六安一中 2023 届高三年级第八次月考

数学试卷

时间：120 分钟　　　　　　　满分：150 分

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．设全集 $U=\{x\in N\mid\sqrt{x}\le 2\}$，$A=\{1,2\}$，则 $C_UA=$（　　）

A．$\{0,3\}$　　B．$\{0,4\}$　　C．$\{3,4\}$　　D．$\{0,3,4\}$

2．在复平面内，复数 z 对应点的坐标是 $(-2,1)$，$\overline{z}$ 是复数 z 的共轭复数，则 $\dfrac{\overline{z}}{1+i}=$（　　）

A．$-\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}i$　　B．$\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}i$　　C．$-1+3i$　　D．$-1-3i$

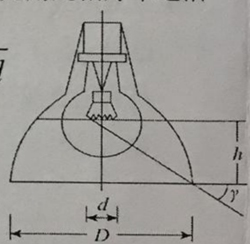
3．设 $\{a_n\}$ 是等比数列，且 $a_1+a_2=1, a_2+a_3=2$，则 $a_6+a_7=$（　　）

A．8　　B．12　　C．16　　D．32

4．已知平面向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{b}|=\sqrt{2}, \vec{a}\cdot\vec{b}=2, |\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{14}$，则 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 夹角的大小为（　　）

A．$\dfrac{\pi}{2}$　　B．$\dfrac{\pi}{4}$　　C．$\dfrac{\pi}{3}$　　D．$\dfrac{\pi}{6}$

5．为了降低或消除白炽灯对眼睛造成的眩光，给光源加上一个不透光材料做的灯罩，可以起到十分显著的效果. 某一灯罩的防止眩光范围，可用遮光角 γ 这一水平夹角来衡量.遮光角是指灯罩边沿和发光体边沿的连线与水平线所成的夹角，图中灯罩的遮光角用 $\tan\gamma=\dfrac{3h}{D+d}$ 表示. 若图中 $D=108, d=12$，且 $\dfrac{10\sin 2\gamma}{\cos 2\gamma+1}=11$，则 $h=$（　　）



A．44　　B．66

C．88　　D．110

6．已知点 $A(m,1)$ 为抛物线 $C: y^2=2px(p>0)$ 上一点，过点 A 作准线的垂线，垂足为 B，若 ΔAOB（O 为原点）的面积为 $\dfrac{1}{2}$，则 $p=$（　　）

A．2　　B．1　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．3

7．已知函数 $f(x)=(x-1)^3-ax-b+2$，则下列结论**错误**的是（　　）

A．当 $a=3$ 时，若 $f(x)$ 有三个零点，则 b 的取值范围为 $(-3,1)$

B．若 $f(x)$ 满足 $f(2-x)=1-f(x)$，则 $a+b=-1$

C．若过点 $(2,m)$ 可作曲线 $g(x)=f(x)-3x+ax+b$ 的三条切线，则 $-4<m<-3$

D．若 $f(x)$ 存在极值点 x_0，且 $f(x_0)=f(x_1)$，其中 $x_0\ne x_1$，则 $x_1+2x_0=3$

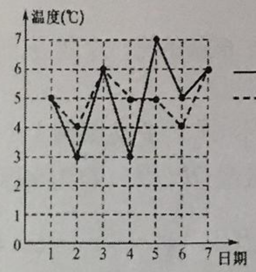
8. 我市正在创建全国文明城市，全民参与创城活动.我校现将甲、乙、丙、丁4名志愿者随机派往①，②，③三个社区进行志愿者活动，每个社区至少派1名志愿者，A表示事件“志愿者甲派往①社区”；B表示事件“志愿者乙派往①社区”；C表示事件“志愿者乙派往②社区”，则（　　）

A. 事件A与B相互独立　　　　B. $P(A|C)=\dfrac{5}{12}$

C. 事件A与C为互斥事件　　　　D. $P(B|A)=\dfrac{1}{9}$

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

9. 甲、乙两个城市某月初连续7天的日均气温数据如图所示，则在这7天中，下列判断正确的是（　　）



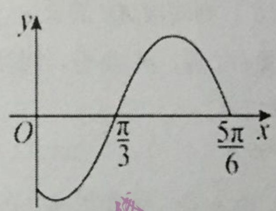
A. 甲城市日均气温的中位数和平均数相等

B. 乙城市日均气温的极差为$3°C$

C. 乙城市日均气温的众数为$5°C$

D. 甲城市日均气温比乙城市的日均气温稳定

10. 已知函数$f(x)=\cos(\omega x+\varphi)(\omega>0,0<\varphi<\pi)$的部分图像如图所示，则（　　）



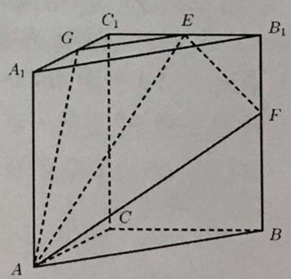
A. $\varphi=\dfrac{5\pi}{6}$

B. $f(x)$在区间$[-\dfrac{5\pi}{6},-\dfrac{\pi}{6}]$上单调递增

C. $x=-\dfrac{5\pi}{12}$是函数$f(x)$的一条对称轴

D. 将函数$y=\cos x$图像上各点的横坐标变为原来的$\dfrac{1}{2}$（纵坐标不变），再将所得图像向右平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位长度，可得函数$f(x)$的图像

11. 如图，在直三棱柱ABC-$A_1B_1C_1$中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=BC=CC_1=2$，E为B_1C_1的中点，过AE的截面与棱BB_1、A_1C_1分别交于点F、G，则下列说法中正确的是（　　）



A. 当点F为棱BB_1中点时，截面$AFEG$的周长为$\sqrt{13}+3+\sqrt{2}$

B. 线段C_1G长度的取值范围是$[0,1]$

C. 当点F与点B重合时，三棱锥$C-AEF$的体积为$\dfrac{4}{3}$

D. 存在点F，使得$A_1F\perp AE$

12. 已知在数列$\{a_n\}$中，$a_1=a\in(0,1),a_{n+1}=\dfrac{1}{4}a_n^2+m(n\in N^*)$，下列说法正确的是（　　）

A. 存在实数$m>0$，使数列$\{a_n\}$单调递增

B. 若存在正整数n，使$a_n<3$，则$m\le1$

C. 当$m\le1$时，对任意正整数n，都有$a_n<3$

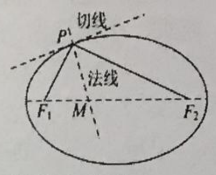
D. 若对任意正整数n，都有$a_n<3$，则$m\le1$

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．若数据 0，1，2，3，4，5，7，8，9，10 的第 60 百分位数为n，求$(\frac{1}{x}-2x)^n$展开式中的常数项是________.

14．若直线$ax+by=1(a>0,b>0)$平分圆$C:(x-1)^2+(y-1)^2=2$的周长和面积，则$\frac{a}{4b}+\frac{1}{a}$的最小值是________.

15．如图所示，椭圆有这样的光学性质:从椭圆的一个焦点出发的光线，经椭圆反射后，反射光线经过椭圆的另一个焦点.已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点为$F_1$、$F_2$，$P$为椭圆上不与顶点重合的任一点，$I$为$\Delta PF_1F_2$的内心，记直线$OP,PI$（$O$为坐标原点）的斜率分别为$k_1,k_2$，若$3k_1=2k_2$，则椭圆的离心率为_______.



16．已知$C:y^2=\frac{3}{2}x$，过点$P(1,0)$倾斜角为60°的直线l交C于A,B两点（A在第一象限内），过点A作$AD\perp x$轴，垂足为D，现将C所在平面以x轴为翻折轴向纸面外翻折，使得平面$APD\perp$平面BPD，连接AB，则线段AB的长为_____，三棱锥$A-PBD$外接球的表面积为_________.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17、（本小题满分 10 分）

在①$a\cos B-b\cos A=c-b$，②$\tan A+\tan B+\tan C-\sqrt{3}\tan B\tan C=0$，③$\Delta ABC$的面积为$\frac{1}{2}a(b\sin B+c\sin C-a\sin A)$，这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，并加以解答.

在ΔABC中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，且________.

（1）求角A；

（2）若$a=8$，ΔABC的内切圆半径为$\sqrt{3}$，求ΔABC的面积.

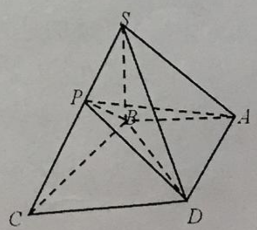
18、（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥$S-ABCD$中，底面$ABCD$是梯形，$AB//CD$，$\angle BAD=90^\circ$，$CD=2AB=2AD=2$，侧面SCD是等边三角形，侧面SBC是等腰直角三角形，$SB=BC$.

（1）求证：$SB\perp$平面$ABCD$；

（2）若P是棱SC上的一点，且$SA//$平面PBD.

求直线AP与平面SAB所成角的正弦值.



19、（本小题满分 12 分）

已知各项均为正数的数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_1=1,a_n=\sqrt{S_n}+\sqrt{S_{n-1}}(n\geq 2,n\in N^*)$.

（1）求证：数列$\{\sqrt{S_n}\}$是等差数列，并求出$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若$[x]$表示不超过x的最大整数，如$[-3.1]=-4,[3.1]=3$.求$\left[\sum_{i=1}^{n}\frac{4}{(a_i+1)^2}\right]$的值.

20、（本小题满分 12 分）

脂肪含量（单位：%）指的是脂肪重量占人体总重量的比例．某运动生理学家在对某项健身活动参与人群的脂肪含量调查中，采用样本量比例分配的分层随机抽样，如果不知道样本数据，只知道抽取了男性 120 位，其平均数和方差分别为 14 和 6，抽取了女性 90 位，其平均数和方差分别为 21 和 17．

（1）试由这些数据计算出总样本的均值与方差，并对该项健身活动的全体参与者的脂肪含量的均值与方差作出估计．（结果保留整数）

（2）假设全体参与者的脂肪含量为随机变量 X，且 $X\sim N(\mu,23)$，其中 μ 近似为（1）中计算的总样本的均值．现从全体参与者中随机抽取 4 位，求 4 位参与者的脂肪含量均小于 12.2%的概率．

附：若随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma)$，

则 $P(\mu-\sigma)\le X\le\mu+\sigma\approx 0.6827, P(\mu-2\sigma)\le X\le\mu+2\sigma\approx 0.9545$,

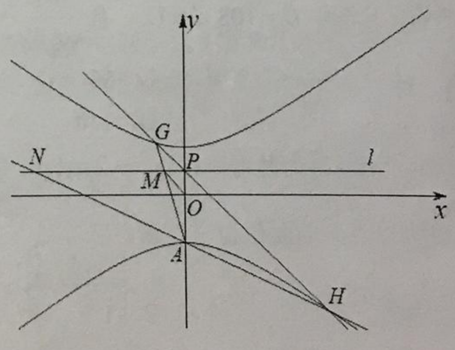
$\sqrt{22}\approx 4.7, \sqrt{23}\approx 4.8,\ 0.15865^3\approx 0.004,\ 0.15865^4\approx 0.0006$．

21、（本小题满分 12 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $C:\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的焦点到渐近线的距离为 2，实轴长为 4．

（1）求双曲线 C 的方程；

（2）如图，点 A 为双曲线的下顶点，直线 l 过点 $P(0,t)$ 且垂直于 y 轴（P 位于原点与上顶点之间），过 P 的直线交 C 于 G,H 两点，直线 AG,AH 分别与 l 交于 M,N 两点，若 $\angle ANP+\angle AOM=\pi$，求点 P 的坐标．



22、（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=ae^x-\ln(x+2)+\ln a-2$,其中 $a>0$．

（1）当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$ 在区间 $[-1,1]$ 上的最大值；

（2）若函数 $f(x)$ 有两个零点，求实数 a 的取值范围．