2020 届普通高中教育教学质量监测考试

全国Ⅰ卷　文科数学

（考试时间：2020 年 5 月 23 日）

注意事项：

1. 本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分.
2. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷相应的位置.
3. 全部答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.
4. 本试卷满分 150 分，测试时间 120 分钟.
5. 考试范围：高考全部内容.

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x|(x+1)(x-2)>0\}$，$B=\{x|x\leqslant 1\}$，则 $(\complement_U A)\cap B=$

A. $\{x|-1<x<1\}$　　B. $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$

C. $\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$　　D. $\{x|x\leqslant -1\}$

2. 已知 i 为虚数单位，则复数 $z=\frac{5}{1+2i}+i(a\in\mathbf{R})$ 的共轭复数为

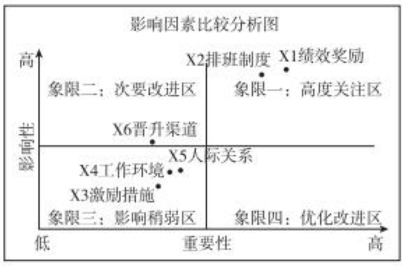
A. $1+i$　　B. $1-i$

C. $-1+i$　　D. $-1-i$

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-2,m)$，$\boldsymbol{b}=(1,2)$，$\boldsymbol{a}\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\frac{11}{2}$，则实数 m 的值为

A. -1　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

4. 2020 年 1 月，某公司以问卷的形式调查影响员工积极性的六项关键指标：绩效奖励、排班制度、激励措施、工作环境、人际关系、晋升渠道，在确定各项指标权重结果后，进而得到指标重要性分析象限图（如图）. 若客户服务中心从中任意抽取不同的两项进行分析，则这两项来自影响稍弱区的概率为



A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{3}{4}$

5. 2020 年初，为了支援湖北省对新冠病毒肺炎的治疗，某市卫健委考虑在委派本市医疗队的人员时，有六个人员尚未确定，这六个人分别是呼吸科主治医师甲、呼吸科主治医师乙、护士丙、护士丁、影像医师小李和传染科医师小周. 综合考虑各种因素：

(1)甲和乙至少要参加一个；

(2)如果丙不能参加或丁不能参加，则甲也不能参加；

(3)如果丙不能参加，那么小周也不能参加；

(4)只有小李参加，乙才能参加.

卫健委最终确定不让小李参加医疗队. 由此可以推出

A. 无法确定小周是否参加医疗队　　B. 甲没参加医疗队

C. 无法确定两名护士是否参加医疗队　　D. 乙参加了医疗队

6. 已知函数 $f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{6})$ 图象的纵坐标不变，横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega}$ 倍后，得到的函数在 $[0,2\pi]$ 上恰有 5 个不同的 x 值，使其取到最值，则正实数 ω 的取值范围是

A. $[\frac{13}{6},\frac{8}{3})$　　B. $(\frac{13}{6},\frac{8}{3}]$　　C. $[\frac{31}{12},\frac{8}{3})$　　D. $(\frac{31}{12},\frac{8}{3}]$

7. 已知定义在 **R** 上的奇函数 $f(x)=e^x-ke^{-x}+2\sin x$，则 $a=f(\log_2\frac{3}{4})$，$b=f(\log_4\frac{4}{5})$，$c=f(\log_8\frac{8}{9})$ 的大小关系为

A. $c<b<a$　　B. $a<b<c$　　C. $c<a<b$　　D. $a<c<b$

8. 已知 O 为等腰直角三角形 POD 的直角顶点，以 OP 为旋转轴旋转一周得到几何体 τ，CD 是底面圆 O 上的弦，$\triangle COD$ 为等边三角形，则异面直线 OC 与 PD 所成角的余弦值为

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

9. 已知椭圆 $C_1:\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，抛物线 $C_2:y^2=2px(p>0)$ 的准线 l 过点 F_1，设 P 是直线 l 与椭圆 C_1 的交点，Q 是线段 PF_2 与抛物线 C_2 的一个交点，则 $|QF_2|=$

A. $12(3-2\sqrt{2})$　　B. $12(4-2\sqrt{2})$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

10. 函数 $f(x)=2+k\sin x$ 在 $(0,2)$ 处的切线 l 也是函数 $y=x^3-x^2-3x-1$ 图象的一条切线，则 $k=$

A. 1　　B. -1　　C. 2　　D. -2

11. 若 $0\leqslant\alpha\leqslant\beta\leqslant\frac{\pi}{4}$，$\sin\alpha+\cos\alpha=a$，$\sin\beta+\cos\beta=b$，则以下结论正确的个数是

①$ab\geqslant1$；②$ab\leqslant2$；③$2a-b$ 的最大值为 $\sqrt{2}$；④$2a-b$ 的最大值为 $2\sqrt{2}-1$.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

12. 设双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 且斜率大于零的直线 l 分别与双曲线左右两支交于 M，N 两点，以 MN 为直径的圆过 F_2，且 $\overrightarrow{MF_2}\cdot\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MN}^2$，则直线 l 的斜率为

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分．第 13 题～第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22 题～第 23 题为选考题，考生根据要求作答．

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分．

13. 2020 年 2 月 17 开始，为实现“停课不停学”，张老师每天晚上 20：05—20：50 时间段通过班级群直播的形式为学生们在线答疑，某天一位高三学生在 19：00 至 20：30 之间的某个时刻加入群聊，则他等待直播的时间不超过 30 分钟的概率是________．

14. 已知函数 $f(x)=(\frac{1}{2})^{|x-a|}$ 关于 $x=1$ 对称，则 $f(2x-2)\geqslant f(0)$ 的解集为________．

15. 已知△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，周长为 5，$b\cos C=(2a-c)\cos B$，则∠$B=$________，若 $b=2$，则△ABC 的面积为________．（第一空 2 分，第二空 3 分．）

16. 在我国瓷器的历史上六棱形的瓷器非常常见，因为六、八是中国人的吉利数字，所以好多瓷器都做成六棱形和八棱形．数学李老师有一个正六棱柱形状的笔筒，如图，底面边长为6 cm，高为 18 cm（底部及筒壁厚度忽略不计）．一根长度为 $2\sqrt{85}$ cm 的圆铁棒 l（粗细忽略不计）斜放在笔筒内部，l 的一端置于正六棱柱某一侧棱的底端，另一端置于和该侧棱正对的侧棱上．一位小朋友玩耍时，向笔筒内注水，恰好将圆铁棒淹没，又将一个圆球放在笔筒口，球面又恰好接触水面，则球的表面积为________cm^2．

三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分 12 分)

已知公差不为零的等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$S_3=15$，a_1，a_4，a_{13}成等比数列.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

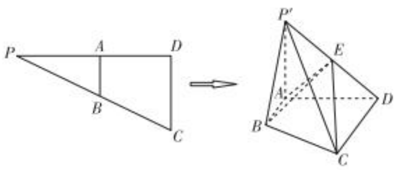
(2)求数列$\{a_{2^n-n}\}$的前 n 项和 T_n 大于 2020 的最小自然数 n.

18.(本小题满分 12 分)

已知 Rt$\triangle PCD$，$PD\perp CD$，A，B 分别为 PD，PC 的中点，$PD=2DC=2$，将$\triangle PAB$ 沿 AB 折起，得到四棱锥 $P'-ABCD$，E 为 $P'D$ 的中点.

(1)证明：$P'D\perp$平面 ABE；

(2)当正视图方向与向量$\overrightarrow{BA}$的方向相同时，此时 $P'-ABCD$ 的正视图的面积为$\frac{\sqrt{3}}{4}$，求四棱锥 $P'-ABCD$ 的体积.



19.(本小题满分 12 分)

2020 年春季，某出租汽车公司决定更换一批新的小汽车以代替原来报废的出租车，现有 A，B 两款车型，根据以往这两种出租车车型的数据，得到两款出租车型使用寿命频数表如下：

使用寿命年数	5 年	6 年	7 年	8 年	总计
A 型出租车(辆)	10	20	45	25	100
B 型出租车(辆)	15	35	40	10	100

(1)填写下表，并判断是否有 99%的把握认为出租车的使用寿命年数与汽车车型有关？

	使用寿命不高于 6 年	使用寿命不低于 7 年	总计
A 型			
B 型			
总计			

(2)司机师傅小李准备在一辆开了 4 年的 A 型车和一辆开了 4 年的 B 型车中选择，为了尽最大可能实现 3 年内(含 3 年)不换车，试通过计算说明，他应如何选择.

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

20.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 与过其右焦点 $F(1,0)$ 的直线 l 交于不同的两点 A,B,线段 AB 的中点为 D,且直线 l 与直线 OD 的斜率之积为 $-\frac{3}{4}$.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)设椭圆的左顶点为 M,k_{MA},k_{MB} 分别表示直线 MA,MB 的斜率,求证:$k_{MA}+k_{MB}=\frac{4}{3}k_{OD}$.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=x\ln x$,函数 $g(x)=kx-\cos x$ 在点 $(-\frac{\pi}{2},g(-\frac{\pi}{2}))$ 处的切线平行于 x 轴.

(1)求函数 $f(x)$ 的极值;

(2)讨论函数 $F(x)=g(x)-f(x)$ 的零点的个数.

请考生从第 22、23 题中任选一题作答,并用 2B 铅笔将答题卡上所选题目对应的方框涂黑,按所选涂题号进行评分;多涂、多答,按所涂的首题进行评分;不涂,按本选考题的首题进行评分.

22.(本小题满分 10 分)【选修 4—4:坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中,已知曲线 C_1 的参数方程:$\begin{cases} x=-1+\dfrac{4k}{1+k^2} \\ y=\dfrac{2(1-k^2)}{1+k^2} \end{cases}$($k$ 为参数),以坐标原点为极点,以 x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=2\sqrt{2}$.

(1)求曲线 C_1 的普通方程;

(2)过曲线 C_2 上一点 P 作直线 l 与曲线 C_1 交于 A,B 两点,中点为 D,$|AB|=2\sqrt{3}$,求 $|PD|$ 的最小值.

23.(本小题满分 10 分)【选修 4—5:不等式选讲】

已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}(x+1)^2$.

(1)求 $f(x)+|f(x)-9|$ 的最小值 M;

(2)若正实数 a,b,c 满足 $f(a)+f(b)+f(c)=M$,求证:$a+b+c\leqslant 6$.

关于我们

自主招生在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（http://www.zizzs.com/）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“**答题模板**”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“**必背知识点**”,即可获取《高考考前必背知识点》