2023届高三二轮复习联考(三) 全国卷
文 科 数 学 试 题

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为120分钟，满分150分

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知复数 $z=\frac{2-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$，则 $\bar{z}=$

A. $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\mathrm{i}$　　B. $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\mathrm{i}$　　C. $-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\mathrm{i}$　　D. $-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\mathrm{i}$

2.已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x-10\leqslant 0\}$，$B=\{y\mid y>0\}$，则 $A\cap B=$

A. $(0,5]$　　B. $(0,5)$　　C. $(-2,0]$　　D. $[-2,0)$

3.已知实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y\leqslant 0,\\ x+y\geqslant 0,\\ y\leqslant 1,\end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最大值为

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

4.不等式 $\frac{1}{x}-\ln x-1\geqslant 0$ 的解集为

A. $(0,1)$　　B. $(0,1]$　　C. $(1,+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

5.下列说法中正确的是

A.在一个 2×2 列联表中，由计算得 K^2 的值，则 K^2 的值越接近1，判断两个变量有关的把握越大

B.数据3，4，2，8，1，5，8，6的中位数为5

C.将一组数据中的每一个数据加上同一个正数后，方差变大

D.若甲、乙两组数据的相关系数分别为 -0.91 和 0.89，则甲组数据的线性相关性更强

6.已知 a,b,c 分别为 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边，$a=b$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=8$，则 $c=$

A. 2　　B. $2\sqrt{2}$　　C. 4　　D. $4\sqrt{2}$

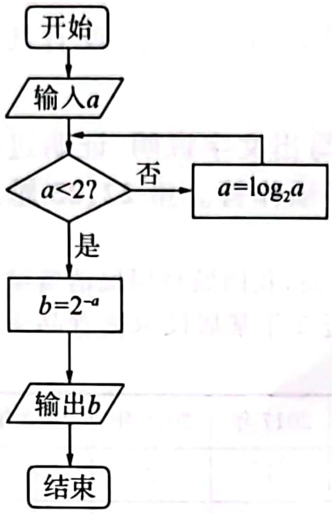
7.已知圆 $C:(x-2)^2+(y-2)^2=8$，从圆心 C 射出的光线被直线 $x+y=0$ 反射后，反射光线恰好与圆 C 相切，则反射光线所在直线的斜率为

A. $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$　　B. $2+\sqrt{2}$ 或 $2-\sqrt{2}$　　C. $2+\sqrt{3}$ 或 $2-\sqrt{3}$　　D. $1+\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$

8.已知角 $\alpha,\beta\in(0,\pi)$，且 $\sin(\alpha+\beta)+2\cos(\alpha-\beta)=0$，$\sin\alpha\sin\beta+2\cos\alpha\cos\beta=0$，则 $\tan(\alpha+\beta)=$

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. -2

9.执行如图所示的程序框图，若随机输入的 $a\in[0,16)$，则输出的 $b\in\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$的概率为

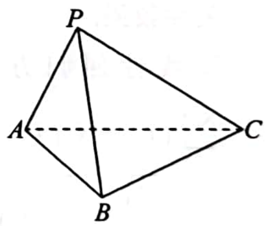


A.$\frac{3}{16}$　　B.$\frac{15}{16}$　　C.$\frac{1}{2}$　　D.$\frac{3}{4}$

10.某款电子产品的售价 y(万元/件)与上市时间 x(单位:月)满足函数关系 $y=10^{ax}+b$(a,b 为常数，且 $b\in\mathbf{N}^*$)，若上市第 2 个月的售价为 2.8 万元，第 4 个月的售价为 2.64 万元，那么在上市第 1 个月时，该款电子产品的售价约为(参考数据:$\sqrt{3}\approx1.732$,$\sqrt{5}\approx2.236$,$\lg 2\approx0.3010$)

A.3.016 万元　　B.2.894 万元　　C.3.048 万元　　D.2.948 万元

11.如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=\frac{\pi}{2}$,$AC=1$,P 为$\triangle ABC$ 所在平面外一点，$\triangle PAB$ 的面积为$\frac{1}{2}$，且平面 $PAC\perp$平面 ABC,$PC=2PA$，则三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值为



A.1　　B.$\frac{1}{2}$

C.$\frac{1}{3}$　　D.$\frac{1}{6}$

12.将函数 $g(x)=\sin\omega x(\omega>0)$的图象向左平移$\frac{\varphi}{\omega}(0<\varphi<\pi)$个单位长度得到函数 $f(x)$的图象，$f(0)=\frac{1}{2}$,$f'(x)$为 $f(x)$的导函数，且 $f'(0)<0$，若当 $x\in[0,\pi]$时，$f(x)$的取值范围为$\left[-1,\frac{1}{2}\right]$，则 ω 的取值范围为

A.$\frac{2}{3}\leqslant\omega<1$　　B.$\frac{2}{3}\leqslant\omega\leqslant1$　　C.$\frac{2}{3}\leqslant\omega<\frac{4}{3}$　　D.$\frac{2}{3}\leqslant\omega\leqslant\frac{4}{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.已知单位向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 满足$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角 $\theta=$________.

14.已知圆锥的内切球半径为 1，若圆锥的侧面展开图恰好为一个半圆，则该圆锥的体积为________.

15.已知函数 $f(x)$的图象关于原点对称，且当 $x\geqslant0$ 时，$f(x)=e^x-1$，则 $f(x)$在 $x=\ln\frac{1}{2}$处的切线方程为__________.

16.如图,已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F,倾斜角为 α 的直线 l 过点 $M(-\frac{p}{2},0)$,且与抛物线 C 交于 A,B 两点,$\sin\alpha=\frac{5}{13}$,设直线 AF,BF 的斜率分别为 k_1,k_2,则 $k_1+k_2=$________.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:60 分。

17.(12 分)随着人们生活水平的提高,我国城乡居民消费结构发生了很大变化,家庭食品支出的比重呈逐年下降趋势,下表是近 5 年某居民家庭食品支出占总消费的比重(以下简称比重)的统计表.

年份	2017 年	2018 年	2019 年	2020 年	2021 年
年份代号 x	1	2	3	4	5
比重 y(%)	38	32	30	27	23

(1)求 y 与 x 的相关系数 r(精确到 0.001),并据此判断比重 y 与年份 x 的相关性强弱;

(2)若比重 y 与年份代码 x 之间具有较强的线性相关性,求 y 关于 x 的线性回归方程;

(3)预测 2023 年该家庭食品支出占总消费的比重.

附:① 相关系数:$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$,若 $|r|>0.9$,则可判断 y 与 x 线性相关性较强.

② 线性回归方程 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}x$ 中斜率与截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$,$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

③ 参考数据:$\sqrt{3}\approx1.73$,$\sqrt{33}\approx5.74$,$\sqrt{35}\approx5.92$.

18.(12 分)已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,$S_2=1$,$a_{n+1}=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}\right)a_n$.

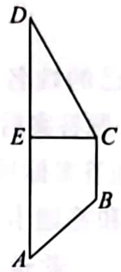
(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

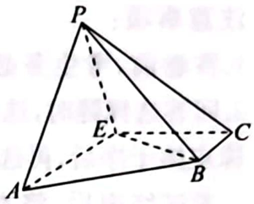
(2)证明:$S_n<2$.

19.(12 分)如图,在梯形 $ABCD$ 中,$AD \parallel BC$,$AD=4BC=4$,$CD=\sqrt{5}$,E 为边 AD 上的点,$CE \perp AD$,$CE=1$,将 $\triangle DEC$ 沿直线 CE 翻折到 $\triangle PEC$ 的位置,且 $\angle PEA=\frac{\pi}{3}$,连接 PA,PB.

(1)证明:$BE \perp PC$;

(2)求点 C 到平面 PAB 的距离.





20.(12 分)已知函数 $f(x)=x^2-2a\ln x-a^2b$.

(1)当 $a=1$ 时,若 $f(x)$ 的最小值为 2,求实数 b 的值;

(2)若存在 $a\in[e,e^3]$,使得函数 $f(x)$ 恰有一个零点,求实数 b 的取值范围.

21.(12 分)已知椭圆 M:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为 F_1、F_2,斜率不为 0 的直线 l 过点 F_1,与椭圆交于 A,B 两点,当直线 l 垂直于 x 轴时,$|AB|=3$,椭圆的离心率 $e=\frac{1}{2}$.

(1)求椭圆 M 的方程;

(2)在 x 轴上是否存在点 P,使得$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$为定值?若存在,求出点 P 的坐标;若不存在,请说明理由.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22.[选修 4—4:坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中,已知直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=2\sqrt{2}+t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$($t$ 为参数).以坐标原点为极点,x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2+3\rho^2\sin^2\theta-4=0$.

(1)求曲线 C_1 的直角坐标方程;

(2)若直线 l 与曲线 C_1 相切,求直线 l 的斜率.

23.[选修 4—5:不等式选讲](10 分)

已知不等式$|2x-a|\leqslant a$ 的解集为$[0,4]$.

(1)求实数 a 的值;

(2)若 $m>0$,$n>0$,且 $m+n=a$,求$\frac{1}{m+2n}+\frac{1}{2m+n}$的最小值.