

绝密★考试结束前

2022 学年第二学期宁波三锋教研联盟期中联考 高二年级数学学科 试题

考生须知:

1. 本卷共 4 页满分 150 分, 考试时间 120 分钟。
2. 答题前, 在答题卷指定区域填写班级、姓名、考场号、座位号及准考证号并填涂相应数字。
3. 所有答案必须写在答题纸上, 写在试卷上无效。
4. 考试结束后, 只需上交答题纸。

选择题部分

一. 选择题(每题 5 分, 共 40 分)

1. 角 α 终边上有一点 $P(-1, 2)$, 则 $\cos \alpha =$ ()
A. $-\frac{1}{2}$ B. -2 C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$
2. 曲线 $y = x \ln(x-1)$ 在点 $(2, 0)$ 处的切线方程为 ()
A. $y = 2x - 4$ B. $y = 2x + 4$ C. $y = x + 2$ D. $y = x - 2$
3. 在三角形 ABC 中, 角 A, B, C 所对边长分别为 a, b, c 已知 $\angle A = 60^\circ, a = 2, \angle B = 45^\circ$, 则 $b =$ ()
A. $2\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$
4. $(a+b)^{2n}$ 展开式中第 6 项的二项式系数最大, 则 $\left(\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^n$ 展开式中 x 的系数为 ()
A. -10 B. 10 C. 5 D. -5
5. 已知 α 为第三象限角, $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$, 则 $\frac{\sin 2\alpha + \cos^2 \alpha}{1 + \cos(2\alpha + \pi)} =$ ()
A. $\frac{20}{9}$ B. $-\frac{4}{9}$ C. $-\frac{15}{32}$ D. $\frac{33}{32}$
6. 已知 5 个医生 (其中有一对夫妻) 分配到 3 个地区, 要求每个地区至少一个医生, 则这对夫妻分配到同一个地区的概率为 ()
A. $\frac{3}{25}$ B. $\frac{6}{25}$ C. $\frac{9}{25}$ D. $\frac{12}{25}$
7. 函数 $f(x) = e^x + a \cos x, x \in (-\pi, +\infty)$, 下列说法不正确的是 ()
A. 当 $a = 1$ 时, $f(x)$ 无极值点 B. 当 $a = -1$ 时, $f(x)$ 存在唯一极小值点
C. 对任意 $a > 0$, $f(x)$ 在 $x \in (-\pi, +\infty)$ 上不存在极值点
D. 存在 $a < 0$, $f(x)$ 在 $x \in (-\pi, +\infty)$ 上有且只有一个零点

8. 已知随机变量 $\xi \sim B\left(9, \frac{1}{3}\right)$, 若对任意的实数 $x_1, x_2 \in (m, +\infty)$, 满足当 $x_1 < x_2$ 时, $\frac{x_1 \ln x_2 - x_2 \ln x_1}{x_1 - x_2} > D(\xi)$ 恒成立, 则 m 的取值范围 ()
- A. $[e^2, +\infty)$ B. $[e^3, +\infty)$ C. $[e, +\infty)$ D. $[e, e^2]$

二 . 多选题 (每题 5 分, 少选得 2 分, 多选不给分, 共 20 分)

9. 2023 春节档期有流浪地球 2, 满江红, 深海, 无名, 交换人生 5 部电影, 现采用抽签法决定放映顺序, 记事件 A: “满江红不是第一场, 无名不是最后一场”, 事件 B: “深海是第一场”, 则下列结论中正确的是 ()

A. 事件 B 包含 144 个样本点 B. $P(A) = \frac{13}{20}$ C. $P(AB) = \frac{3}{20}$ D. $P(B|A) = \frac{3}{26}$

10. 下列等式正确的是 ()

A. $\sin 15^\circ \cos 15^\circ = \frac{1}{4}$ B. $2\sin^2 22.5^\circ - 1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\sin 26^\circ \cos 34^\circ + \cos 26^\circ \sin 34^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\tan 71^\circ - \tan 26^\circ}{1 + \tan 71^\circ \tan 26^\circ} = 1$

11. $(1+x)^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)^4$ 的展开式中 ()

- A. 各项系数之和为 64 C. 常数项为 15
- B. x 的系数为 6 D. x^{-1} 的系数为 16

12. 已知 $x \in [-\pi, \pi]$, 函数 $f(x) = \frac{\cos x}{x^2 + 1}$, 则下列说法正确的有 ()

- A. $f(x)$ 的图象关于原点对称 B. $f(x)$ 有 3 个极值点
- C. $f(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增 D. $f(x)$ 的最大值 1

非选择题部分

三 . 填空题 (单空每空 5 分; 多空题一空对得 3 分, 全对 5 分, 共 20 分)

13. $(1+ax)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ 所有项的系数和为 32, 则 $a =$ _____;

则 $a_1 + a_3 + a_5 =$ _____。

14. $f(x) = f'(2)\ln x + x^2$, 则 $f(2) =$ _____。

15. 分别在即, 5 位同学各自写了一封祝福信, 并把写好的 5 封信一起放在心愿盒中, 然后每人在心愿盒中各取一封, 不放回。设 X 为恰好取到自己祝福信的人数, 则 $E(X) =$ _____。

16. 镜湖春游甲吴越, 莺花如海城南陌。四月正是春游踏春时, 小明打算利用假期去打卡鄞江古镇, 千年水利工程它山堰就在此处。时间有限, 小明打算游览 6 个景点, 上午 4 场, 下午 2 场。其中它山堰不排在第一场, 趣湾农庄和茶园不能相邻。其中上午第 4 场和下午第 1 场不算相邻, 则不同的游览方式有_____种。

四. 解答题 (17 题满分 10 分, 其余各题满分 12 分, 共 70 分)

17. 已知在 $(\sqrt{x} + a \cdot \sqrt[3]{x})^n$ 展开式中, 所有项的二项式系数之和为 256, 第 4 项的系数是第 3 项的二项式系数的 16 倍。

- (1) 求 n 和 a ;
- (2) 求展开式中系数最大的项;
- (3) 求 $(1+x)^3 + (1+x)^4 + \dots + (1+x)^n$ 展开式中含 x^3 的项的系数。

18. 已知函数 $f(x) = 2\sin x \cos x + 2\sqrt{3} \sin^2 x - \sqrt{3}$

- (1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期、单调递增区间及最值;
- (2) 若 A 为锐角 $\triangle ABC$ 的内角且 $f(A) = \sqrt{3}, a = 2\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值。

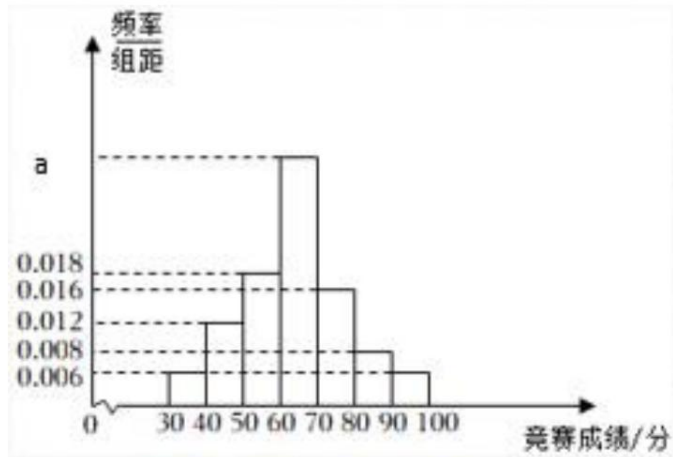
19. 已知函数 $f(x) = e^x - ax$

- (1) 求 $f(x)$ 的的单调区间;
- (2) 当 $x \in (0, +\infty)$, $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围。

20. 若新高考按照“3+1+2”的模式设置, 其中“3”为全国统考科目语文、数学、外语, 所有考生必考; “1”为首选科目, 考生须在物理、历史两科中选择一科; “2”为再选科目, 考生可在化学、生物、政治、地理四科中选择两科。某校为了解该校考生的选科情况, 从首选科目为物理的考生中随机抽取 12 名 (包含考生甲和考生乙) 进行调查。假设考生选择每个科目的可能性相等, 且他们的选择互不影响。

- (1) 求考生甲和考生乙都选择了地理作为再选科目的概率;
- (2) 已知抽取的这 12 名考生中, 女生有 3 名。从这 12 名考生中随机抽取 3 名, 记 X 为抽取到的女生人数, 求 X 的分布列与数学期望。

21. 为了迎接4月23日“世界图书日”，宁波市将组织中学生进行一次文化知识有奖竞赛，竞赛奖励规则如下，得分在 $[70, 80)$ 内的学生获三等奖，得分在 $[80, 90)$ 内的学生获二等奖，得分在 $[90, 100)$ 内的学生获一等奖，其他学生不得奖。为了解学生对相关知识的掌握情况，随机抽取100名学生的竞赛成绩，并以此为样本绘制了如下样本频率分布直方图。



- (1) 求 a 的值；若现从该样本中随机抽取两名学生的竞赛成绩，求这两名学生中恰有一名学生获奖的概率；
- (2) 若我市所有参赛学生的成绩 X 近似服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，其中 $\sigma \approx 15$ ， μ 为样本平均数的估计值，利用所得正态分布模型解决以下问题：
 - (i) 若我市共有 10000 名学生参加了竞赛，试估计参赛学生中成绩超过 79 分的学生数（结果四舍五入到整数）；
 - (ii) 若从所有参赛学生中（参赛学生数大于 10000）随机抽取 3 名学生进行访谈，设其中竞赛成绩在 64 分以上的学生数为 ξ ，求随机变量 ξ 的分布列、均值。

附参考数据：若随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，

$$\text{则 } P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827, P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.9545,$$

$$P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.9973.$$

22. 已知 $a > 0$ ，函数 $f(x) = x^a (\ln x - a)^2$ ，其极大值点为 m ，极小值点为 n

- (1) 若 $a = 1$ ，求 $f(x)$ 的极小值；
- (2) 求 $f(m)$ 的最小值；
- (3) 互不相等的正数 x_1, x_2, x_3 ，满足 $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$ ，当 $x_1 < x_2 < x_3$ ，证明

$$x_2 \cdot x_3 < e^{2a}.$$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**浙江官方微信号：[zjgkjzb](https://www.zjgkjzb.com)。



微信搜一搜

浙考家长帮

