银川一中、昆明一中 2023 届高三联合考试一模

数学（理科）

本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|1\le x\le 3\}$，$B=\{x|x^2-2x>0\}$，则 $A\cup B=$（　　）

A. $(2,3]$　　B. $[1,2)$　　C. $(-\infty,0)\cup[1,+\infty)$　　D. $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$

2. 若向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，则 $|\vec{a}+\vec{b}|=$（　　）

A. 2　　B. $\sqrt{5}$　　C. $\sqrt{6}$　　D. $\sqrt{7}$

3. 已知 $1+\mathrm{i}$ 是关于 x 的方程 $x^2+px+q=0(p,q\in\mathbf{R})$ 的一个根，则复数 $p+q\mathrm{i}$ 在复平面内对应的点位于（　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

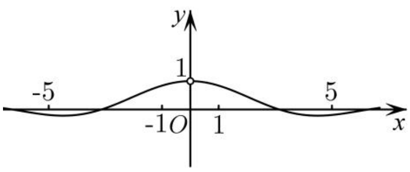
4. 南宋数学家在《详解九章算法》和《算法通变本末》中提出了一些新的垛积公式，所讨论的高阶等差数列与一般等差数列不同，高阶等差数列中前后两项之差并不相等，但是逐项差数之差或者高次差成等差数列.现有高阶等差数列，其前 7 项分别为 1，2，4，7，11，16，22，则该数列的第 20 项为（　　）

A. 172　　B. 183　　C. 191　　D. 211

5. 设 $\sin(\frac{\pi}{4}+\theta)=\frac{1}{3}$，则 $\sin 2\theta=$

A. $-\frac{7}{9}$　　B. $-\frac{1}{9}$　　C. $\frac{1}{9}$　　D. $\frac{7}{9}$

6. 已知函数 $y=f(x)$ 的部分图像，如下图所示，则该函数的解析式可能为（　　）



A. $f(x)=\frac{\sin x}{x}$　　B. $f(x)=\frac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{x}$

C. $f(x)=|\sin x|\cos x$　　D. $f(x)=\ln(\sqrt{x^2+1}-x)+\sin x$

7. 已知O是坐标原点，点$A(-1,1)$，若点$M(x,y)$为平面区域$\begin{cases} x+y\geq 2 \\ x\leq 1 \\ y\leq 2 \end{cases}$，上的一个动点，则$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OM}$的取值范围是（　　）

A．[－1，0]　　B. [0，1]　　C. [0，2]　　D. [－1，2]

8. 已知等比数列$\{a_n\}$满足$a_n>0, n=1,2,\cdots$，且$a_5\cdot a_{2n-5}=2^{2n}(n\geq 3)$，则当$n\geq 1$时，

$\log_2 a_1+\log_2 a_3+\cdots+\log_2 a_{2n-1}=$

A．$n(2n-1)$　　B. $(n+1)^2$　　C. n^2　　D. $(n-1)^2$

9. 某学生到工厂实践，欲将一个底面半径为2，高为3的实心圆锥体工件切割成一个圆柱体，并使圆柱体的一个底面落在圆锥体的底面内.若不考虑损耗，则得到的圆柱体的最大体积是

A. $\dfrac{16\pi}{9}$　　B. $\dfrac{8\pi}{9}$　　C. $\dfrac{16\pi}{27}$　　D. $\dfrac{8\pi}{27}$

10. 已知函数$f(x)$的定义域为**R**，若$f(2-x)=f(x)$，且$f(x+2)+2$为奇函数，则$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2023)=$（　　）

A. -5085　　B. -4046　　C. 985　　D. 2046

11. 2022年卡塔尔世界杯会徽（如图）正视图近似伯努利双纽线.在平面直角坐标系xOy中，把到定点$F_1(-a,0)$，$F_2(a,0)$距离之积等于$a^2(a>0)$的点的轨迹称为双纽线.已知点$P(x_0,y_0)$是双纽线C上一点，有如下说法：

①双纽线C关于原点O中心对称；

②$-\dfrac{a}{2}\leq y_0\leq\dfrac{a}{2}$；

③双纽线C上满足$|PF_1|=|PF_2|$的点P有两个；

④$|PO|$的最大值为$\sqrt{2}a$.

其中所有正确的说法为（　　）

A. ①②　　B. ①③　　C. ①②③　　D. ①②④

12. 已知实数$a>0$，$b>0$，$a\neq 1$，且满足$\sqrt{a}\cdot\ln b=a-1$，则下列判断正确的是（　　）

A. $a>b$　　B. $a<b$　　C. $\log_a b>1$　　D. $\log_a b<1$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 抛物线C：$y^2=4x$的准线截圆$x^2+y^2=4$所得的弦长为________.

14. 某学校组织 1200 名学生进行“防疫知识测试”. 测试后统计分析如下：学生的平均成绩为$\overline{x}$=80，方差为$s^2=25$. 学校要对成绩不低于 90 分的学生进行表彰. 假设学生的测试成绩X近似服从正态分布$N\left(\mu,\sigma^2\right)$（其中$\mu$近似为平均数$\overline{x}$，$\sigma^2$近似为方差$s^2$，则估计获表彰的学生人数为__________.（四舍五入，保留整数）

参考数据：随机变量X服从正态分布$N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则$P\left(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma\right)=0.6827$，$P\left(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma\right)=0.9545$，$P\left(\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma\right)=0.9973$.

15. 已知A,B,C,D是球O的球面上的四点，BD为球O的直径，球O的表面积为16π，且$AB\perp BC$，$AB=BC=2$，则直线AD与平面ABC所成角的正弦值是__________.

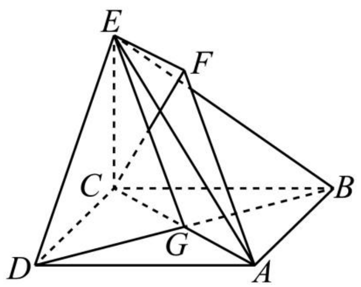
16. 已知双曲线$E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，过$F_2$作圆$O:x^2+y^2=a^2$的切线，切点为$T$，延长$F_2T$交双曲线$E$的左支于点$P$. 若$\left|PF_2\right|>\dfrac{3}{2}\left|TF_2\right|$，则双曲线$E$离心率的取值范围是

__________.

三、解答题：共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17. 如图，正方形$ABCD$和四边形$ACEF$所在的平面互相垂直，$CE\perp AC$，$EF/\!/AC$，$AB=\sqrt{2}$，$CE=EF=1$.



（1）求证：$CF\perp$平面BDE;

（2）求二面角A-BE-D的大小.

18. 盲盒，是指消费者不能提前得知具体产品款式的玩具盒子，具有随机性．因其独有的新鲜性，刺激性及社交属性而深受各个年龄段人们的喜爱．已知 M 系列盲盒共有 12 个款式，为调查 M 系列盲盒更受哪个年龄段的喜爱，向 00 前、00 后人群各随机发放了 50 份问卷，并全部收回．经统计，有 45%的人未购买该系列盲盒，在这些未购买者当中，00 后占 $\frac{2}{3}$．

（1）请根据以上信息填表，并分析是否有 99%的把握认为购买该系列盲盒与年龄有关？

	00 前	00 后	总计
购买			
未购买			
总计			100

附：$K^2=\dfrac{n\left(ad-bc\right)^2}{\left(a+b\right)\left(c+d\right)\left(a+c\right)\left(b+d\right)}$，

$P\left(K^2\geq k_0\right)$	0.10	0.05	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

（2）一批盲盒中，每个盲盒随机装有一个款式，甲同学已经买到 3 个不同款，乙、丙同学分别已经买到 m 个不同款，已知三个同学各自新购买一个盲盒，且相互之间无影响，他们同时买到各自的不同款的概率为 $\frac{1}{3}$．

①求 m；

②设 X 表示三个同学中各买到自己不同款的总人数，求 X 的分布列和数学期望．

19. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，$c^2+ac=b^2$.

（1）证明：$B=2C$；

（2）求 $\dfrac{a+b}{c}$ 的取值范围.

20. 已知圆 F_1：$\left(x+\sqrt{2}\right)^2+y^2=16$，$E$ 为圆 F_1 上一动点，$F_2\left(\sqrt{2},0\right)$，线段 EF_2 的垂直平分线交 EF_1 于点 G.

（1）求动点 G 的轨迹 C 的方程；

（2）已知 $A\left(2,0\right)$，轨迹 C 上关于原点对称的两点 M，N，射线 AM，AN 分别与圆 $x^2+y^2=4$ 交于 P，Q 两点，记直线 MN 和直线 PQ 的斜率分别为 k_1，k_2.

①求 AM 与 AN 的斜率的乘积；

②问 $\dfrac{k_1}{k_2}$ 是否为定值，若是，求出该定值；若不是，说明理由.

21. 已知函数 $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{x}-ax^{2}-\cos x-\ln\left(x+1\right)$.

（1）若 $a=1$，求证：函数 $f\left(x\right)$ 的图象与 x 轴相切于原点；

（2）若函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left(-1,0\right)$，$\left(0,+\infty\right)$ 各恰有一个极值点，求实数 a 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一道作答.如果多做，则按所做的第一题计分.

【选修 4-4：坐标系与参数方程】

22. 在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+\sin\alpha+2\cos\alpha, \\ y=1+\cos\alpha-2\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立的极坐标系中，直线 l 的方程是 $\rho\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)=1$.

（1）求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程；

（2）若点 A 的坐标为 $\left(2,0\right)$，直线 l 与曲线 C 交于 P，Q 两点，求 $\dfrac{1}{|AP|}+\dfrac{1}{|AQ|}$ 的值.

【选修 4-5：不等式选讲】

23. 已知函数 $f\left(x\right)=\sqrt{|2x-1|-|x+m|-m}$.

（1）当 $m=2$ 时，求函数 $f\left(x\right)$ 的定义域；

（2）设函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 M，当 $m>-\dfrac{1}{2}$ 时，$[-m,\dfrac{1}{2}]\subseteq M$，求实数 m 的取值范围.