

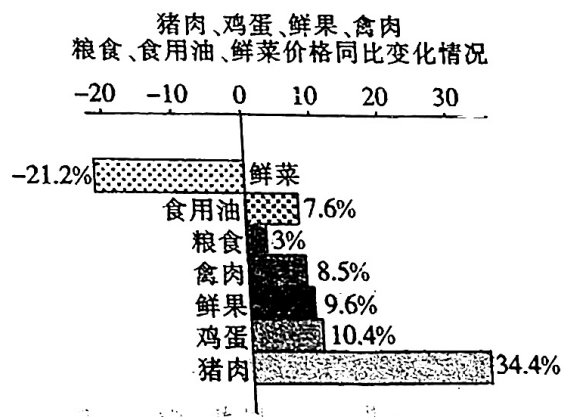
注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $z=(2-i)(1-i)$, 则复数 z 在复平面内对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 集合 $P=\{x||x|<2\}$, $Q=\{y|y=\sqrt{x^2+1}\}$, 则 $P\cap Q=$
A. $\{1,2\}$ B. $\{x|1\leq x<2\}$ C. $\{x|1<x<2\}$ D. $\{x|1\leq x\leq 2\}$
3. 已知 $a=\log_5 3$, $b=0.2^{-0.3}$, $c=\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}$, 则
A. $c<a<b$ B. $a<b<c$ C. $c<b<a$ D. $b<c<a$
4. 已知向量 $a=(3,-2)$, $b=(5,\lambda)$, 若 $a\perp(a-b)$, 则 $\lambda=$
A. 0 B. -1 C. 1 D. 2
5. 若抛物线 C 的焦点到准线的距离为 3, 且 C 的开口朝左, 则 C 的标准方程为
A. $y^2=6x$ B. $y^2=-6x$ C. $y^2=-3x$ D. $y^2=3x$

6. 2022 年 11 月,国内猪肉、鸡蛋、鲜果、禽肉、粮食、食用油、鲜菜价格同比(与去年同期相比)的变化情况如图所示,则下列说法正确的是



- A. 猪肉、鸡蛋、鲜果、禽肉、粮食、食用油这 6 种食品中,食用油价格同比涨幅最小
 - B. 猪肉价格同比涨幅超过禽肉价格同比涨幅的 5 倍
 - C. 去年 11 月鲜菜价格要比今年 11 月低
 - D. 这 7 种食品价格同比涨幅的平均值超过 7%
7. 在三棱锥 $P-ABC$ 中,已知 $\triangle ABC$ 是边长为 8 的等边三角形, $PA\perp$ 平面 ABC , $PA=14$, 则 AB 与平面 PBC 所成角的正弦值为

- A. $\frac{7\sqrt{183}}{122}$
- B. $\frac{\sqrt{793}}{122}$
- C. $\frac{5\sqrt{183}}{122}$
- D. $\frac{\sqrt{61}}{122}$

8. 某地区一个家庭中孩子个数 X 的情况如下.

X	1	2	3	0
P	$\frac{6}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$

每个孩子的性别是男是女的概率均为 $\frac{1}{2}$, 且相互独立, 则一个家庭中男孩比女孩多的概率为

- A. $\frac{11}{30}$ B. $\frac{13}{30}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{3}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 $(3x-2)^{2023} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2023}x^{2023}$, 则

- A. $a_0 = 2^{2023}$ B. $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2023} = 1$
 C. $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2023} = \frac{5^{2023} + 1}{2}$ D. $a_0 + \frac{a_1}{3} + \frac{a_2}{3^2} + \frac{a_3}{3^3} + \dots + \frac{a_{2023}}{3^{2023}} = -1$

10. 已知函数 $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ ($0 < \omega < 10, 0 < \varphi < \pi$) 图象的一个对称中心是 $A(\frac{\pi}{8}, 0)$, 点

$B(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ 在 $f(x)$ 的图象上, 则

- A. $f(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{4})$
 B. 直线 $x = \frac{5\pi}{8}$ 是 $f(x)$ 图象的一条对称轴
 C. $f(x)$ 在 $[\frac{7\pi}{8}, \frac{11\pi}{8}]$ 上单调递减
 D. $f(x + \frac{\pi}{8})$ 是奇函数

11. 若函数 $y = f(x)$ 在定义域内给定区间 $[a, b]$ 上存在 x_0 ($a < x_0 < b$), 使得 $f(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$, 则称函数 $y = f(x)$ 是区间 $[a, b]$ 上的“平均值函数”, x_0 是它的平均值点. 若函数

$y = \frac{x}{e^x} + m$ 在区间 $[0, 2]$ 上有两个不同的平均值点, 则 m 的取值不可能是

- A. $-\frac{1}{e}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{e^2}$ C. $-\frac{3}{2e^2}$ D. $-\frac{1}{e^2}$

12. 设定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的导函数分别为 $f'(x)$ 和 $g'(x)$, 若 $g(x) - f(3-x) = 2$, $f'(x) = g'(x-1)$, 且 $g(x+2)$ 为奇函数, $g(1) = 1$, 则

- A. $g(-1) = g(3)$ B. $f(2) + f(4) = -4$
 C. $g(2022) = 1$ D. $\sum_{k=1}^{2022} f(k) = -4043$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上

13. 写出一个被直线 $x - y = 0$ 平分且与直线 $x + y = 0$ 相切的圆的方程: _____

14. 我国历史文化悠久,“爰”铜方彝是商代后期的一件文物,其盖似四阿式屋顶,盖为子口,器为母口,器口成长方形,平沿,器身自口部向下略内收,平底、长方形足、器内底中部及盖内均铸一“爰”字. 通高 24 cm,口长 13.5 cm,口宽 12 cm,底长 12.5 cm,底宽 10.5 cm. 现估算其体积,上部分可以看作四棱锥,高约 8 cm,下部分看作台体,则其体积约为 $\underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3$ (精确到 0.1). (参考数据: $\sqrt{131.25} \approx 11.5, \sqrt{162} \approx 12.7$)



15. 法国数学家加斯帕·蒙日被称作“画法几何创始人”“微分几何之父”. 他发现与椭圆相切的两条互相垂直的切线的交点的轨迹是以该椭圆中心为圆心的圆,这个圆被称为该椭圆的蒙日圆. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$, 则 C 的蒙日圆 O 的方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$; 若过圆 O 上的动点 M

作 C 的两条切线,分别与圆 O 交于 P, Q 两点,则 $\triangle MPQ$ 面积的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$. (本题第一空 2 分,第二空 3 分)

16. 英国物理学家牛顿用“作切线”的方法求函数的零点时,给出的“牛顿数列”在航空航天中应用广泛. 若数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$, 则称数列 $\{x_n\}$ 为牛顿数列. 若 $f(x) = \frac{1}{x}$, 数列 $\{x_n\}$ 为牛顿数列,且 $x_1 = 1, x_n \neq 0$, 数列 $\{x_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则满足 $S_n \leq 2023$ 的最大正整数 n 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\sqrt{2} \cos A (b \cos C + c \cos B) = a$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $a = \sqrt{5}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{2} - 1$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

18. (12 分)

推进垃圾分类处理是落实绿色发展理念的必然选择. 某社区开展有关垃圾分类的知识测试. 已知测试中有 A, B 两组题, 每组都有 4 道题目, 甲对 A 组其中 3 道题有思路, 1 道题完全没有思路. 有思路的题目每道题做对的概率为 $\frac{2}{3}$, 没有思路的题目, 只好任意猜一个答案, 猜对的概率为 $\frac{1}{4}$. 甲对 B 组每道题做对的概率为 0.6, 甲可以选择从 A 组中任选 2 道题或从 B 组中任选 2 道题.

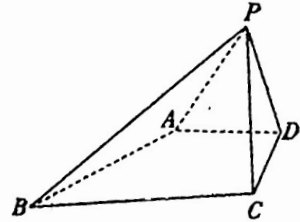
(1) 若甲选择从 A 组中任选 2 道题, 设 X 表示甲答对题目的个数, 求 X 的分布列和期望;

(2) 以答对题目数量的期望为依据, 判断甲应该选择哪组题答题.

19. (12分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,已知 $AB=2\sqrt{3}$, $BC=4$, $\angle ABC=30^\circ$, $AD=CD$, $AD \perp CD$, $\triangle PAD$ 为正三角形, $PC=\sqrt{6}$.

- (1)证明:平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$.
- (2)求平面 PAB 与平面 PCD 夹角的余弦值.



20. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1=0$, $na_{n+1}=(n+1)a_n+2$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)若 $T_n = \frac{1}{S_2 a_4} + \frac{1}{S_3 a_7} + \dots + \frac{1}{S_{n+1} a_{n+3}}$, 证明: $\frac{1}{12} \leq T_n < \frac{1}{8}$.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = (2-x)e^x - ax - 2$.

(1)若 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递减, 求 a 的取值范围;

(2)当 $0 \leq a < 1$ 时, 求证 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上只有一个零点 x_0 , 且 $x_0 < \frac{e}{a+1}$.

22. (12分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1 (b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , A 在双曲线 C 上, 且 $AF_1 \perp x$ 轴, $\angle AF_2 F_1 = 30^\circ$.

(1)求双曲线 C 的渐近线方程;

(2)设 D 为双曲线 C 的右顶点, 直线 l 与双曲线 C 交于不同于 D 的 E, F 两点, 若以 EF 为直径的圆经过点 D , 且 $DG \perp EF$ 于 G , 证明: 存在定点 H , 使 $|GH|$ 为定值.

密封线内不要答题