江苏省南通市 2022-2023 学年高三上学期期末调研测试

数学试题

一、选择题.本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．设全集$U=\{1,2,3,4,5,6\}$，集合M满足$\complement_U M=\{1,3,5\}$，则

A．$2\notin M$　　B．$3\in M$　　C．$4\in M$　　D．$6\notin M$

2．已知复数z满足$\mathrm{i}z=1+\mathrm{i}$（i为虚数单位），则复数z的虚部为

A．i　　B．1　　C．$-\mathrm{i}$　　D．-1

3．在$\triangle ABC$中，$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DB}$，则$\overrightarrow{CB}=$

A．$\frac{3}{2}\overrightarrow{CD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$　　B．$\frac{3}{2}\overrightarrow{CD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$　　C．$3\overrightarrow{CD}-2\overrightarrow{CA}$　　D．$3\overrightarrow{CD}+2\overrightarrow{CA}$

4．将一个圆形纸片剪成两个扇形（没有多余角料），将它们分别卷曲粘贴成圆锥形状（重叠部分忽略不计），若两个扇形的面积比为$1:2$，则两圆锥的高之比为

A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{6\sqrt{2}}{5}$　　C．$\frac{2\sqrt{10}}{5}$　　D．$\frac{6}{5}$

5．已知角α的顶点为坐标原点，始边与x轴的非负半轴重合，终边上有两点$A(1,a),B(2,b)$，且$|a-b|=\frac{\sqrt{5}}{5}$，则$\cos 2\alpha=$

A．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D．1

6．设k为实数，若双曲线$7kx^2-ky^2=7$的一个焦点坐标为$(0,-5)$，则k的值为

A．$-\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．$-\frac{8}{25}$　　D．$\frac{8}{25}$

7．某同学研究如下数表时，发现其特点是每行每列都成等差数列，在表中，数41出现的次数为

2	3	4	5	6	$\cdots$

3	5	7	9	11	…
4	7	10	13	16	…
5	9	13	17	21	…
…	…	…	…	…	…

A．8　　B．9　　C．10　　D．11

8．已知函数 $f(x)=(x-1)e^x+m\left(x\ln x+\frac{1}{2}x^2-x\right)$ 存在极大值点和极小值点，则实数 m 的值可以是

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$-\frac{3}{2}$　　C．$-\frac{5}{2}$　　D．$-\frac{7}{2}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9．已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n=-n^2+13n+1(n\in\mathbf{N}^*)$，则下列说法正确的是

A．$\{a_n\}$ 为等差数列　　B．$a_1=13$

C．S_n 中，S_6、S_7 最大　　D．$\{a_n\}$ 为递增数列

10．已知函数 $f(x)=\sin x-a\cos x(x\in\mathbf{R})$ 的最大值为 2，$f'\left(\frac{\pi}{2}\right)<0$，则下列结论正确的是

A．$a=\sqrt{3}$

B．$f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right]$ 上单调递减

C．直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 是 $f(x)$ 图象的一条对称轴

D．把 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到的图象关于点 $\left(\frac{7\pi}{12},0\right)$ 对称

11．已知 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ 是圆 $O:x^2+y^2=1$ 上两点，则下列结论正确的是

A．若点 O 到直线 AB 的距离为 $\frac{1}{2}$，则 $|AB|=\sqrt{3}$

B．若$\triangle AOB$的面积为$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，则$\angle AOB=\dfrac{\pi}{3}$

C．若$x_1x_2+y_1y_2=\dfrac{1}{2}$，则点$O$到直线$AB$的距离为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

D．$|x_1+y_1-1|$的最大值为$\sqrt{2}+1$，最小值为$\sqrt{2}-1$

12．已知函数$f(x)$及其导函数$f'(x)$的定义域均为$\mathbf{R}$，记$g(x)=f'(x)$，$f(2x-1)+f(3-2x)=f(-2)$，$g(1-x)+g(-3x)=g\left(-\dfrac{1}{2}\right)$，则

A．$f(4)=0$　　B．$g(2)=g(-1)$　C．$g\left(-\dfrac{1}{2}\right)=0$　　D．$g(2022)=g(0)$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13．函数$f(x)=2^x+a\cdot 2^{-x}$，对任意实数x都有$f(-x)+f(x)=0$，则实数a的值为________.

14．若关于x的不等式$ax^2-x+a\le 0$在区间$[0,2]$上有解，则实数a的取值范围是__________.

15．一个圆台两个底面的直径分别为2、4，该圆台存在内切球，则该圆台的体积为__________.

16．已知抛物线$C:y^2=2x$，点$P(2,2)$，O是坐标原点，A,B,M,N是抛物线C上的四个动点，$k_{OA}\cdot k_{OB}=k_{OM}\cdot k_{ON}=-1$，过点$P$分别作$AB,MN$的垂线，垂足分别为$E,F$，则点$EF$距离的最大值为__________.

四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．（10分）T_n为数列$\{a_n\}$的前n项积，且$\dfrac{2}{a_n}+\dfrac{1}{T_n}=1$.

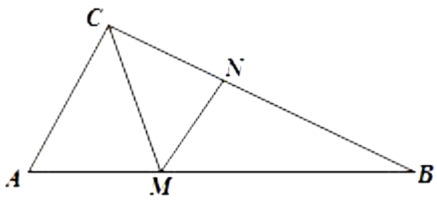
（1）证明：数列$\{T_n+1\}$是等比数列；

（2）求$\{a_n\}$的通项公式.

18.（12分）如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=\dfrac{\pi}{2}$，$\angle CAB=\dfrac{\pi}{3}$，$AC=2$，点$M$在线段$AB$上.

（1）若$\cos\angle CMA=\dfrac{\sqrt{33}}{6}$，求$CM$的长；

（2）点N是线段CB上一点，$MN=\sqrt{7}$，且$BM+BN=4+\sqrt{3}$，求证：$S_{\Delta BMN}=\dfrac{1}{2}S_{\Delta ABC}$.



19.（12分）在一个袋子里有大小一样的6个小球，其中有4个红球和2个白球.

（1）现有放回地每次从中摸出1个球，连摸3次，设摸到红球的次数为X，求随机变量X的概率分布及期望；

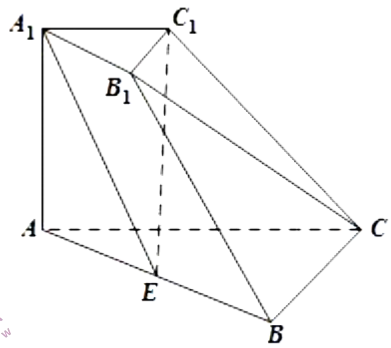
（2）现无放回地依次从中摸出1个球，连摸2次，求第二次摸出白球的概率；

（3）若每次任意取出1个球，记录颜色后放回袋中，直到取到两次红球就停止，设取球的次数为Y，求$Y=4$的概率.

20．（12 分）三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是正三角形，$AA_1\perp$ 平面 ABC ，$AB=4$ ，$A_1B_1=2$ ，$AA_1=\sqrt{3}$ ，E 是 AB 的中点，平面 A_1C_1E 交平面 ABC 于直线 l .

（1）求证：$AC\,//\,l$ ；

（2）求直线 B_1C 与平面 A_1C_1E 所成角的正弦值.



21．（12 分）设椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1(-1,0),F_2(1,0)$ ，点 $G\left(1,-\dfrac{3}{2}\right)$ 在椭圆 E 上.

（1）求椭圆 E 的方程；

（2）设点 T 在直线 $x=3$ 上，过 T 的两条直线分别交 E 于 A,B 两点和 P,Q 两点，且 $|TA|\cdot|TB|=|TP|\cdot|TQ|$ ，求直线 AB 的斜率与直线 PQ 的斜率之和.

22．（12 分）函数 $f(x)=a\ln(x+1)+x^{2}-x$．

（1）若曲线 $y=f(x)$ 存在垂直于 y 轴的切线，求实数 a 的取值范围；

（2）设 $0<a<1$，试探究函数 $f(x)$ 的零点个数.