲】（10 分）

（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=|x+3|+|x-1|-10=\begin{cases} 2x-8, x\geq 1 \\ -6, -3<x<1 \\ -2x-12, x\leq -3 \end{cases}$，所以 $f(x)>0$ 的解集为 $(-\infty,-6)\cup(4,+\infty)$ ....5 分

（2）$\because |x+3|+|x-a|-10\geq |3+a|-10$

$\therefore |3+a|-10>0$，$\therefore a\in(-\infty,-13)\cup(7,+\infty)$ ....10 分

$\therefore |QA|+|QB|=|t_1|+|t_2|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=4\sqrt{3-\sin 2\alpha}$，.....8 分

因此当 $\alpha=\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in Z$ 时，$|QA|+|QB|$ 取最小值 $4\sqrt{2}$ ....10 分

23.【选修 4-5：不等式选讲】（10 分）

（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=|x+3|+|x-1|-10=\begin{cases} 2x-8, x\geq 1 \\ -6, -3<x<1 \\ -2x-12, x\leq -3 \end{cases}$，所以 $f(x)>0$ 的解集为 $(-\infty,-6)\cup(4,+\infty)$ ....5 分

（2）$\because |x+3|+|x-a|-10\geq |3+a|-10$

$\therefore |3+a|-10>0$，$\therefore a\in(-\infty,-13)\cup(7,+\infty)$ ....10 分

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信扫一扫，快速关注