

山东省广饶县第一中学 2022—2023 学年度上学期高三 12 月月考

数学试题

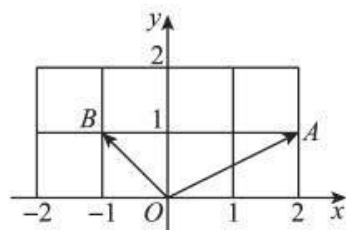
2022 年 12 月

一、单项选择题：本题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

1. 已知集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{x | x^2 + 2x + m = 0\}$, 若 $A \cap B = \{1\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{-1, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{-1, 1, 3\}$ D. $\{-3, -1, 1\}$

2. 如图，在复平面内，复数 z_1, z_2 对应的向量分别是 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$, 则 $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$ 对应的点位于 ()



- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 为了提升全民身体素质，学校十分重视学生体育锻炼，某校篮球运动员进行投篮练习，如果他前一球投进则后一球投进的概率为 $\frac{3}{4}$ ；如果他前一球投不进则后一球投进的概率为 $\frac{1}{4}$ 。若他第 1 球投进的概率为 $\frac{3}{4}$ ，则他第 2 球投进的概率为 ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{5}{8}$
C. $\frac{7}{16}$ D. $\frac{9}{16}$

4. 若数列 $-9, m, x, n, -16$ 是等比数列，则 x 的值是 ()

- A. 12 B. ± 12 C. -12 D. -12.5

5. 若函数 $f(x) = |\tan(\omega x - \omega)|$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 4，则下列区间中 $f(x)$ 单调递增的是 ()

- A. $\left(-1, \frac{1}{3}\right)$ B. $\left(\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$ C. $\left(\frac{5}{3}, 3\right)$ D. $(3, 4)$

6. 已知 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 2$, $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$. 则 $\frac{\sqrt{2} \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)(\sin \alpha + \cos \alpha)}{\sin 2\alpha}$ 的值为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

7. 已知 EF 是棱长为 8 的正方体外接球的一条直径, 点 M 在正方体表面上运动, 则 $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF}$ 的最小值为 ()

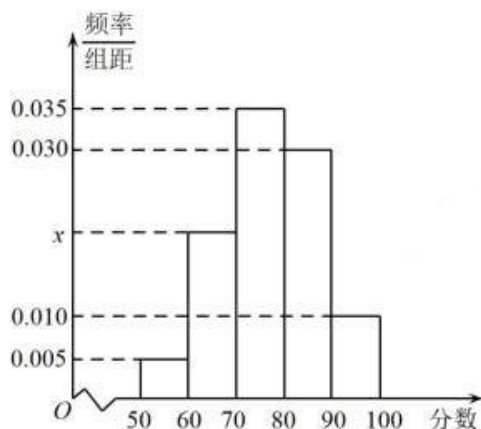
- A. -48 B. -32 C. -16 D. 0

8. 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 $\mathbb{R}$, 且 $f(5x+2)$ 是偶函数, 记 $g(x) = f'(x)$, $g(x+1)$ 也是偶函数, 则 $f'(2022)$ 的值为 ()

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 2

二、多项选择题: 本题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多个项符合题目要求, 全部选对得 5 分, 部分选对得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 立德中学举行党史知识竞赛, 对全校参赛的 1000 名学生的得分情况进行了统计, 把得分数据按照 $[50, 60)$ 、 $[60, 70)$ 、 $[70, 80)$ 、 $[80, 90)$ 、 $[90, 100]$ 分成 5 组, 绘制了如图所示的频率分布直方图, 根据图中信息, 下列说法正确的是 ()



- A. 图中的 x 值为 0.020 B. 这组数据的极差为 50
C. 得分在 80 分及以上的人数为 400 D. 这组数据的平均数的估计值为 77

10. 已知 $\triangle ABC$, 则下列命题中, 真命题的是 ()

- A. 若 $\sin 2A = \sin 2B$, 则 $\triangle ABC$ 是等腰三角形
B. 若 $\sin A = \cos B$, 则 $\triangle ABC$ 是直角三角形
C. 若 $\cos A \cos B \cos C < 0$, 则 $\triangle ABC$ 是钝角三角形
D. 若 $\cos(A-B) \cos(B-C) \cos(C-A) = 1$, 则 $\triangle ABC$ 是等边三角形

11. 已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面边为 1, 侧棱长为 a , M 是 CC_1 的中点, 则 ()

A. 任意 $a > 0$, $A_1M \perp BD$

B. 存在 $a > 0$, 直线 A_1C_1 与直线 BM 相交

C. 平面 A_1BM 与底面 $A_1B_1C_1D_1$ 交线长为定值 $\frac{\sqrt{5}}{2}$

D. 当 $a=2$ 时, 三棱锥 B_1-A_1BM 外接球表面积为 3π

12. 若 $e^a - e^b = 1$, $a, b \in \mathbb{R}$, 则 ()

A. $a - b \leq \ln 2$

B. $2a - b \geq 2\ln 2$

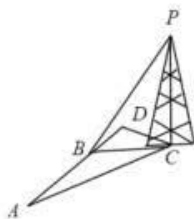
C. $b > \ln a$

D. $a - b < e^{-b}$

三、填空题: 每题 5 分, 共 20 分

13. 已知正数 x, y 满足 $e^x e^y = (e^x)^y$, 求 $x+y$ 的最小值_____.

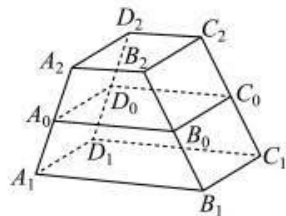
14. 如图, 一条巡逻船由南向北行驶, 在 A 处测得灯塔底部 C 在北偏东 15° 方向上, 匀速向北航行 20 分钟到达 B 处, 此时测得灯塔底部 C 在北偏东 60° 方向上, 测得塔顶 P 的仰角为 60° , 已知灯塔高为 $2\sqrt{3}\text{km}$, 则巡逻船的航行速度为_____ km/h .



15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1$, $S_n - (2n-1)S_{n-1} = n^2 a_n$ ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$), 则数列

$S_n =$ _____.

16. 所有的顶点都在两个平行平面内的多面体叫做拟柱体, 这两个平行的面称为上下底面, 它们之间的距离称为拟柱体的高. 生产实际中, 我们经常看到黄沙、碎石、灰肥等堆积成上下底面平行, 且都是矩形的形状, 这种近似于棱台的形体就是一种特殊的拟柱体 (如图所示), 已知其高为 h , 上底面、下底面和中截面 (经过高的中点且平行于底面的截面) 面积分别为 S_1 , S_2 和 S_0 , 请你用 S_1 , S_2 , S_0 , h 表示出这种拟柱体的体积 $V =$ _____.





四、解答题：本题共 6 题，共 70 分，解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 3$, $a_2 = 2$, $a_{n+2} = \begin{cases} a_n - 1, n = 2k - 1 \\ 3a_n, n = 2k \end{cases}$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 $2n$ 项的和 S_{2n} .

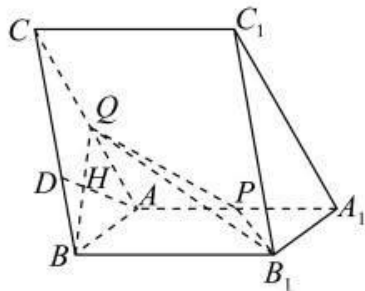
18. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 它的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\frac{b}{(a+c)\sin A} = \frac{1}{\cos\left(B + \frac{3}{2}\pi\right)}$.

- (2) 若 $m < \frac{1}{\tan A} - \frac{1}{\tan B} < n$, 求 $m-n$ 的最大值.

19. 某服装厂主要从事服装加工生产, 依据以往的数据分析, 若加工产品订单的金额为 x 万元, 可获得的加工费为 $\frac{1}{2} \ln(2x+1) - mx$ 万元, 其中 $m \in (0, 1)$.

- (1) 若 $m = \frac{1}{201}$, 为确保企业获得的加工费随加工产品订单的金额 x 的增长而增长, 则该企业加工产品订单的金额 x (单位: 万元) 应在什么范围内?
- (2) 若该企业加工产品订单的金额为 x 万元时共需要的生产成本为 $\frac{1}{20}x$ 万元, 已知该企业加工生产能力为 $x \in [20, 30]$ (其中 x 为产品订单的金额), 试问 m 在何范围时, 该企业加工生产将不会出现亏损.

20. 如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,四边形 A_1C_1CA 为菱形, $\angle B_1A_1A = \angle C_1A_1A = 60^\circ$, $AC=4$, $AB=2$, 平面 $ACC_1A_1 \perp$ 平面 ABB_1A_1 , Q 在线段 AC 上移动, P 为棱 AA_1 的中点.



- (2) 若二面角 B_1-PQ-C_1 的平面角的余弦值为 $\frac{\sqrt{13}}{13}$, 求点 P 到平面 BQB_1 的距离.

21. 2022 年 2 月 6 日，中国女足在两球落后的情况下，以 3 比 2 逆转击败韩国女足，成功夺得亚洲杯冠军，

在之前的半决赛中，中国女足通过点球大战 6:5 惊险战胜日本女足，其中门将朱钰两度扑出日本队员的点球，表现神勇。

(1) 扑点球的难度一般比较大，假设罚点球的球员会等可能地随机选择球门的左、中、右三个方向射门，门将也会等可能地随机选择球门的左、中、右三个方向来扑点球，而且门将即使方向判断正确也有 $\frac{1}{2}$ 的可能性扑不到球。不考虑其它因素，在一次点球大战中，求门将在前三次扑出点球的个数 X 的分布列和期望；

(2) 好成绩的取得离不开平时的努力训练，甲、乙、丙、丁 4 名女足队员在某次传接球的训练中，球从甲脚下开始，等可能地随机传向另外 3 人中的 1 人，接球者接到球后再等可能地随机传向另外 3 人中的 1 人，如此不停地传下去，假设传出的球都能接住，记第 n 次传球之前球在甲脚下的概率为 p_n ，易知 $p_1 = 1, p_2 = 0$ 。

① 试证明 $\left\{p_n - \frac{1}{4}\right\}$ 为等比数列；

② 设第 n 次传球之前球在乙脚下的概率为 q_n ，比较 p_{10} 与 q_{10} 的大小。

22. 已知函数 $f(x) = e^x \cos x$ ， $g(x) = a \cos x + x (a < 0)$ ，曲线 $y = g(x)$ 在 $x = \frac{\pi}{6}$ 处的切线的斜率为 $\frac{3}{2}$ 。

(1) 求实数 a 的值；

(2) 对任意的 $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ ， $tf'(x) - g'(x) \geq 0$ 恒成立，求实数 t 的取值范围；

(3) 设方程 $f(x) = g'(x)$ 在区间 $\left(2n\pi + \frac{\pi}{3}, 2n\pi + \frac{\pi}{2}\right) (n \in \mathbb{N}_+)$ 内的根从小到大依次为 $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ ，求证： $x_{n+1} - x_n > 2\pi$ 。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线