

厦门市 2023 届高三毕业班第二次质量检测

数学参考答案

- 一、选择题： 1~4: BDDA 5~8: CACA
二、选择题： 9. BCD 10. BC 11. ACD 12. AD

8. 提示: $a = \frac{9-e}{3+e}$, $b = \ln 3$, $c = 2\ln 2 - \frac{2}{7}$

分析共性, 由 b, c 的对数结构和 a, c 的分式结构, 做变形如下

$$a = \frac{9-e}{3+e} = 1 - 2 \times \frac{3-e}{3+e} = \ln e - 2 \times \frac{3-e}{3+e},$$

$$\text{则 } b = \ln 3 = \ln 3 - 2 \times \frac{3-3}{3+3}, \quad c = 2\ln 2 - \frac{2}{7} = \ln 4 - 2 \times \frac{4-3}{4+3},$$

从而构造函数 $f(x) = \ln x - 2 \cdot \frac{x-3}{x+3}$, 则 $a = f(e)$, $b = f(3)$, $c = f(4)$,

$$f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{12}{(3+x)^2} = \frac{(x-3)^2}{x(3+x)^2} > 0, \quad f(x) \text{ 是增函数,}$$

所以 $c > b > a$.

12. 提示: ① 因为 $f(2x+1)$ 关于 $(0, 2)$ 对称, 有 $f(-2x+1) + f(2x+1) = 4$

令 $2x+1=t$, 则 $f(2-t) + f(t) = 4$, $f(x)$ 的图象关于 $(1, 2)$ 对称. 选项 A 正确;

②, 由 $f(2+x) + 2(2+x) = f(2-x) + 2(2-x)$, 令 $g(x) = f(x) + 2x$, 有

$g(2+x) = g(2-x)$, 则 $g(x)$ 的图象关于 $x=2$ 对称,

因为 $f(1-2x) + f(1+2x) = 4$, 有 $f(1-2x) + 2(1-2x) + f(1+2x) + 2(1+2x) = 8$

即 $g(1-2x) + g(1+2x) = 8$, 则 $g(x)$ 的图象关于 $(1, 4)$ 对称.

则 4 为 $g(x)$ 的一个周期, 有 $g(x+4) = g(x)$, 即 $f(x+4) + 2(x+4) = f(x) + 2x$

则 $f(x+4) = f(x) - 8$. 选项 B 不正确;

③ $g(2023) = g(4 \times 505 + 3) = g(3) = g(1) = 4$, 有 $f(2023) = -4042$. 选项 D 正确

④ 因为 $g(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{2}\right) + 4$ 合题意 (图象关于 $(1, 4)$ 对称, $x=2$ 对称),

$$f(2) = g(2) - 4 = 1 \neq 2$$

三、填空题:

13. $\frac{\pi}{6}$

14. $x^2 + (y-2)^2 = 1$; $(x-2)^2 + y^2 = 1$;
 $(x+2+2\sqrt{2})^2 + (y+2+2\sqrt{2})^2 = (3+2\sqrt{2})^2$;
 $(x+2-2\sqrt{2})^2 + (y+2-2\sqrt{2})^2 = (3-2\sqrt{2})^2$ (写出一个即可)

15. -6 16. 2

16. 提示: 设 M 的纵坐标为 y_M , 由双曲线第三定义 $k_{OM} \cdot k_{AB} = e^2 - 1$. 因为 l 是 AB 垂直平

分线, 有 $k_{AB} \cdot k_l = -1$, 所以 $k_{OM} = (1-e^2) \cdot k_l$, 即 $\frac{y_M}{x_M} = (1-e^2) \cdot \frac{y_M}{x_M - x_N}$, 化简得:

$x_N = e^2 x_M$, 故 $e = 2$

四、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 本题考查正弦定理、余弦定理、三角形的面积公式和三角恒等变换等基础知识; 考查运算求解、推理论证能力; 考查数形结合、化归与转化思想等. 本题满分 10 分.

解法一: (1) 因为 $2a - c = 2b \cos C$

由正弦定理得 $2 \sin A - \sin C = 2 \sin B \cos C$ 1分

所以 $2 \sin(B+C) - \sin C = 2 \sin B \cos C$

所以 $2 \sin B \cos C + 2 \cos B \sin C - \sin C = 2 \sin B \cos C$

所以 $2 \cos B \sin C = \sin C$ 2分

因为 $\sin C > 0$, 所以 $\cos B = \frac{1}{2}$, 3分

因为 $B \in (0, \pi)$, 所以 $B = \frac{\pi}{3}$ 4分

(2) 因为 $B = \frac{\pi}{3}$, A 与 C 的角平分线相交于点 D ,

所以 $\angle DAC + \angle DCA = \frac{1}{2} \angle BAC + \frac{1}{2} \angle BCA = \frac{1}{2} (\pi - B) = \frac{\pi}{3}$

所以 $\angle ADC = \frac{2\pi}{3}$ 6分

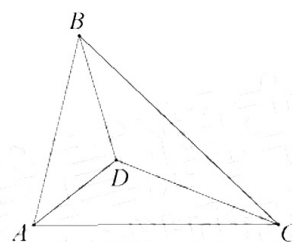
在 $\triangle ACD$ 中, $AD=3$, $CD=5$,

由余弦定理得 $AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2AD \cdot CD \cos \angle ADC = 49$, 所以 $AC = 7$ 7分

又 $\frac{CD}{\sin \angle DAC} = \frac{AC}{\sin \angle ADC}$, 所以 $\sin \angle DAC = \frac{5\sqrt{3}}{14}$ 8分

所以 $\sin \angle DAB = \frac{5\sqrt{3}}{14}$ 9分

在 $\triangle ABD$ 中, $\frac{AD}{\sin \angle ABD} = \frac{BD}{\sin \angle BAD}$, 所以 $BD = \frac{15\sqrt{3}}{7}$ 10分



解法二：

(1) 因为 $2a - c = 2b \cos C$

由余弦定理得 $2a - c = 2b \cdot \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ 1 分

所以 $2a^2 - ac = a^2 + b^2 - c^2$ ，即 $a^2 + c^2 - b^2 = ac$ 2 分

所以 $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{1}{2}$ 3 分

因为 $B \in (0, \pi)$ ，所以 $B = \frac{\pi}{3}$ 4 分

(2) 因为 $B = \frac{\pi}{3}$ ，角 A 与角 C 的内角平分线相交于点 D ，

所以 $\angle DAC + \angle DCA = \frac{1}{2} \angle BAC + \frac{1}{2} \angle BCA = \frac{1}{2}(\pi - B) = \frac{\pi}{3}$

所以 $\angle ADC = \frac{2\pi}{3}$ ， 6 分

在 $\triangle ACD$ 中， $AD=3$ ， $CD=5$ ，

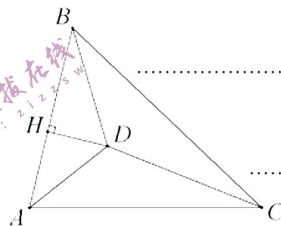
由余弦定理得 $AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2AD \cdot CD \cos \angle ADC = 49$ ，所以 $AC = 7$ ， 7 分

设 $\triangle ABC$ 的内切圆半径为 r ，

由 $\frac{1}{2} DA \cdot DC \cdot \sin \angle ADC = \frac{1}{2} AC \cdot r$ 得 $r = \frac{15\sqrt{3}}{14}$ 8 分

过 D 作 $DH \perp AB$ ，垂足为点 H ，所以 $DH = \frac{15\sqrt{3}}{14}$ 9 分

在直角 $\triangle BDH$ 中， $\angle DBH = \frac{\pi}{6}$ ，所以 $BD = \frac{15\sqrt{3}}{7}$ 10 分



18. 本题考查直棱柱的定义、直线与平面的位置关系、空间角、空间向量等基础知识；考查空间想象、运算求解、推理论证能力；考查数形结合思想、化归与转化思想等。本题满分 12 分。

解：(1) 因为四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 为直四棱柱，

所以四边形 ADD_1A_1 为矩形。 1 分

因为 $AB \perp AD$ ， $AB \perp AA_1$ ， $AD \cap AA_1 = A$ ，所以 $AB \perp$ 平面 ADD_1A_1 ，

所以 $AB \perp A_1D$ ， 2 分

又 $A_1D \perp BD_1$ ， $AB \cap BD_1 = B$ ，所以 $A_1D \perp$ 平面 ABD_1 。 4 分

所以 $A_1D \perp AD_1$ ，所以四边形 ADD_1A_1 为正方形。 5 分

(2) 连接 BD . 由于 $DD_1 \perp$ 平面 $ABCD$, 所以 $\angle D_1BD$ 为直线 BD_1 与平面 $ABCD$ 所成的角, 所以 $\sin \angle D_1BD = \frac{DD_1}{BD_1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. 设 $DD_1 = 1$, 则 $BD_1 = \sqrt{3}$, $BD = \sqrt{2}$, $AB = 1$,

$CD = 2$ 6 分

如图, 以 D 为原点建立空间直角坐标系 $D-xyz$, 则

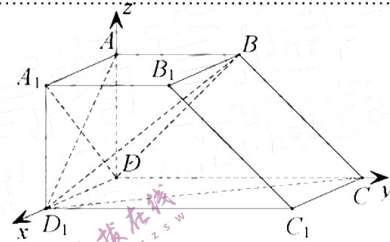
$B(0,1,1)$, $C(0,2,0)$, $D_1(1,0,0)$.

$\overrightarrow{BC} = (0,1,-1)$, $\overrightarrow{BD_1} = (1,-1,-1)$, 7 分

设平面 BCD_1 的法向量为 $\vec{n} = (x, y, z)$

$$\begin{cases} \overrightarrow{BC} \cdot \vec{n} = y - z = 0, \\ \overrightarrow{BD_1} \cdot \vec{n} = x - y - z = 0. \end{cases}$$

令 $y = 1$, 则 $z = 1$, $x = 2$, 所以 $\vec{n} = (2, 1, 1)$ 9 分



由 (1) 知 $A_1D \perp$ 平面 ABD_1 , 所以平面 ABD_1 的一个法向量为 $\overrightarrow{DA_1} = (1, 0, 1)$ 10 分

$$|\cos \langle \overrightarrow{DA_1}, \vec{n} \rangle| = \frac{|\overrightarrow{DA_1} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{DA_1}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{2+1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 11 分}$$

所以平面 ABD_1 与平面 BCD_1 的夹角为 30° 12 分

19. 本题考查等差和等比数列的基本量运算、数列求和等基础知识; 考查运算求解、推理论证能力; 考查函数与方程思想、化归与转化思想等. 本题满分 12 分.

解: (1) 由已知条件可得:

$$b_1q^2 = 4a_1 \dots \textcircled{1}, \quad 4a_1 + 6d = b_1q^2 + 6 \dots \textcircled{2}, \quad b_1 + b_1q + b_1q^2 = 7a_1 \dots \textcircled{3}, \text{ 2 分}$$

由①②消去 bq^2 得: $d = 1$, 3 分

$$\text{由①③得: } \frac{q^2}{1+q+q^2} = \frac{4}{7},$$

$$\text{所以 } 3q^2 - 4q - 4 = 0, \text{ 得 } q = 2 \text{ 或 } q = -\frac{2}{3},$$

所以 $d = 1$, $q = 2$ 或 $-\frac{2}{3}$ 5 分

(2) 当 $q > 0$ 时, $q = 2$, 则 $b_1 = a_1 = 1$,

所以 $a_n = n$, $b_n = 2^{n-1}$, 6 分

$$\text{所以 } c_n = \begin{cases} -n \cdot 2^n, & n \text{ 为奇数,} \\ n \cdot 2^{n-1}, & n \text{ 为偶数,} \end{cases} \text{ 7 分}$$

$$c_{2n-1} + c_{2n} = -(2n-1) \cdot 2^{2n-1} + 2n \cdot 2^{2n-1} = 2^{2n-1}, \text{ 9 分}$$

$\{c_n\}$ 的前 $2n$ 项和为

$$\begin{aligned} S &= c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + \dots + c_{2n-1} + c_{2n} \\ &= (c_1 + c_2) + (c_3 + c_4) + \dots + (c_{2n-1} + c_{2n}) \\ &= 2 + 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2n-1} \text{ 10 分} \end{aligned}$$

$$= \frac{2(1-4^n)}{1-4} = \frac{2}{3}(4^n - 1). \text{ 12 分}$$

20. 本题考查样本相关系数、一元线性回归模型及其应用等知识；考查数据处理能力、运算求解、推理论证能力；考查数学建模和应用意识等。满分 12 分。

解：（1）由散点图可以看出样本点都集中在一条直线附近，由此推断两个变量线性相关。

..... 1 分

因为 $\bar{t} = \frac{1}{5}(1+2+3+4+5) = 3$,

所以 $\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})^2 = (1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2 = 10$, 2 分

所以 $r = \frac{\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})(w_i - \bar{w})}{\sqrt{\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^5 (w_i - \bar{w})^2}} = \frac{27.2}{\sqrt{10 \times 76.9}} = \frac{27.2}{\sqrt{769}} = \frac{27.2}{27.7} \approx 0.98$, 3 分

所以这两个变量正线性相关，且相关程度很强。 4 分

（2）(i) $Q = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - bx_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i^2 - 2bx_i y_i + b^2 x_i^2)$ 5 分

$= b^2 \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2b \sum_{i=1}^n x_i y_i + \sum_{i=1}^n y_i^2$, 6 分

要使 Q 取得最小值，当且仅当 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$ 7 分

(ii) 由 (i) 知 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i y_i}{\sum_{i=1}^5 x_i^2} = \frac{\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})(w_i - \bar{w})}{\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})^2}$ 8 分

$= \frac{27.2}{10} = 2.72$, 9 分

所以 y 关于 x 的经验回归方程为 $y = 2.72x$, 10 分

又 $\bar{w} = \frac{\sum_{i=1}^5 w_i}{5} = \frac{60.8}{5} = 12.16$,

所以当 $t = 7$ 时， $x = 7 - 3 = 4$ ， $w = y + \bar{w} = 2.72 \times 4 + 12.16 = 23.04$ ，

所以预测 2024 年移动物联网连接数为 23.04 亿户。 12 分

21. 本题考查函数的单调性、导数及其应用、不等式等基础知识；考查推理论证能力、运算求解能力；考查函数与方程思想、化归与转化思想、分类与整合思想等。本题满分 12 分。

解: (1) $f'(x) = ac^x - 1$, 1 分

若 $a \leq 0$, 则 $f'(x) < 0$, $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递减, 2 分

若 $a > 0$, 令 $f'(x) = 0$, 得 $x = -\ln a$, 3 分

当 $x < -\ln a$ 时, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 单调递减,

当 $x > -\ln a$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 单调递增, 4 分

综上所述, 当 $a \leq 0$ 时, $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递减, 当 $a > 0$ 时, $f(x)$ 在 $(-\infty, -\ln a)$ 上单调递减, 在 $(-\ln a, +\infty)$ 上单调递增. 5 分

(2) 由 (1) 知当 $0 < a < 1$ 时, $-\ln a > 0$, 且 $f(x)$ 在 $(-\infty, -\ln a)$ 上单调递减,

在 $(-\ln a, +\infty)$ 上单调递增, 因为 $f(0) = 0$, 所以 $f(-\ln a) < 0$ 7 分

因为 $f(-2\ln a) = \frac{1}{a} + 2\ln a - a$, 8 分

设 $h(x) = \frac{1}{x} + 2\ln x - x (0 < x \leq 1)$,

$h'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 1 = -\left(\frac{1}{x} - 1\right)^2 \leq 0$, 9 分

所以 $h(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 所以 $h(x) > h(1) = 0$, 即 $f(-2\ln a) > 0$, 10 分

由零点存在定理知 $\exists x_0 \in (-\ln a, -2\ln a)$, 使得 $f(x_0) = 0$, 11 分

取 $b = x_0$, 则 $ac^b = a + b$, 且 $2\ln a + b < 0$ 12 分

22. 本题考查直线的方程、直线与椭圆的位置关系、圆与圆的位置关系等知识; 考查运算求解能力、推理论证能力等; 考查数形结合思想、化归与转化思想等. 本题满分 12 分.

解法一: (1) 设椭圆 C 的焦距为 $2c$, 则 $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$, 1 分

设 $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$,

当直线 $l \perp x$ 轴时, l 的方程为 $x = -c$,

代入椭圆方程得 $\frac{c^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, 则 $y = \pm \frac{b^2}{a}$,

所以 $\triangle ABF_2$ 的面积为 $\frac{1}{2} \cdot 2c \cdot \frac{2b^2}{a} = 3$, 2 分

所以 $b^2 = 3$, 3 分

则 $a = 2$, 所以 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 4 分

(2) 由椭圆对称性可知, 若存在满足题意的定圆 E , 则圆心 E 一定在 x 轴上,

设 $E(x_0, 0)$, 定圆 E 半径为 r ,

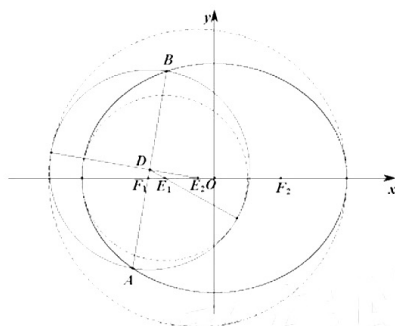
当直线 l 与 x 轴重合时, 以 AB 为直径的圆的方程为 $x^2 + y^2 = 4$,

当直线 $l \perp x$ 轴时, 以 AB 为直径的圆的方程为

$$(x+1)^2 + y^2 = \frac{9}{4}, \text{ 依题}$$

$$\begin{cases} |x_0 + 1| = \left| \frac{3}{2} - r \right|, \\ |x_0| = |2 - r|, \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} r = \frac{5}{4}, \\ x_0 = -\frac{3}{4}, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} r = \frac{9}{4}, \\ x_0 = -\frac{1}{4}, \end{cases}$ 5 分



圆 E 的方程为 $(x + \frac{3}{4})^2 + y^2 = \frac{25}{16}$ 和 $(x + \frac{1}{4})^2 + y^2 = \frac{81}{16}$ 6 分

以下证明: 圆 $E_1: (x + \frac{3}{4})^2 + y^2 = \frac{25}{16}$ 和圆 $E_2: (x + \frac{1}{4})^2 + y^2 = \frac{81}{16}$ 都符合题意.

设直线 $l: x = my - 1$, 与椭圆方程联立, 代入消去 x , 整理得 $(3m^2 + 4)y^2 - 6my - 9 = 0$,

则 $y_1 + y_2 = \frac{6m}{3m^2 + 4}$, $y_1 y_2 = -\frac{9}{3m^2 + 4}$, 7 分

设 AB 中点为 D , 则 $D(\frac{-4}{3m^2 + 4}, \frac{3m}{3m^2 + 4})$,

$$\begin{aligned} |AB| &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{1 + m^2} \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2} \\ &= \sqrt{1 + m^2} \sqrt{(\frac{6m}{3m^2 + 4})^2 - 4(\frac{-9}{3m^2 + 4})} = \frac{12(m^2 + 1)}{3m^2 + 4}, \end{aligned} \text{ 8 分}$$

则 $\frac{|AB|}{2} = \frac{6(m^2 + 1)}{3m^2 + 4}$, 因为 $E_1(\frac{3}{4}, 0)$,

所以 $|DE_1| = \sqrt{(\frac{-4}{3m^2 + 4} + \frac{3}{4})^2 + (\frac{3m}{3m^2 + 4})^2} = \frac{\frac{9}{4}m^2 + 1}{3m^2 + 4}$, 9 分

所以 $\frac{|AB|}{2} - |DE_1| = \frac{6(m^2 + 1)}{3m^2 + 4} - \frac{\frac{9}{4}m^2 + 1}{3m^2 + 4} = \frac{15m^2 + 5}{3m^2 + 4} = \frac{5}{4}$, 10 分

即 $|DE_1| = \frac{|AB|}{2} - r$, 所以圆 $E_1: (x + \frac{3}{4})^2 + y^2 = \frac{25}{16}$ 与以 AB 为直径的圆内切.

因为 $E_2(-\frac{1}{4}, 0)$,

所以 $|DE_2| = \sqrt{(\frac{-4}{3m^2 + 4} + \frac{1}{4})^2 + (\frac{3m}{3m^2 + 4})^2} = \frac{\frac{3}{4}m^2 + 3}{3m^2 + 4}$,

所以 $\frac{|AB|}{2} + |DE_2| = \frac{6(m^2+1)}{3m^2+4} + \frac{4m^2+3}{3m^2+4} = \frac{27m^2+9}{3m^2+4} = \frac{9}{4}$, 11分

即 $|DE_2| = r - \frac{|AB|}{2}$, 所以圆 $E_2: (x + \frac{1}{4})^2 + y^2 = \frac{81}{16}$ 与以 AB 为直径的圆内切.

综上所述, 存在两个满足条件的定圆, 方程为 $(x + \frac{3}{4})^2 + y^2 = \frac{25}{16}$ 和 $(x + \frac{1}{4})^2 + y^2 = \frac{81}{16}$.
..... 12分

解法二: (1) 同解法一;

(2) 由椭圆对称性可知, 若存在满足题意的定圆, 该圆圆心一定在 x 轴上,

(i) 当直线 l 不与 x 轴重合时, 设 $l: x = my - 1$,

与椭圆方程联立, 代入消去 x , 整理得 $(3m^2 + 4)y^2 - 6my - 9 = 0$,

则 $y_1 + y_2 = \frac{6m}{3m^2 + 4}$, $y_1 y_2 = \frac{-9}{3m^2 + 4}$, 5分

设 AB 中点为 D , 则 $D(\frac{-4}{3m^2 + 4}, \frac{3m}{3m^2 + 4})$,
 $|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{1 + m^2} \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2}$
 $= \sqrt{1 + m^2} \sqrt{(\frac{6m}{3m^2 + 4})^2 - 4(\frac{-9}{3m^2 + 4})} = \frac{12(m^2 + 1)}{3m^2 + 4}$, 6分

设定圆圆心为 $E(x_0, 0)$, 半径为 r , 则 $|DE| = \sqrt{(\frac{-4}{3m^2 + 4} - x_0)^2 + (\frac{3m}{3m^2 + 4})^2}$, 7分

$\frac{|AB|}{2} - r = \frac{6(m^2 + 1)}{3m^2 + 4} - r$, 依题 $|DE| = \left| \frac{|AB|}{2} - r \right|$,
 即 $\sqrt{(\frac{-4}{3m^2 + 4} - x_0)^2 + (\frac{3m}{3m^2 + 4})^2} = \left| \frac{6(m^2 + 1)}{3m^2 + 4} - r \right|$, 8分

两边平方整理得

$(36 - 36r + 9r^2 - 9x_0^2)m^4 + (24r^2 - 24x_0^2 - 24x_0 + 63 - 84r)m^2 + 16r^2 - 16x_0^2 - 32x_0 - 48r + 20 = 0$,
 9分

依题需满足 $\begin{cases} 36 - 36r + 9r^2 - 9x_0^2 = 0, \\ 24r^2 - 24x_0^2 - 24x_0 + 63 - 84r = 0, \\ 16r^2 - 16x_0^2 - 32x_0 - 48r + 20 = 0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} r = \frac{5}{4}, \\ x_0 = -\frac{3}{4}, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} r = \frac{9}{4}, \\ x_0 = -\frac{1}{4}, \end{cases}$ 10分

(ii) 若直线 l 与 x 轴重合时, 以 AB 为直径的圆 O 为 $x^2 + y^2 = 4$, 圆 $(x + \frac{3}{4})^2 + y^2 = \frac{25}{16}$
 和圆 $(x + \frac{1}{4})^2 + y^2 = \frac{81}{16}$ 都与圆 O 内切, 11分

综上所述, 存在两个满足条件的定圆, 方程为 $(x + \frac{3}{4})^2 + y^2 = \frac{25}{16}$ 和 $(x + \frac{1}{4})^2 + y^2 = \frac{81}{16}$.
 12分