河北省衡水中学2023届上学期高三年级三调考试

数　学

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。共4页，总分150分，考试时间120分钟。

第Ⅰ卷（选择题　共60分）

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $M=\{x\mid y=\ln(1-x)\}$，集合 $N=\{y\mid y=e^x,x\in R\}$（e为自然对数的底数），则 $M\cap N=$

A．$\{x\mid x<1\}$　　B．$\{x\mid x>1\}$　　C．$\{x\mid 0<x<1\}$　　D．$\{x\mid x>0\}$

2．已知角 α 的终边与单位圆交于点 $\left(\frac{1}{3},\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$，则 $\cos 2\alpha=$

A．-1　　B．$-\frac{7}{9}$　　C．$-\frac{4}{9}$　　D．$\frac{7}{9}$

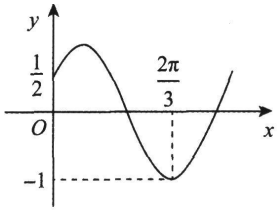
3．若曲线 $f(x)=a\ln x-\frac{b}{x}$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线的斜率为1，则 a^2+b^2 的最小值为

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\frac{3}{4}$

4．将函数 $y=\sin 2x$ 的图象向右平移 $\varphi(\varphi>0)$ 个单位长度后，得到函数 $y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象，则 φ 的值可以是

A．$\frac{\pi}{12}$　　B．$\frac{\pi}{6}$　　C．$\frac{\pi}{3}$　　D．$\frac{2\pi}{3}$

5．已知函数 $f(x)=\sin(2\omega x+\varphi)(\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 的部分图象如图所示，则下列结论正确的是



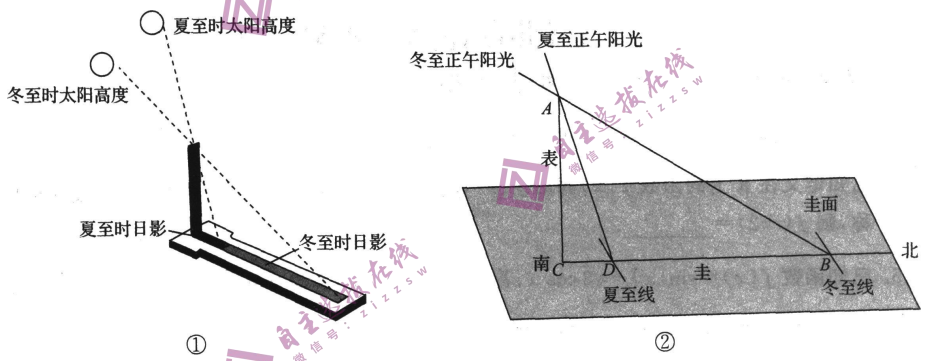
A．$f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{5\pi}{6}$　　B．$f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{\pi}{3},0\right)$ 对称

C．$f(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最小值为 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$f(x)$ 的图象关于直线 $x=-\frac{5\pi}{6}$ 对称

6．若函数 $f(x)=|\tan(\omega x-\omega)|(\omega>0)$ 的最小正周期为 4，则在下列区间中 $f(x)$ 单调递增的是

A．$\left(-1,\frac{1}{3}\right)$　　B．$\left(\frac{1}{3},\frac{5}{3}\right)$　　C．$\left(\frac{5}{3},3\right)$　　D．$(3,4)$

7．圭表（如图①）是我国古代一种通过测量正午日影长度来推断节气的天文仪器，它包括一根直立的标竿（称为“表”）和一把呈南北方向水平固定摆放的与标竿垂直的长尺（称为“圭”）．当太阳在正午时刻照射在表上时，日影便会投影在圭面上，圭面上日影长度最长的那一天定为冬至，日影长度最短的那一天定为夏至．图②是一个根据某地的地理位置设计的圭表的示意图，已知该地冬至正午时太阳高度角（即 $\angle ABC$）大约为 15°，夏至正午时太阳高度角（即 $\angle ADC$）大约为 60°，圭面上冬至线与夏至线之间的距离（即 BD 的长）为 a，则表高（即 AC 的长）为



A．$(2-\sqrt{3})a$　　B．$\frac{3-\sqrt{3}}{4}a$　　C．$\frac{\sqrt{3}-1}{4}a$　　D．$\frac{3+\sqrt{3}}{4}a$

8．已知不等式 $f(x)>0$ 的解集为 A，若 A 中只有唯一整数，则称 A 为“和谐解集”，若关于 x 的不等式 $\sin x+\cos x>2mx+|\sin x-\cos x|$ 在区间 $(0,\pi)$ 上存在“和谐解集”，则实数 m 的可能取值为

A．$\frac{2\cos 2}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{\cos 2}{3}$　　D．$\cos 1$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9．在ΔABC中，内角A,B,C的对边分别为a,b,c，下列说法中正确的是

A．“ΔABC为锐角三角形”是“$\sin A>\cos B$”的充分不必要条件

B．若$\sin 2A=\sin 2B$，则ΔABC为等腰三角形

C．命题“若$A>B$，则$\sin A>\sin B$”是真命题

D．若$a=8$，$c=10$，$B=\dfrac{\pi}{3}$，则符合条件的ΔABC有两个

10．已知函数$f(x)=2\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$，则下列说法中正确的是

A．$\forall x_1,x_2\in R$，若$|f(x_1)-f(x_2)|\le M$恒成立，则$M\ge 4$

B．若$f(x_1)=f(x_2)$，则$x_1+x_2=k\pi-\dfrac{\pi}{3}$，$k\in Z$

C．若$x_1+x_2=\dfrac{\pi}{6}$，则$f(x_1)+f(x_2)=0$

D．若$x_1,x_2\in\left(\dfrac{\pi}{12},\dfrac{7\pi}{12}\right)$，且$f(x_1)=f(x_2)(x_1\ne x_2)$，则$f(x_1+x_2)=1$

11．在数学史上，为了三角计算的简便及更加追求计算的精确性，曾经出现过两种三角函数：定义$1-\cos\theta$为角θ的正矢，记作versinθ；定义$1-\sin\theta$为角θ的余矢，记作coversinθ，则下列结论中正确的是

A．$\operatorname{versin}\dfrac{16\pi}{3}=\dfrac{1}{2}$ B．$\operatorname{versin}(\pi-\theta)-\operatorname{coversin}\left(\dfrac{3\pi}{2}-\theta\right)=0$

C．若$\dfrac{\operatorname{coversin}x-1}{\operatorname{versin}x-1}=2$，则$\dfrac{\operatorname{coversin}x+\operatorname{versin}x}{2-(\operatorname{conversin}x+\operatorname{versin}x)}=-\dfrac{1}{3}$

D．函数$f(x)=\operatorname{versin}\left(2022x-\dfrac{\pi}{3}\right)+\operatorname{coversin}\left(2022x+\dfrac{\pi}{6}\right)$的最大值为$2+\sqrt{2}$

12．已知函数$f(x)=\cos\alpha x+x^2(0\le\alpha<\pi)$，$f(2)-f(1)=2$，则$f(x)$在区间$[-2,2]$上的极值点的个数可能为

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

第Ⅱ卷（非选择题　共90分）

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知$2\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{3}\right)=\cos\alpha$，则$\tan\alpha=$_____.

14. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(4-x)+f(x)=2$，若 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=4$ 对称，则 $f(-2)=$_____.

15. 已知函数 $f(x)=\sin|x|-\sqrt{3}\cos x$，若关于 x 的方程 $f(x)=m$ 在区间 $\left[-2\pi,\frac{4\pi}{3}\right]$ 上有三个不同的实根，则实数 m 的取值范围是_____.

16. 据气象部门报道某台风影响我国东南沿海一带，测定台风中心位于某市南偏东 60°，距离该市 400 千米的位置，台风中心以 40 千米/时的速度向正北方向移动，距离台风中心 350 千米的范围都会受到台风影响，则该市从受到台风影响到影响结束，持续的时间为_____小时.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$f(x)=x^2+4x$.

(1)求 $f(x)$ 的解析式；

(2)若 $f(t+1)+f(2t)>0$，求实数 t 的取值范围.

18.（12 分）

记 ΔABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c. 若 $b=4$，在①$(b+c)(\sin B-\sin C)=(\sin A-\sin C)a$，②$\cos 2(A+C)+3\cos B=1$ 两个条件中任选一个完成下列问题：

(1)求 B；

(2)若 D 在 AC 边上，且 $BD\perp AC$，求 BD 的最大值.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

19. (12 分)

已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x\cos\omega x-\cos^2\omega x+\frac{1}{2}(\omega>0)$，其图象上相邻的最高点和最低点间的距离为 $\sqrt{4+\frac{\pi^2}{4}}$.

(1)求 $f(x)$ 的解析式；

(2)记 ΔABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $a=4$，$bc=12$，$f(A)=1$，若角 A 的平分线交 BC 于点 D，求 AD 的长.

20．(12 分)

记 ΔABC 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，已知 $b\tan A+b\tan B=\frac{\sqrt{3}c}{\cos A}$.

(1)求 B；

(2) D 是 AC 边上的点，若 $CD=1$，$AD=BD=3$，求 $\sin A$ 的值.

21．(12 分)

已知 ΔABC 的外心为 O，M,N 分别为边 AB,AC 上的点，且 O 恰为 MN 的中点.

(1)证明：$AM\cdot MB=AN\cdot NC$；

(2)若 $OA=\sqrt{3}$，$OM=1$，求 $\frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ABC}}$ 的最大值.

22．(12 分)

已知函数 $f(x)=e^x\sin x+ax, x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

(1)若 $a=-1$，求 $f(x)$ 的最小值；

(2)若 $f(x)$ 有且只有两个零点，求实数 a 的取值范围.

自主选拔在线 微信号：zizzsw