

绝密★启用前

辽宁省名校联盟 2023 年高三 9 月份联合考试

数学

命题人:大连市第二十四中学 王辉 审题人:大连市第二十四中学 李响

本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 设全集 $U = \{x \in \mathbf{N} | x \leq 10\}$, 集合 $A = \{3, 4, 6, 8\}$, $B = \{x \in U | x = 3k - 2, k \in \mathbf{N}\}$, 则集合 $(\complement_U A) \cap B$ 中的元素个数有
A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个
- 已知命题 $\neg p: \exists a \in \mathbf{R}, a^x - \pi^a > 0$, 则
A. $p: \exists a \notin \mathbf{R}, a^x - \pi^a > 0$ B. $p: \forall a \notin \mathbf{R}, a^x - \pi^a \leq 0$
C. $p: \exists a \in \mathbf{R}, a^x - \pi^a \leq 0$ D. $p: \forall a \in \mathbf{R}, a^x - \pi^a \leq 0$
- 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则“ $xy > 1$ ”是“ $x^2 + y^2 > 1$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 2023 年 7 月 12 日 9 时 0 分, 由中国“蓝箭航天”自主研发的朱雀二号遥二运载火箭的发射任务取得圆满成功, 该火箭由此成为全球首款成功入轨的液氧甲烷火箭, 标志着我国运载火箭在新型低成本液体推进剂应用方面取得重大突破。在火箭研发的有关理论中, 齐奥尔科夫斯基单级火箭的最大理想速度公式至关重要。其公式为 $v = q \ln \frac{M_0}{M_k}$, 其中 v 为单级火箭的最大理想速度(单位: $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$), q 为发动机的喷射速度(单位: $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$), M_0, M_k 分别为火箭的初始质量和发动机熄火(推进剂用完)时的质量(单位: kg), $\frac{M_0}{M_k}$ 称为火箭的初末质量比。要使火箭达到某个速度, 应当提升火箭的初末质量比以及喷射速度, 但由于火箭可能的结构(各类动力、连接装置等)所制约, 初末质量比不可能大于 10。现有某型号单级火箭的发动机能获得的最大喷射速度约为 $400 \text{ s} \times 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \approx 4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, 那么它能获得的最大理想速度约为(参考数据: $\ln 2 \approx 0.69, \ln 5 \approx 1.61$)
A. $4.44 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ B. $7.2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ C. $9.2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ D. $8.8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
- 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_1 = 3, \forall m, n \in \mathbf{N}^*, S_{m+n} = S_m S_n$, 则
A. $\{a_n\}$ 是等比数列 B. $a_4 = 54$
C. $a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 = 3^8$ D. $S_n = 3n$

数学 第 1 页(共 4 页)

考号

班级

姓名



6. 设 $2^a = 3^b = t$, 若 $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 2$, 则 $t =$

- A. $2\sqrt{3}$ B. 6 C. $3\sqrt{2}$ D. $\sqrt{6}$

7. 已知 $a > 1$, $f(x) = \frac{x^{\frac{3}{5}}a^x + x^{\frac{3}{5}} - 4}{a^x + 1}$, 则不等式 $f(2x-1) + f(x-1) + 4 > 0$ 的解集为

- A. $(-\frac{1}{3}, +\infty)$ B. $(-\infty, \frac{2}{3})$ C. $(-\infty, -\frac{1}{3})$ D. $(\frac{2}{3}, +\infty)$

8. 已知 $a = e^{0.03}$, $b = \ln(1.03e)$, $c = \sqrt{1.06}$, 则

- A. $c > a > b$ B. $a > c > b$ C. $b > a > c$ D. $a > b > c$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 若 $a > b > 0$, 则

- A. $\frac{b}{a} < \frac{b+1}{a+1}$ B. $3^{a-b-1} > \frac{1}{3}$ C. $a + \frac{1}{a} > b + \frac{1}{b}$ D. $a + b > 2\sqrt{ab}$

10. 定义在 \mathbf{R} 上的连续函数 $f(x)$ 满足 $\forall x, y \in \mathbf{R}, f(xy) = f(x)f(y), f(1) = 1$, 则

- A. $f(0) = 0$ B. 当 $x, y \in (0, +\infty)$ 时, $f(\frac{x}{y}) = \frac{f(x)}{f(y)}$
C. 若 $f(-1) = 1$, 则 $f(x)$ 为偶函数 D. 当 $x \neq 0$ 时, $f(x) + f(\frac{1}{x}) \geq 2$

11. 设 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 如 $[2.1] = 2, [-\sqrt{3}] = -2$. 已知函数 $f(x) =$

$$\begin{cases} x \ln x + x + 2, & 0 < x \leq \frac{1}{2}, \\ \frac{[x+1]}{x}, & x > \frac{1}{2}, \end{cases} \quad \text{则}$$

- A. $f(\frac{3}{2}) > f(2)$
B. $f(x)$ 在区间 $(k, k+1), k \in \mathbf{N}^*$ 上单调递减
C. 当 $a \in (\frac{4}{3}, 2 - \frac{1}{e^2}]$ 时, $g(x) = f(x) - a$ 有 3 个零点
D. 当 $a \in (\frac{5}{4}, \frac{4}{3}]$ 时, $g(x) = f(x) - a$ 有 4 个零点

12. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = a_n^2 - 3a_n + 4, a_1 = 3$, 记数列 $\{\frac{1}{a_n - 1}\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则

- A. $a_{n+1} > a_n$ B. $a_{2023} \leq \frac{3}{2} + 2 \cdot 023^{\frac{3}{2}}$
C. $S_n < 1$ D. $a_{2023} > \frac{3}{2} + (\frac{3}{2})^{2023}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若数列 $a, 27, -9, b, -1$ 为等比数列, 则 $\sqrt{(b-\pi)^2} - (3a)^{\frac{1}{5}} =$ _____.

14. 函数 $y = 2^{\frac{1}{x^2-1}}$ 的值域为 _____.

15. 已知 $x \geq y > 0, z > 0$, 则 $\frac{2x+5y+2z}{x+2y} + \frac{2x}{y+2z}$ 的最小值为 _____.

16. 已知 a, b 满足 $\log_3(2a-1) = 5-2a, 2 \cdot 3^{b-1} + b = 9$, 则 $b+4a =$ _____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

函数 $A = \left\{ x \mid y = \lg \frac{6-2x}{x+2} \right\}$, $B = \{ x \mid x^2 + 2kx - 3k^2 \leq 0 \}$, 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的充分不必要条件, 求实数 k 的取值范围.

18. (12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1$, $S_7 - S_4 = 33$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 判断 $\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} + \dots + \frac{1}{S_n}$ 与 2 的大小关系并证明你的结论.

19. (12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 - x^2 - ax + 1$, $a \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $\exists x > 0$, $f(x) < 0$, 求 a 的取值范围;

(2) 设函数 $g(x) = f(x) + ax - 1$, $h(x) = x^2 + bx$, 若斜率为 1 的直线与曲线 $y = g(x)$, $y = h(x)$ 都相切, 求 b 的值.

20. (12分)

定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足: ①对 $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 当 $x_1 \neq x_2$ 时, 总有 $[f(x_1) - f(x_2)](x_1 - x_2) > 0$; ②对 $\forall x \in \mathbf{R}$, $f(f(x) - 9^x - 3^x) = 13$.

(1) 求 $f(x)$;

(2) 若对任意的 $x_1, x_2, x_3 \in \mathbf{R}$, 均存在以 $\frac{f(x_1) + (k-1)3^{x_1}}{f(x_1)}$, $\frac{f(x_2) + (k-1)3^{x_2}}{f(x_2)}$, $\frac{f(x_3) + (k-1)3^{x_3}}{f(x_3)}$ 为三边长的三角形, 求实数 k 的取值范围.

21. (12分)

已知函数 $f(x)$ 定义在区间 $(-1, 1)$ 内, $f(-\frac{4}{5}) = 2$, 且当 $\forall x, y \in (-1, 1)$ 时, 恒有 $f(x) + f(y) = f(\frac{x+y}{1+xy})$.

(1) 证明: $f(x)$ 为奇函数;

(2) 若数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 满足 $0 < a_n < 1, a_1 = \frac{1}{2}, a_{n+1} = \frac{2a_n}{a_n^2 + 1}, b_n = \frac{2}{f(a_1)} + \frac{3}{f(a_2)} + \dots + \frac{n+1}{f(a_n)}$, 且对 $\forall n \in \mathbf{N}^*, (-1)^n (b_n + 6) \cdot \lambda < 4$, 求 λ 的取值范围.

22. (12分)

已知 $a > 0, b \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = ax|\ln x|$ 和 $g(x) = b|\ln x + 1|$ 的图像共有三个不同的交点, 且 $f(x)$ 有极大值 1.

(1) 求 a 的值以及 b 的取值范围;

(2) 若曲线 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 的交点的横坐标分别记为 x_1, x_2, x_3 , 且 $x_1 < x_2 < x_3$. 证明: $\frac{x_3^2 x_1}{x_2} < e^{2b-2}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

