考号________

姓名________

班级________

学校________

密 封 线 内 不 要 答 题

阜阳市2022～2023学年度高三教学质量统测试卷

数 学

满分:150分　　　　考试时间:120分钟

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{-1,0,1,2\}$,$B=\{0,2,3\}$,则 $A\cap B=$

A. $\{0,2\}$　　B. $\{0,1,2\}$

C. $\{-1,0,1,2\}$　　D. $\{-1,0,1,2,3\}$

2. 已知复数 $1+\mathrm{i}$ 是关于 x 的方程 $x^2+px+q=0(p,q\in\mathbf{R})$ 的一个根,则 $|p+q\mathrm{i}|=$

A. 4　　B. $2\sqrt{3}$　　C. 8　　D. $2\sqrt{2}$

3. $(\sqrt{x}-2)^6$ 的展开式中 x^2 的系数为

A. 15　　B. -15　　C. 60　　D. -60

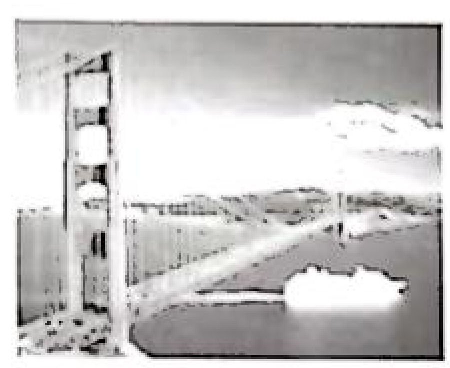
4. 在古希腊数学家阿基米德的墓碑上刻有一个令他最引以为傲的几何图案.该几何图案是内部嵌入一个内切球的圆柱,且该圆柱底面圆的直径与高相等,则该圆柱的内切球与外接球的体积之比为

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,且 $f(x+1)+f(x)=f(1)$,$f(x)+f(-x)=f(0)$,当 $x\in(0,\frac{1}{2})$ 时,$f(x)=2^x$,则 $f(\log_2\frac{1}{18})=$

A. $-\frac{9}{2}$　　B. $-\frac{9}{8}$　　C. $-\frac{9}{32}$　　D. $-\frac{1}{18}$

6. 悬索桥(如图)的悬索形状是平面几何中的悬链线.某悬链线的方程为 $y=\frac{c}{2}(\mathrm{e}^{\frac{x}{c}}+\mathrm{e}^{-\frac{x}{c}})$,当其中参数 $c=1$ 时,该方程就是双曲余弦函数 $\cosh x=\frac{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}{2}$,类似地有双曲正弦函数 $\sinh x=\frac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{2}$.若 $f(x)=\frac{\cosh 2x}{\sinh x}(x>0)$,则 $f(x)$ 的最小值为



A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. $2\sqrt{2}$

D. 2

7. 已知 $a=0.2$,$b=\sin 0.1+\tan 0.1$,$c=1-\mathrm{e}^{-0.2}$,则 a,b,c 的大小关系为

A. $a<c<b$　　B. $b<c<a$　　C. $c<b<a$　　D. $c<a<b$

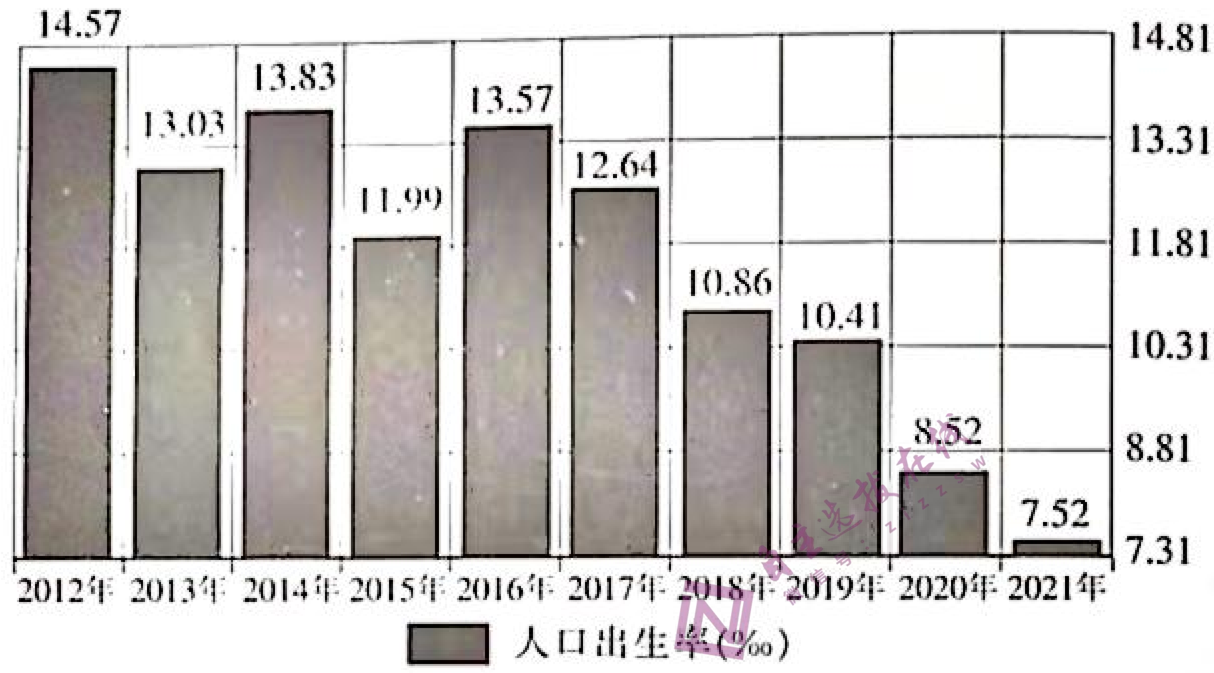
8. 医学上常用基本传染数 $R(R=1+\lambda T_g+\rho(1-\rho)(\lambda T_g)^2)$ 来衡量传染病的传染性强弱,其中 $\lambda=\frac{\ln(Y(t))}{t}$,$Y(t)$ 表示 t 天内的累计病例数.据统计某地发现首例A型传染性病例,在41天内累计病例数达到425例,取 $T_g=10$,$\rho=0.6$,根据上面的信息可以计算出A型传染病的基

本传染数R.已知A型传染病变异株的基本传染数$R_0=[R]$($[R]$表示不超过R的最大整数),平均感染周期为7天(初始感染者传染R_0个人为第一轮传染,经过一个周期后这R_0个人每人再传染R_0个人为第二轮传染,以此类推),则感染人数由1个初始感染者增加到9000人大约需要的天数为(参考数据:$\ln 425\approx 41\times 0.15$,$3^9=6667$,$4^6=4096$)

A. 63　　　　B. 70　　　　C. 77　　　　D. 84

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

9. 下图是国家统计局发布的我国最近10年的人口出生率(单位:‰),根据下图,则



A. 这10年的人口出生率逐年下降

B. 这10年的人口出生率超过12的年数所占比例等于50%

C. 这10年的人口出生率的80%分位数为13.57

D. 这10年的人口出生率的平均数小于12

10. 先把函数$f(x)=\sin(\omega x-\frac{\pi}{3})(0<\omega<1)$图象上所有点的横坐标缩短为原来的$\frac{1}{2}$(纵坐标不变),再把得到的图象向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度,得到函数$g(x)$的图象.已知$(\frac{\pi}{6},0)$是函数$g(x)$图象的一个对称中心,则

A. ω的值为$\frac{1}{3}$

B. $y=g(x)$的最小正周期为$\frac{3\pi}{2}$

C. $x=\frac{\pi}{4}$是函数$y=g(x)$的一条对称轴

D. 函数$y=g(x)$在区间$[-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}]$上单调递增

11. 已知双曲线C:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$,过左焦点$F_1$作一条渐近线的垂线,垂足为$P$,过右焦点$F_2$作一条直线交$C$的右支于$A$,$B$两点,$\triangle F_1AB$的内切圆与$F_1A$相切于点$Q$,则

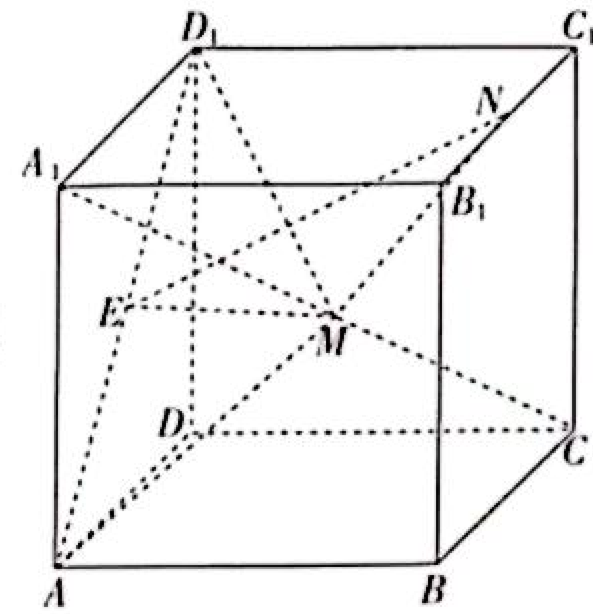
A. 线段AB的最小值为$\frac{b^2}{a}$

B. $\triangle F_1AB$的内切圆与直线AB相切于点F_2

C. 当$|PF_1|=|QF_1|$时,C的离心率为2

D. 当点F_1关于点P的对称点在另一条渐近线上时,C的渐近线方程为$\sqrt{3}x\pm y=0$

12. 如图，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 是线段 AD_1 的中点，点 M,N 满足 $\overrightarrow{A_1M}=\lambda\overrightarrow{A_1C}$，$\overrightarrow{B_1N}=\mu\overrightarrow{B_1C_1}$，其中 $\lambda,\mu\in(0,1)$，则



A. 存在 $\lambda\in(0,1)$，使得平面 $AD_1M\perp$ 平面 AB_1C

B. 存在 $\lambda,\mu\in(0,1)$，使得平面 MEN // 平面 AB_1C

C. 对任意 $\lambda,\mu\in(0,1)$，MN 的最小值为 $\sqrt{2}$

D. 当 $\lambda=\frac{1}{2}$，$\mu=\frac{2}{3}$ 时，过 E,M,N 三点的平面截正方体得到的截面多边形面积为 $\frac{4\sqrt{10}}{3}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 抛物线 $y=4x^2$ 的焦点坐标为____▲____.

14. 南宋数学家杨辉在《详解九章算法》中论述了有关二阶等差数列的概念，它与一般的等差数列不同，相邻两项的差并不相等，但是逐项差数构成等差数列. 例如，数列 1，3，6，10，相邻两项的差组成新数列 2，3，4，新数列 2，3，4 为等差数列，这样的数列称为二阶等差数列. 现有二阶等差数列 $\{a_n\}$，$a_1=2$，$a_2=3$，$a_3=5$，则 $a_{100}=$____▲____.

15. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$，且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$. 若向量 $\boldsymbol{c}$ 满足 $|\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=1$，则 $|\boldsymbol{c}|$ 的最大值为____▲____.

16. 已知函数 $f(x)=e^x+a^x\log_a e-2x(a>0$，且 $a\neq1)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有一个极值点，则实数 a 的取值范围为____▲____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本题满分 10 分）

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，$\triangle ABC$ 外接圆的直径为 1，且满足______.

在下面三个条件中任选一个，补充在上面的问题中，并解答问题.

①$\sin^2B+\sin^2C=a^2+bc$；②$4S=\sqrt{3}(b^2+c^2-a^2)$（S 为 $\triangle ABC$ 的面积）；③$2b\cos A=a\cos C+c\cos A$.

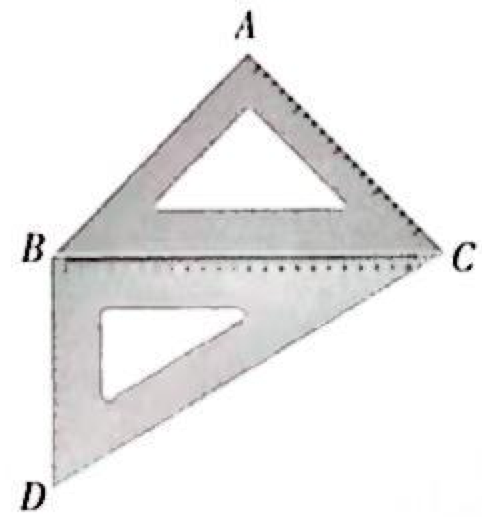
(1) 求 A；

(2) 求 $\triangle ABC$ 周长的最大值.

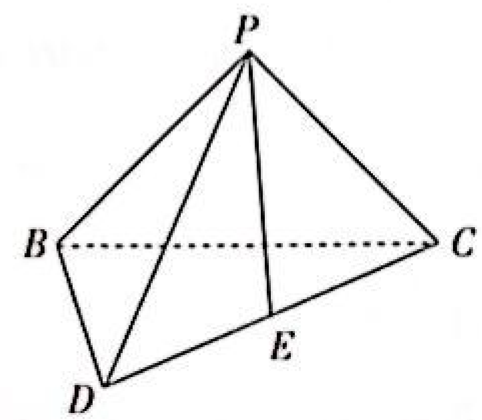
注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

18.(本题满分 12 分)

一副标准规格的三角板按图(1)方式摆放构成平面四边形 $ABDC$,E 为 CD 的中点. 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 折起至 $\triangle PBC$,连接 PE,使得 $PE=BD$,如图(2).



图(1)



图(2)

(1)证明:平面 $PBC\perp$ 平面 BCD.

(2)求直线 PB 与平面 PCD 所成角的正弦值.

19.(本题满分 12 分)

小明每天去学校有 A,B 两条路线可供选择,小明上学时随机地选择一条路线. 如果小明上学时选择 A 路线,那么放学时选择 A 路线的概率为 0.6;如果小明上学时选择 B 路线,那么放学时选择 A 路线的概率为 0.8.

(1)求小明放学时选择 A 路线的概率;

(2)已知小明放学时选择 A 路线,求小明上学时选择 B 路线的概率.

20.(本题满分12分)

已知正项数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$1+a_n=2\sqrt{S_n}$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)数列$\{\frac{4S_n}{a_n a_{n+1}}\}$的前$n$项和为$T_n$,且$T_n\leqslant\frac{\lambda\cdot(n+1)2^n}{a_{n+1}S_n}$对任意的$n\in\mathbf{N}^*$恒成立,求实数$\lambda$的取值范围.(参考数据:$2^{\frac{1}{3}}\approx1.26$)

21.(本题满分12分)

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$,且过$A(2,1)$.

(1)求C的方程.

(2)若B,P为C上不与A重合的两点,O为原点,且$\overrightarrow{OP}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}$,$\lambda^2+\mu^2=1$.

①求直线OB的斜率;

②与OB平行的直线l与C交于M,N两点,求$\triangle AMN$面积的最大值.

22.（本题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x^a\ln x-x$.

(1)当 $a=1$ 时，讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2)当 $x\geqslant 1$ 时，$f(x)\leqslant -1$ 恒成立，求 a 的取值范围；

(3)设 $n\in\mathbf{N}^*$，证明：$\ln(n+1)<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{n}{2(n+1)}$.