

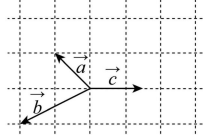
树德中学高 2021 级高三上学期 10 月阶段性测试数学(文科)试题

命题人: 宁夏校区高三数学备课组 审题人: 王钊 唐颖君 朱琨

一、选择题: 本大题共 12 个小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

- 集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5\}$, $M = \{x | x = a + b, a \in A, b \in B\}$, 则集合 M 的元素个数为 ()
A. 7 B. 6 C. 5 D. 4
- 如果复数 $(m^2 - 3m) + (m^2 - 5m + 6)i$ 是纯虚数, 则实数 m 的值为 ()
A. 0 B. 2 C. 0 或 3 D. 2 或 3
- 已知直线 $l_1: x - 3y + 2 = 0, l_2: 3x - ay - 1 = 0$, 若 $l_1 \perp l_2$, 则实数 a 的值为 ()
A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. -1
- 已知平面 α, β, γ , 直线 a, b, c , 下列说法正确的是 ()
A. 若 $a \parallel \alpha, b \parallel \beta, a \parallel b$, 则 $\alpha \parallel \beta$ B. 若 $a \perp \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $a \parallel \beta$
C. 若 $a \perp \alpha, b \parallel \beta, \alpha \parallel \beta$, 则 $a \perp b$ D. 若 $\alpha \cap \gamma = a, \beta \cap \gamma = b, a \parallel b$, 则 $\alpha \parallel \beta$

5. 向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 在边长为 1 的正方形网格中的位置如图所示,



若 \vec{c} 为与 \vec{c} 同方向的单位向量, 则 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} =$ ()

- A. 1.5 B. 2
C. -4.5 D. -3

- 已知等比数列 $\{a_n\}$ 各项均为正数, $3a_2 + 2a_3 = a_1$, $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $\frac{S_3}{a_2} =$ ()
A. 3 B. $\frac{13}{3}$ C. $\frac{7}{2}$ D. 13

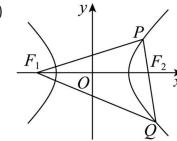
- 要得到函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象, 可以将函数 $g(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{12})$ 的图象 ()
A. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位 B. 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位
C. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位

- 设函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $f(2x + 2)$ 是奇函数, $f(x + 1)$ 是偶函数, 则一定有 ()
A. $f(-1) = 0$ B. $f(3) = 0$ C. $f(4) = 0$ D. $f(5) = 0$

- 阅读下段文字: “已知 $\sqrt{2}$ 为无理数, 若 $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ 为有理数, 则存在无理数 $a = b = \sqrt{2}$, 使得 a^b 为有理数; 若 $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ 为无理数, 则取无理数 $a = (\sqrt{2})^{\sqrt{2}}, b = \sqrt{2}$, 此时 $a^b = ((\sqrt{2})^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = (\sqrt{2})^{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = (\sqrt{2})^2 = 2$ 为有理数.” 依据这段文字可以证明的结论是 ()
A. $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ 是有理数 B. $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ 是无理数
C. 存在无理数 a, b , 使得 a^b 为有理数 D. 对任意无理数 a, b , 都有 a^b 为无理数

- 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0 \\ 4x^3 - 6x^2 + 1, & x \geq 0 \end{cases}$, 则函数 $g(x) = 2[f(x)]^2 - 3f(x) - 2$ 的零点个数为 ()
A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

- 如图, 双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_2 的直线 l 与其右支交于 P , Q 两点, 已知 $|PF_1| = 2|PF_2|$ 且 $\angle PF_1F_2 = \angle F_1QP$, 则双曲线 E 的离心率为 ()



- A. 3 B. 2
C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

- 已知函数 $f(x) = (x - 3)^3 + 2x - 6$, 且 $f(2a - b) + f(6 - b) > 0 (a, b \in \mathbf{R})$, 则 ()
A. $\sin a > \sin b$ B. $e^a > e^b$ C. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ D. $a^{2021} > b^{2021}$

二、填空题(每题 5 分, 满分 20 分, 将答案填在答题卡上)

- 已知 $\tan(\pi + \alpha) = 2$, 则 $\frac{3\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha - 3\cos\alpha} =$ _____

- 设命题 $p: \frac{2x-1}{x-1} < 0$, 命题 $q: x^2 - (2a+1)x + a(a+1) \leq 0$, 若 p 是 q 的充分不必要条件, 则实数 a 的取值范围是 _____

- 过点 $(2, 2)$ 的直线 l 被圆 $C: x^2 + (y+1)^2 = 16$ 所截得的弦长为整数, 则满足条件的直线 l 有 _____ 条.

- 若曲线 $y = \frac{a}{x} (x > 0)$ 与曲线 $y = 2\ln x$ 存在公切线, 则实数 a 的取值范围为 _____.

三、解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤. 第 17 - 21 题为必考题, 每题满分 12 分, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 每题满分 10 分, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

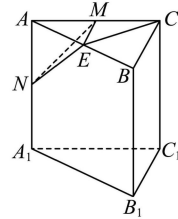
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 = 3, S_5 = 25$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{1}{\sqrt{a_{n+1}} + \sqrt{a_n}}$, T_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 求 T_n .

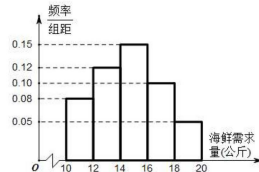
18. 如图所示,正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中各条棱长均为 2,点 M,N,E 分别为棱 AC,AA_1,AB 的中点.

- (1) 求异面直线 MN 和 CE 所成角的正切值;
- (2) 求点 B 到平面 MEN 的距离.



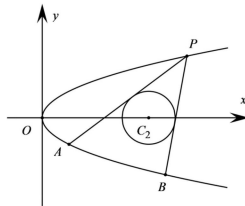
19. 某商店销售某海鲜,统计了春节前后 50 天海鲜的需求量 x , ($10 \leq x \leq 20$, 单位: 公斤), 其频率分布直方图如图所示, 该海鲜每天进货 1 次, 商店每销售 1 公斤可获利 50 元; 若供大于求, 剩余的削价处理, 每处理 1 公斤亏损 10 元; 若供不应求, 可从其它商店调拨, 销售 1 公斤可获利 30 元. 假设商店每天该海鲜的进货量为 14 公斤, 商店的日利润为 y 元.

- (1) 求商店日利润 y 关于需求量 x 的函数表达式;
- (2) 假设同组中的每个数据用该组区间的中点值代替.
 - ① 求这 50 天商店销售该海鲜日利润的平均数;
 - ② 估计日利润在区间 $[580, 760]$ 内的概率.



20. 已知抛物线 $C_1: y^2 = x$, 圆 $C_2: (x-4)^2 + y^2 = 1$.

- (1) 求圆心 C_2 到抛物线 C_1 准线的距离;
- (2) 已知点 P 是抛物线 C_1 上一点 (异于原点), 过点 P 作圆 C_2 的两条切线, 交抛物线 C_1 于 A, B 两点, 若直线 PC_2 的斜率为 k_1 , 直线 AB 的斜率为 k_2 , $k_1 k_2 = -\frac{5}{24}$, 求点 P 的坐标.



21. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + a \ln x - (a+1)x$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 若函数 $F(x) = f(x) + (a-1)x$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 且 $F(x_1) + F(x_2) > -\frac{2}{e} - 2$ 恒成立 (e 为自然对数的底数), 求实数 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数),

圆 C 的方程为 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$. 以原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

- (1) 求直线 l 及圆 C 的极坐标方程;
- (2) 若直线 l 与圆 C 交于 A, B 两点, 求 $\cos \angle AOB$ 的值.

23. 已知函数 $f(x) = |x-1| + |x-3|$.

- (1) 解不等式 $f(x) \leq x+1$;
- (2) 设函数 $f(x)$ 的最小值为 c , 实数 a, b 满足 $a > 0, b > 0, a+b=c$, 求证: $\frac{a^2}{a+1} + \frac{b^2}{b+1} \geq 1$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：
www.zizs.com](http://www.zizs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizs.com)。



 微信搜一搜

 自主选拔在线