

府谷中学高二年级第二学期第二次月考

数学试题(理科)

考生注意:

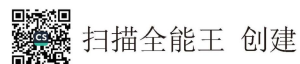
- 1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分150分,考试时间120分钟。
- 2. 答题前,考生务必用直径0.5毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
- 3. 考生作答时,请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上作答无效。
- 4. 本卷命题范围:高考范围。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 1. 设集合  $A = \{x | (x-1)(x-4) < 0\}$ ,  $B = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$ , 则  $A \cup B =$   
A.  $[-1, 4)$     B.  $(-1, 4)$   
C.  $[-2, 4)$     D.  $(-2, 4)$
- 2. 复数  $z$  满足  $(1-2i)z=5$ , 则在复平面内  $z$  对应的点位于  
A. 第一象限    B. 第二象限  
C. 第三象限    D. 第四象限
- 3. 命题“ $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 + x_0 + 1 > 0$ ”的否定是  
A.  $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 + x_0 + 1 \leq 0$     B.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 < 0$   
C.  $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 + x_0 + 1 < 0$     D.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$
- 4.  $(x - \frac{1}{x^2})^6$  展开式中的常数项为  
A.  $-20$     B.  $-15$     C.  $15$     D.  $20$
- 5.  $\frac{\sin 160^\circ \cos 20^\circ}{1-2\sin^2 25^\circ}$  等于  
A.  $\frac{1}{2}$     B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
C.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$     D.  $2$
- 6. 在  $\triangle ABC$  中,角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 若  $b=12, \cos A = \frac{3}{5}, \sin B = \frac{12}{13}$ , 则  $a =$   
A.  $8$     B.  $6$     C.  $5$     D.  $\frac{52}{5}$

座位号  
考号  
姓名  
班级  
学校

密 封 线 内 不 要 答 题



7. 放射性核素铯 89 的质量  $M$  会按某个衰减率衰减, 设初始质量为  $M_0$ , 质量  $M$  与时间  $t$  (单位: 天)

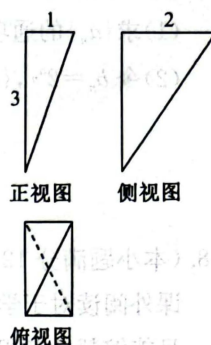
的函数关系为  $M=M_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{h}}$  (其中  $h$  为常数), 若铯 89 的半衰期(质量衰减一半所用的时间)

约为 50 天, 那么质量为  $M_0$  的铯 89 经过 30 天衰减后质量大约变为(参考数据:  $2^{0.6} \approx 1.516$ )

- A.  $0.72M_0$                       B.  $0.70M_0$                       C.  $0.68M_0$                       D.  $0.66M_0$

8. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为

- A. 3                                      B. 2  
C. 1                                      D.  $\frac{1}{3}$



9. 若双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的一条渐近线被圆  $(x+2)^2 + y^2 =$

4 所截得的弦长为  $2\sqrt{3}$ , 则  $C$  的离心率为

- A.  $\sqrt{3}$                                       B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$   
C.  $\sqrt{2}$                                       D.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

10. 已知  $a = \ln \frac{1}{98} + \frac{97}{98}, b = \ln \frac{1}{99} + \frac{98}{99}, c = \ln \frac{1}{100} + \frac{99}{100}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是

- A.  $a > c > b$                               B.  $a > b > c$   
C.  $c > a > b$                               D.  $c > b > a$

11. 若函数  $y = 4\sin \omega x$  与  $y = 4\cos \omega x$  图象的任意连续三个交点构成等腰直角三角形, 则正实数  $\omega =$

- A.  $\frac{\sqrt{2}\pi}{8}$                                       B.  $\frac{\sqrt{2}\pi}{4}$   
C.  $\frac{\pi}{4}$     D.  $\pi$

12. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(-x) = -f(x)$ , 函数  $f(x+1)$  为偶函数, 且当  $x \in [0, 1]$  时,  $f(x) = \log_2(x+a)$ , 则  $f(2022) + f(2023) =$

- A. -1                                      B. 1                                      C. 504                                      D. 505

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在正项等比数列  $\{a_n\}$  中, 若  $a_3 + a_4 = 3(a_2 + a_3)$ , 则  $\{a_n\}$  的公比为 \_\_\_\_\_.

14. 已知向量  $a, b$  满足  $|a| = 1, b = (-1, \sqrt{3}), |2a - b| = 2\sqrt{3}$ , 则  $a, b$  的夹角为 \_\_\_\_\_.

15. 已知抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  的焦点为  $F$ , 过  $F$  的直线  $l$  与抛物线交于  $A, B$  两点, 且  $\vec{AF} = 4\vec{FB}$ ,  $O$  为坐标原点, 则  $\triangle OAB$  的面积为 \_\_\_\_\_.

16. 已知三棱锥  $S-ABC$  中,  $SA \perp$  平面  $ABC, AB = BC = CA = 2$ , 异面直线  $SC$  与  $AB$  所成角的余弦值为  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ , 则三棱锥  $S-ABC$  的外接球的表面积为 \_\_\_\_\_.



三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

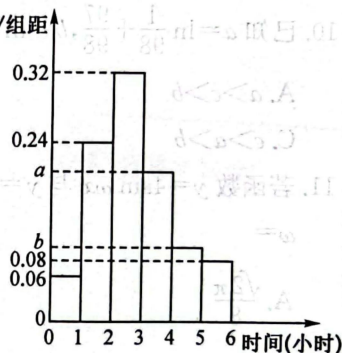
已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_2 + a_3 = 13$ ,  $S_6 = 57$ .

(1)求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2)令  $b_n = 2^n$ ,  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ ,求使得  $T_n > 10S_4$  成立的  $n$  的最小值.

18. (本小题满分 12 分)

课外阅读对于学生的综合发展是非常有利的,课外阅读能够充分调动学生的写作积极性,并且能够帮助其积累丰富的阅读知识,将学生的学习效率最大化,全面提高学生的写作质量.某市为了解高中生课外阅读时间的情况,随机抽取了 1 000 名高中学生进行调查,得到了这 1 000 名学生的平均每周课外阅读时间(单位:小时),并将样本数据分成  $[0, 1]$ ,  $(1, 2]$ ,  $(2, 3]$ ,  $(3, 4]$ ,  $(4, 5]$ ,  $(5, 6]$  六组,绘制成如图所示的频率分布直方图,其中  $a = 2b$ .



(1)求  $a, b$  的值;

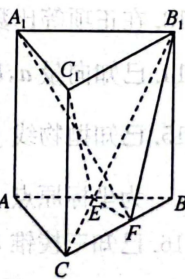
(2)为进一步了解这 1 000 名学生的读书喜好,从平均每周课外阅读时间在  $(2, 3]$ ,  $(5, 6]$  两组内的学生中,采用比例分配的分层随机抽样方法抽取 10 人,再从这 10 人中随机抽取 3 人,记在这 3 人中,平均每周课外阅读时间在  $(2, 3]$  内的学生人数为  $X$ ,求  $X$  的分布列与数学期望.

19. (本小题满分 12 分)

如图,在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中, $E$  为  $AB$  的中点,点  $F$  在  $BC$  上,且  $AC=BC=3BF$ .

(1)证明:  $A_1B_1 \perp C_1E$ ;

(2)若  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $AA_1 = 2$ ,  $AB = 2\sqrt{3}$ ,求二面角  $A_1 - B_1F - E$  的正弦值.



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $E$  的中心为坐标原点, 对称轴为  $x$  轴、 $y$  轴, 且过  $A(2, -1), B(-\sqrt{2}, \frac{\sqrt{6}}{2})$  两点.

(1) 求  $E$  的方程;

(2) 若直线  $l$  与圆  $O: x^2 + y^2 = \frac{8}{5}$  相切, 且直线  $l$  交  $E$  于  $M, N$  两点, 试判断  $\angle MON$  是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 请说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = e^{x-1} - a(x^2 - 1) - 1 (a \in \mathbf{R})$ .

(1) 若  $a = 2$ , 求  $f(x)$  在  $x = 1$  处的切线方程;

(2) 若  $f(x) \geq 0$  对任意的  $x \in [1, +\infty)$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线  $l: mx + y - 2m = 0 (m \in \mathbf{R})$ , 以  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 圆  $C$  的极坐标方程为  $\rho = 4(\sin \theta + \cos \theta)$ .

(1) 求直线  $l$  的极坐标方程和圆  $C$  的一个参数方程;

(2) 若直线  $l$  与圆  $C$  交于  $A, B$  两点, 且  $|AB| = 2\sqrt{6}$ , 求  $m$  的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数  $f(x) = |x^2 - 1| + |x - 2|$ .

(1) 解不等式  $f(x) \geq 3$ ;

(2) 若  $f(a) \leq |a^2 + a - 3|$ , 求满足条件的实数  $a$  的取值范围.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

