新疆维吾尔自治区 2023 年普通高考第三次适应性检测

理 科 数 学

（卷面分值：150 分；考试时间：120 分钟）

注意事项：

1. 本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷和答题卡相应位置上.
2. 回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号，写在本试卷上无效.
3. 回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.
4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $M=\{x|-4<x<2\}$，$N=\{x|x^2-x-6<0\}$，则 $M\cup N=$

A. $\{x|-4<x<3\}$　　B. $\{x|-4<x<-2\}$

C. $\{x|-2<x<2\}$　　D. $\{x|2<x<3\}$

2. 已知 $\frac{5}{1-a\mathrm{i}}=1+2\mathrm{i}$，其中 $a\in\mathbf{R}$，i 为虚数单位，则 $a=$

A. -1　　B. 1

C. -2　　D. 2

3. 若命题 p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+x+1<0$，命题 q：$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$\cos x_0=\pi$，则下列命题为真命题的是

A. $p\wedge q$　　B. $p\vee q$

C. $(\neg p)\wedge q$　　D. $(\neg p)\wedge(\neg q)$

4. 已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 上任意一点到焦点 F 的距离比到 y 轴的距离大 1，则抛物线的标准方程为

A. $y^2=x$　　　　B. $y^2=2x$

C. $y^2=4x$　　　　D. $y^2=8x$

5. 2022 年 2 月 27 日，长征八号遥二运载火箭搭载 22 颗卫星成功发射，创造中国航天“一箭多星”的最高纪录，打破了长征六号火箭创造的“一箭 20 星”纪录. 据测算：在不考虑空气阻力的条件下，火箭的最大速度 v（单位：m/s）和燃料的质量 M（单位：kg）、火箭的质量（除燃料外）m（单位：kg）的关系是 $v=3000\ln\left(\dfrac{M+m}{m}\right)$. 为使火箭的最大速度达到 9000m/s，则燃料质量与火箭质量之比约为（参考数据 $e^3\approx20$）

A. 18　　　　B. 19

C. 20　　　　D. 21

6. 设向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 为单位向量，且 $|\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}|=|\lambda\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|(\lambda\neq0)$，则向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　　　B. $\dfrac{\pi}{3}$

C. $\dfrac{\pi}{2}$　　　　D. $\dfrac{5\pi}{6}$

7. 钝角 $\triangle ABC$ 中，$\sin^2A=\dfrac{\sin^2C-\sin^2B}{2\sin C-1}$，则 $\cos(A-B)=$

A. 0　　　　B. $\dfrac{1}{2}$

C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　　　D. 1

8. 已知函数 $f(x)=\cos x\cdot\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{x}{2}\right)$，则下列说法正确的是

A. $y=f(x)$ 是奇函数

B. $f(x)$ 在 $\left(\dfrac{3\pi}{2},2\pi\right)$ 上单调递增

C. $y=f(x)$ 的图象关于点 $(\pi,0)$ 对称

D. $f(x)$ 是最小正周期为 2π 的周期函数

9. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，若$a_{n+1}=\frac{na_n}{n+a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$，则下列结论中错误的是

A. $a_3=\frac{2}{5}$

B. $\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}\leqslant 1$

C. $\ln n<\frac{1}{a_n}-1(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*)$

D. $\frac{1}{a_{2n+1}}-\frac{1}{a_{n+1}}<\frac{1}{2}$

10. 棱长为6的正方体内有一个棱长为m的正四面体，且该正四面体可以在正方体内任意转动，则m的最大值为

A. $\sqrt{3}$

B. 3

C. $2\sqrt{6}$

D. $3\sqrt{3}$

11. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左，右顶点分别为$A_1,A_2$，点$M$在直线$x=c$上运动，若$\angle A_1MA_2$的最大值为45°，则双曲线的离心率$e=$

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

12. 已知函数$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$，若$f(x)+x^2$是奇函数，$f(x)-2x$是偶函数，函数$g(x)=\begin{cases}f(x),x\in[0,2]\\2g(x-2),x\in(2,+\infty)\end{cases}$，则下列说法正确的是

A. 当$x\in[4,6]$时，$g(x)=-2(x-4)(x-6)$

B. $g(2n-1)=2^{n-1}(n\in\mathbf{N}^*)$

C. $g(x)$在区间$[0,\frac{13}{2}]$内的最大值为4

D. 若函数$h(x)=g(x)-k(x-4)$有三个零点，则实数$k=-\frac{1}{3}$

第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分，第 13 题～第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22 题～第 23 题为选考题，考生根据要求作答.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分.

13. 中医是中国传统文化的瑰宝. 中医方剂不是药物的任意组合，而是根据中药配伍原则，总结临床经验，用若干药物配制组成的药方，以达到取长补短、辨证论治的目的. 中医传统名方“八珍汤”是由补气名方“四君子汤”（由人参、白术、茯苓、炙甘草四味药组成）和补血名方“四物汤”（由熟地黄、白芍、当归、川芎四味药组成）两个方共八味药组合而成的主治气血两虚证方剂. 现从“八珍汤”的八味药中任取四味，取到的四味药既不能组成“四君子汤”也不能组成“四物汤”的概率是________.

14. 已知数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$，其中$a_n=n^2, n\in \mathbf{N}^*$，$\{b_n\}$的各项是互不相等的正整数. 若对于任意$n\in \mathbf{N}^*$，$\{b_n\}$的第$a_n$项等于$\{a_n\}$的第$b_n$项，则$\dfrac{\log_2 b_4}{\log_2 b_2}=$________.

15. 在$\triangle ABC$中，$\cos A=\dfrac{11}{14}$，$AC=3$，$AB=7$，椭圆C_1和双曲线C_2以A,B为公共焦点且都经过点C，则C_1与C_2的离心率之和为________.

16. 对任意的$n\in \mathbf{N}^*$，不等式$\left(1+\dfrac{2}{n}\right)^n\leqslant e^2\left(\dfrac{n}{n+2}\right)^a$（其中 e 是自然对数的底数）恒成立，则$a$的最大值为________.

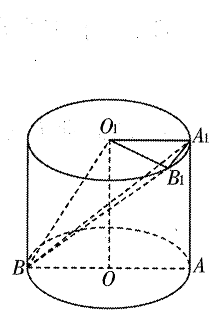
三、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. （12 分）已知a,b,c分别为$\triangle ABC$内角A,B,C的对边，若$\triangle ABC$满足$\cos 2A+2\sin^2\dfrac{B+C}{2}=1$，$a=\sqrt{6}$，$b=2\sqrt{2}$.

（1）求角A；

（2）求$\triangle ABC$的面积.

18. （12 分）如图，在圆柱体OO_1中，$OA=1$，$O_1O=2$，劣弧A_1B_1的长为$\dfrac{\pi}{6}$，AB为圆O的直径.



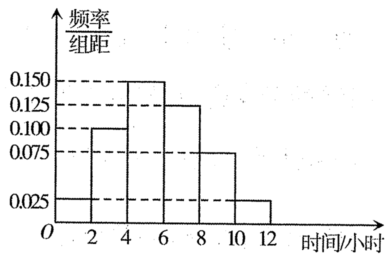
（1）在弧AB上是否存在点C（C,B_1在平面OAA_1O_1同侧），使$BC\perp AB_1$，若存在，确定其位置，若不存在，说明理由；

（2）求二面角$A_1-O_1B-B_1$的余弦值.

19.（12 分）某中学初三年级有学生 1500 人，其中男生占总人数的 70%，为调查该校学生中考前一周每天睡眠时间的情况，采用分层抽样的方法，收集 300 位学生的睡眠时间样本数据（单位：小时）.

（1）应收集多少位男生的样本数据？

（2）根据这 300 个样本数据，得到学生睡眠时间的频率分布直方图（如图所示），其中样本数据的分组区间为：$(0,2]$，$(2,4]$，$(4,6]$，$(6,8]$，$(8,10]$，$(10,12]$. 估计该校学生中考前一周平均每天睡眠时间超过 4 小时的概率；



（3）在样本数据中，有 60 位女生的平均睡眠时间超过 4 小时，请完成中考前一周日均睡眠时间与性别列联表，并判断是否有 99% 的把握认为“该校学生的考前一周日均睡眠时间与性别有关”.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879

20.（12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，且 F_2 的坐标为 $(1,0)$，点 $P(1,\dfrac{3}{2})$ 在椭圆上.

（1）求 $\triangle PF_1F_2$ 的周长；

（2）斜率为 $-\sqrt{2}$ 的直线与圆 $x^2+y^2=3$ 相切于第一象限，交椭圆于 A,B 两点，求 $\triangle AF_2B$ 的周长.

21.（12 分）已知函数 $f(x)=ax^2+(a+1)x\ln x-1$，$g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$.

（1）讨论 $g(x)$ 的单调性；

（2）若方程 $f(x)=x^2e^x+x\ln x-1$ 有两个不相等的实根 x_1,x_2，求实数 a 的取值范围，并证明 $e^{x_1+x_2}>\dfrac{e^2}{x_1x_2}$.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分，作答时请用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑.

[选修 4—4：坐标系与参数方程]

22.（10 分）已知曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2-\frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y=2+\frac{\sqrt{2}}{2}t, \end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2=\frac{4}{3\sin^2\theta+1}$.

（1）求 C_1，C_2 在直角坐标系下的普通方程；

（2）设 M 是 C_2 上的任意一点，求 M 到 C_1 的距离最大时 M 的坐标.

[选修 4—5：不等式选讲]

23.（10 分）已知函数 $f(x)=\left|2x+\frac{1}{2}\right|+\left|2x-\frac{1}{2}\right|$.

（1）求不等式 $f(x)<4$ 的解集；

（2）设 $f(x)$ 的最小值为 M，若正实数 a，b 满足 $\frac{a+1}{2(a+2)}+\frac{b-1}{b+1}=M$，证明：$a+b\geqslant 6$.