

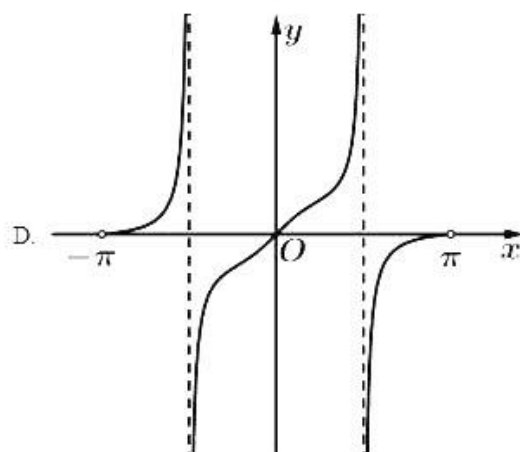
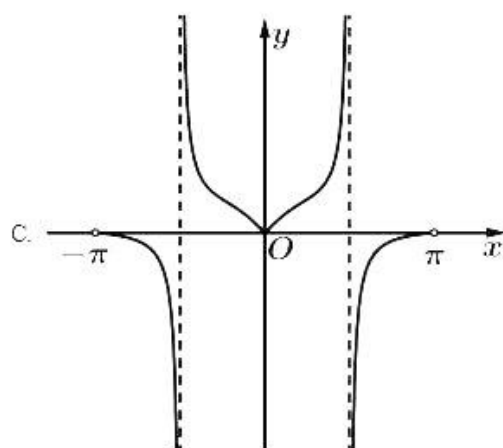
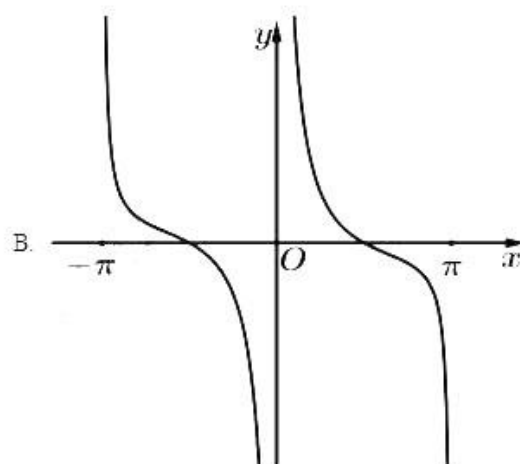
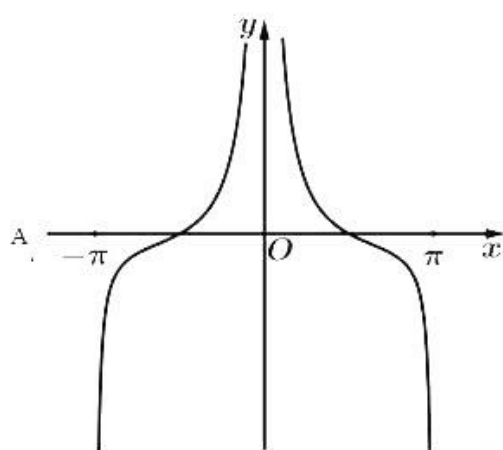
高三数学定时训练

一、涉及教材内容题（每题5分共45分）

1. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{x | x < 2\}$, $C = \{-2, -1, 0, 1\}$, 则 $(A \cup B) \cap C =$ ()
- A. $\{0\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2. 设 $a \in \mathbb{R}$, 则“ $2 < a < 3$ ”是“ $a^2 - 5a - 6 < 0$ ”的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 函数 $y = \frac{\tan x}{x^2 + 1}$ 在 $(-\pi, \pi)$ 的图象大致为 ()



4. 设 $a = 5^{\frac{1}{2}}$, $b = \log_3 2$, $c = \log_2 3$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$
- C. $b < a < c$ D. $c < a < b$



5. 已知直线 $l_1: (m-2)x-3y-1=0$ 与直线 $l_2: mx+(m+2)y+1=0$ 相互垂直, 则实数 m 的值是 ()

- A. -4或1 B. 1 C. -1 D. -1或6

6. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, 则三棱锥 $A-B_1CD_1$ 的体积为 ()

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{8}{3}$ C. 4 D. 6

7. 设 i 是虚数单位, 复数 $\frac{1-i}{2+i}$ 的虚部等于_____.

8. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F , 点 $P(m, -4)$ 在抛物线上, 则 PF 的长为_____.

9. $\lg 4 + \lg 25 + 9^{\frac{1}{3}} \times \sqrt[3]{3} =$ _____.

二、常规巩固题

10. 已知抛物线 $y^2=8x$ 的准线经过双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$ 的一个焦点, 且双曲线的两条渐近线相互垂直, 则双曲线的方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ B. $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$
C. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$ D. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$

11. 设函数 $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$, 给出下列结论:

① $f(x)$ 的最小正周期为 π ;

② $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right]$ 内单调递增;

③ 函数 $f(x)$ 的对称轴方程为 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}, k \in \mathbb{Z}$

④ 将函数 $y = f(x)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度, 可得到函数 $y = \cos 2x$ 的图像.

其中所有正确结论的序号是 ()

- A. ①②④ B. ①③ C. ②③ D. ①②③

12. 已知直线 $l: x+y-2=0$ 与圆 $C: (x-1)^2 + y^2 = 1$ 相交于 A, B 两点, 则线段 AB 的长度为_____.

13. 已知 $a>0, b>0$, 则 $\frac{a^2+b^2+4}{a+\sqrt{3}b}$ 的最小值为_____.

14. 在等腰梯形 $ABCD$ 中, 已知 $AB \parallel DC, AB=2, BC=1, \angle ABC=60^\circ$, 动点 E 和 F 分别在线段 BC 和

DC 上, 且 $\overline{BE} = \lambda \overline{BC}, \overline{DF} = \frac{1}{6\lambda} \overline{DC}$, 则 $\overline{AE} \cdot \overline{AF}$ 的最大值为_____.

15. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x) = \begin{cases} x|x-1|-1, & x \geq 0, \\ \frac{1}{x-1}, & x < 0, \end{cases}$ 若函数 $g(x) = f(1-x) - ax + 1$ 恰有 2 个零点, 则实

数 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, -1) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$

B. $(-\infty, -1) \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{4}, 1\right)$

C. $(-\infty, -1) \cup \left[0, \frac{1}{4}\right)$

D. $(-4, -1) \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{4}, 1\right)$

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $12\sin A$, 周长为 $8(\sqrt{2}+1)$. 且 $\sin B + \sin C = \sqrt{2}\sin A$.

(1) 求 a 及 $\cos A$ 的值;

(2) 求 $\sin\left(2A - \frac{\pi}{4}\right)$ 的值.

17. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AC \perp AD$, $AB \perp BC$, $\angle BCA = 60^\circ$, $AP = AD = AC = 2$, E 为 CD 的中点, M 在 AB 上, 且 $\overline{AM} = 2\overline{MB}$



(1) 求证: $EM \parallel$ 平面 PAD ;

(2) 求平面 PAD 与平面 PBC 所成二面角的正弦值;

(3) 点 F 是线段 PD 上异于两端点的任意一点, 若满足异面直线 EF 与 AC 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{14}}{7}$, 求 AF 的长.

18. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点为 F_1, F_2 , P 为其上顶点, $\triangle PF_1F_2$ 正三角形

- (1) 求椭圆 C 的离心率；
 (2) 若直线 $y = kx + m$ 与椭圆 C 交于 M, N 两点， O 为坐标原点，直线 OM, ON 的斜率之积等于 $-\frac{3}{4}$ ， $\triangle OMN$ 的面积是 $\sqrt{3}$ ，求椭圆 C 的方程。

三、思维能力提高题

19. 设 $\{a_n\}$ 是递增的等差数列， $\{b_n\}$ 是等比数列，已知 $a_1 = 1, b_1 = 4, b_2 = 2a_4, b_3 = 8a_2$ 。

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；
 (2) 设 $d_n = (-1)^n (a_n + 3^{a_n})$ ，求数列 $\{d_n\}$ 的前 $2n$ 项和 S_{2n} ；
 (3) 设 $c_n = \sqrt{1 + \frac{1}{[\log_2 b_{n-1}]^2} + \frac{1}{[\log_2 b_n]^2}}$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n 及 T_n 的最小值。

20. 已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{x}$ ， $g(x) = ax + b$ 。

- (1) 若函数 $h(x) = f(x) - g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增，求实数 a 的取值范围；
 (2) 若直线 $g(x) = ax + b$ 是函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{x}$ 图象的切线，求 $a + b$ 的最小值；
 (3) 当 $b = 0$ 时，若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象有两个交点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ，证明： $x_1 x_2 > 2e^2$ 。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线