

2022-2023 学年(下)河南省高一 6 月“双新”大联考数学试卷答案

一、选择题:

1. B 2. D 3. C 4. A 5. D 6. C 7. B 8. A

二、选择题:

9. BC 10. BD 11. AD 12. ABD

三、填空题

13. $\frac{2}{3}$ 14. 3 15. $\frac{11}{14}$ 16. $\frac{1}{3}; \frac{1}{6}$

四、解答题

(1) 由频率分布直方图得 $10 \times (0.003 \times 3 + 0.006 + 0.007 + 2t + 0.023 + 0.025) = 1$,
解得 $t = 0.015$

(2) 在 200 户居民年用水量频率分布直方图中,
前 5 组频率之和为 0.73, 前 4 组频率之和为 0.48, 所以 $40 < m < 50$

当 $\frac{m-40}{10} = \frac{0.7-0.48}{0.25}$, $\therefore m$ 的最小值为 48.8

(3) 由题可知, 区间 $[50, 60), [60, 70), [70, 80), [80, 90]$ 内的年个人所得税分别取 55, 65, 75, 85 为代表, 则他们的年个人所得税分别超出 500, 1500, 2500, 3500 元,

则 $200000 \times (500 \times 0.15 + 1500 \times 0.06 + 2500 \times 0.03 + 3500 \times 0.03) \times 20\% = 13800000$ 元

所以估计该地区退税总数约为 13800000 元.

18. (1) $bc = a^2 - b^2 - c^2$, 即 $b^2 + c^2 - a^2 = -bc$,

\therefore 由余弦定理, $\cos \angle BAC = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{-bc}{2bc} = -\frac{1}{2}$

又 $\angle BAC \in (0, \pi)$, $\therefore \angle BAC = \frac{2\pi}{3}$

(2) $\because AD \perp AB$, $\therefore \angle BAD = \frac{\pi}{2}$, 由第 (1) 问, $\angle BAC = \frac{2\pi}{3}$, $\therefore \angle DAC = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}$,

又 $AD = DC$, $\therefore \angle C = \angle DAC = \frac{\pi}{6}$

在 $\triangle ABC$ 中, 由正弦定理, $\frac{a}{\sin \angle BAC} = \frac{c}{\sin C}$, $c = \frac{a \sin C}{\sin \angle BAC} = \frac{3 \times \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$

又 $\because \angle B = \pi - \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} = \angle C$, $\therefore b = c = \sqrt{3}$, $\therefore AD = 1$.

19. (1) 连接 BA_1 交 AB_1 于 O , 连接 CO , 如图, 四边形 ABB_1A_1 是菱形, 所以 $AB_1 \perp A_1B$

又 $CA = CB_1, CA \perp CB_1$, O 是 AB_1 的中点, 所以 $CO \perp AB_1$ 且 $CO = \frac{1}{2} AB_1$

由 $\angle ABB_1 = 60^\circ$, 可知 $\triangle ABB_1$ 为正三角形, 所以 $AB_1 = AB = 2, BO = \sqrt{3}$,

在 $\triangle BOC$ 中, $CO^2 + BO^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2 = 2^2 = BC^2$, 所以 $CO \perp BO$

又 $BO \cap AB_1 = O$, $BO, AB_1 \subset$ 平面 ABB_1A_1 , 所以 $CO \perp$ 平面 ABB_1A_1 , 又 $CO \subset$ 平面 CAB_1

所以平面 $CAB_1 \perp$ 平面 ABB_1A_1

(2) 设 B_1 到平面 ABC 的距离为 d , 因为 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC=2$, $AC = \frac{AB_1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

$$\text{所以 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot \sqrt{AB^2 - \frac{AC^2}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

又 $S_{\triangle ABB_1} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \sqrt{3}$, $CO=1$, 所以由 $V_{B_1-ABC} = V_{C-ABB_1}$, 可得 $\frac{1}{3} d \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} CO \cdot S_{\triangle ABB_1}$

$$\text{即 } d = \frac{S_{\triangle ABB_1}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{7}}{2}} = \frac{2\sqrt{21}}{7}$$

设直线 BB_1 和平面 ABC 所成角为 θ , 则直线 BB_1 和平面 $A_1B_1C_1$ 所成角正弦值为

$$\sin \theta = \frac{d}{BB_1} = \frac{\frac{2\sqrt{21}}{7}}{2} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

20. 解: (1) 设事件 A = “小张两轮答对 2 道”, B = “小李两轮答对 2 道”,

所以 $P(A) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$, $P(B) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$, 因为事件 A, B 相互独立,

所以两人在两轮活动中都答对概率为 $P(AB) = P(A)P(B) = \frac{9}{16} \times \frac{4}{9} = \frac{1}{4}$

(2) 设事 A = “小张第一轮答对”, B = “小李第一轮答对”, C = “小张第二轮答对”, D = “小李第二轮答对”, E = “两人至少答对 3 道题”,

$$\text{则 } E = ABCD \cup \bar{A}BCD \cup A\bar{B}CD \cup AB\bar{C}D \cup ABC\bar{D}$$

由事件的独立性与互斥性, 得

$$P(E) = P(ABCD) + P(\bar{A}BCD) + P(A\bar{B}CD) + P(AB\bar{C}D) + P(ABC\bar{D}) = \frac{2}{3}$$

故两人在两轮答题中至少答对 3 道题的概率为 $\frac{2}{3}$

(3) 设事件 A_2, A_3 分别表示小张三轮答对 2 道, 3 道题目, B_2, B_3 分别表示小李三轮答对 2 道, 3 道题目,

$$\text{则 } P(A_2) = 3 \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{27}{64}, P(A_3) = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}, P(A_3) = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}, P(B_2) = 3 \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{9},$$

$$P(B_3) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

设事件 A = “两人在三轮活动中, 均答对 2 或道题目”,

则 $A = A_2B_2 \cup A_3B_3$, 且 A_2, A_3, B_2, B_3 分别相互独立,

$$\text{所以 } P(A) = P(A_2B_2) + P(A_3B_3) = \frac{5}{16}$$

所以两人在三轮答题中，答对题目数相等且至少为 2 的概率为 $\frac{5}{16}$

21.解：(1)记 AC 中点为 M，连结 DM， $\triangle ACD$ 为正三角形， $AC=4$

则 $DM \perp AC$ ，且 $DM = 2\sqrt{3}$ 。

因为平面 $ACD \perp$ 平面 ABC ，平面 $ACD \cap$ 平面 $ABC = AC$ ， $DM \subset$ 平面 ACD ，
所以 $DM \perp$ 平面 ABC ，又因为 $DM \parallel BE$ ，所以 $BE \perp$ 平面 ABC ，

$$DM = 2\sqrt{3}, BE = \sqrt{3}, EC = \sqrt{19}$$

(2) 延长 MB, DE 交于点 G，则 AG 为平面 ADE 与平面 ABC 的交线，

因为 $BE = \sqrt{3}$ ，故 $DM = 2BE$ ，所以 B 为 MG 的中点，连结 CG，则 CG 为平面 CDE 与平面 ABC 的交线，

在平面 ABC 内，过点 B 作 CG 的垂线，垂足为 H。

连结 EH，因为 $BE \perp$ 平面 ABC ， $CG \subset$ 平面 ABC ，故 $BE \perp CG$ ，

$BE \cap BH = B$, $BE, BH \subset$ 平面 BEH ，故 $CG \perp$ 平面 BEH , $EH \subset$ 平面 BEH ，故 $CG \perp EH$ ，

则 $\angle BHE$ 为平面 CDE 与平面 ABC 的二面角的平面角

$\triangle ABC$ 为正三角形， $AC=4$ ，故 $BM = 2\sqrt{3}$ ，则 $BG = BM = 2\sqrt{3}$

且 $\angle MBC = 30^\circ$ ， $\therefore \angle GBC = 150^\circ$ ，故在 $\triangle GBC$ 中，

$$GC^2 = BG^2 + BC^2 - 2BG \cdot BC \cos \angle GBC = 52,$$

$$\text{故 } CG = 2\sqrt{13}, \text{ 而 } S_{\triangle BGC} = \frac{1}{2}BC \times BG \times \sin 150^\circ = 2\sqrt{3}, \text{ 故 } BH = \frac{2S_{\triangle BGC}}{CG} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$$

$$\text{又因为 } BE = \frac{1}{2}DM = \sqrt{3}, \text{ 所以 } \tan \angle BHE = \frac{BE}{BH} = \frac{\sqrt{13}}{2}, \cos \angle BHE = \frac{2\sqrt{17}}{17}$$

即平面 CDE 与平面 ABC 所成的二面角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{17}}{17}$

22.解：(1) 由 $\cos C = \frac{a}{b} - \frac{c}{2b}$ ，得 $2b \cos C = 2a - c$ 。利用正弦定理得：

$$2 \sin B \cos C = 2 \sin A - \sin C,$$

即 $2 \sin B \cos C = 2 \sin(B+C) - \sin C$ ，化简得 $\sin C = 2 \sin C \cos B$ ， $\because C \in (0, \pi)$ ， $\sin C \neq 0$

$$\therefore \cos B = \frac{1}{2} \text{ 又 } \because B \in (0, \pi), \therefore B = \frac{\pi}{3}. \text{ 由正弦定理得 } \frac{b}{\sin B} = 2\sqrt{3} \Rightarrow b = 3$$

设 D 为 AC 边上的中点，则 $AD = \frac{3}{2}, BD = \frac{\sqrt{17}}{2}$ ，利用向量加法法则得： $2\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$

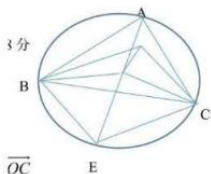
两边平方得： $4\overrightarrow{BD}^2 = \overrightarrow{BA}^2 + \overrightarrow{BC}^2 + 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ ，即 $17 = c^2 + a^2 + ac$ ，由余弦定理

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos B, \text{ 即 } 9 = c^2 + a^2 - ac, \text{ 两式相减得 } 8 = 2ac, \text{ 即 } ac = 4$$

由三角形面积公式得: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac \sin B = \sqrt{3}$

(2) (i) G 为 $\triangle ABC$ 的重心, $\therefore \overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GD}$, 又 D 为 BC 的中点, $\therefore \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GD}$

$\therefore \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}, \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OG} = \vec{0},$



$$\therefore \overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$$

(ii) 如图, AE 为圆 O 的直径, $\therefore BE \perp AB, EC \perp AC$. 又 H 为 $\triangle ABC$ 的垂心,

$\therefore BH \perp AC, CH \perp AB. \therefore BE \parallel CH, CE \parallel BH. \therefore$ 四边形 BECH 为平行四边形

$$\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{EB}, \overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CH} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{EO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$$

$$\therefore 3\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OH}$$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站(网址: www.zizzs.com)和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主选拔在线**官方微信号: **zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线