高三文科数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分150分，考试时间120分钟。
2. 答题前，考生务必用直径0.5毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本试卷主要命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若复数 z 满足 $z=\frac{1+3i}{1-3i}$，其中 i 为虚数单位，则 $\bar{z}=$

A. $-\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$　　B. $-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$　　C. $\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$　　D. $\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$

2. 已知集合 $A=\{x|y=\lg(x+2)\}$，$B=\{x|x^2\leqslant 9\}$，则 $A\cap B=$

A. $(-2,0)$　　B. $(-2,3]$　　C. $[0,+\infty)$　　D. $[3,+\infty)$

3. 已知圆台的上底面半径为2，下底面半径为4，若该圆台的体积为 56π，则其母线长为

A. $2\sqrt{10}$　　B. $2\sqrt{6}$　　C. 4　　D. $\sqrt{13}$

4. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 30°，$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3}$，$|\boldsymbol{b}|=3$，则 $|2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$

A. $\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{6}$　　C. $\sqrt{39}$　　D. 7

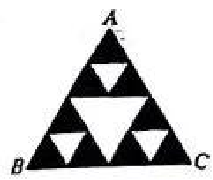
5. 已知 $\alpha\in(0,\pi)$，且 $3\cos 2\alpha+7\cos\alpha=0$，则 $\sin\alpha$ 的值为

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

6. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2=2$，$a_5=8a_3$，S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和．若 $S_m=127$，则 $m=$

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

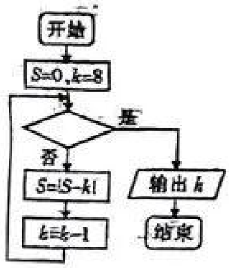
7. 在正△ABC中，连接三角形三边的中点，将它分成4个小三角形，并将中间的那个小三角形涂成白色后，对其余3个小三角形重复上述过程得到如图所示的图形．在△ABC内随机取一点，则此点取自白色部分的概率是



A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{7}{16}$

C. $\frac{9}{16}$　　D. $\frac{3}{4}$

8. 某程序框图如图所示，若输出的 $k=3$，则判断框内的条件可以是



A. $S=2?$

B. $S=3?$

C. $S=4?$

D. $S=5?$

9. 已知 x_0 是函数 $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x-x+4$ 的一个零点，若 $x_1\in(2,x_0)$，$x_2\in(x_0,+\infty)$，则

A. $x_0\in(2,4)$　　B. $f(x_1)>f(x_2)$

C. $f(x_1)<0,f(x_2)<0$　　D. $f(x_1)>0,f(x_2)>0$

10. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点为 F，以 F 为圆心，a 为半径的圆与双曲线的一条渐近线的两个交点为 A，B. 若 $\angle AFB=60°$，则该双曲线的离心率为

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C. $\frac{4}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

11. 已知函数 $f(x)=x^3-ax^2+3x$ 在 R 上单调递增，且 $g(x)=x+\frac{a}{2x}$ 在区间 $(1,2]$ 上既有最大值又有最小值，则实数 a 的取值范围是

A. $[3,4)$　　B. $(2,3]$　　C. $(3,4]$　　D. $[2,3)$

12. 已知直线 l 过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 F，且与抛物线相交于 A，B 两点，点 B 关于 x 轴的对称点为 B_1(异于 A 点)，直线 AB_1 与 x 轴相交于 C 点，若直线 AC 的斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\triangle ABC$ 的面积为

A. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$　　D. $4\sqrt{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 函数 $f(x)=x^2e^x$ 的极大值为________.

14. 我国古代数学著作《九章算术》有如下问题："今有金箠，长五尺. 斩本一尺，重四斤. 斩末一尺，重二斤. 问次一尺各重几何?"意思是"现有一根金杖，长五尺，一头粗，一头细. 在粗的一端截下 1 尺，重 4 斤；在细的一端截下 1 尺，重 2 斤；问依次每一尺各重多少斤?"根据上题的已知条件，若金杖由粗到细是均匀变化的，估计此金杖总重量约为________斤.

15. 若函数 $f(x)=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$，又 $A(\alpha,2)$，$B(\beta,0)$ 是函数 $f(x)$ 的图象上的两点，且 $|AB|$ 的最小值为 $\sqrt{4+\frac{\pi^2}{4}}$，则 $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ 的值为________.

16. 已知三棱锥 $A-BCD$ 内接于球 O，点 M，N 分别为 AB，CD 的中点，且 $MN\perp AB$，$MN\perp CD$. 若 $AB=2CD=2MN=12$，则球 O 的体积为________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17. (12 分)

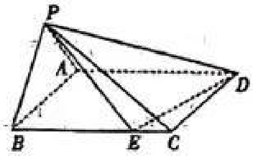
在△ABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $\frac{a}{bc}=\frac{\cos C}{c}+\frac{\sin B}{b}$.

(1)求 B；

(2)若 $\frac{a}{\sqrt{2}b+c}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$，求 A.

18. (12 分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形，平面 $PAB\perp$平面 $ABCD$，$PB\perp PD$.



(1)证明：$PB\perp$平面 PAD；

(2)若 $PA=PB$，$BE=2EC$，且 $AB=2$，$BC=3$，求点 E 到平面 PCD 的距离.

19. (12 分)

中学阶段是学生身体发育最重要的阶段，长时间熬夜学习严重影响学生的身体健康. 某校为了解甲、乙两班学生每周自我熬夜学习的总时长(单位：小时)，分别从这两个班中随机抽取 5 名同学进行调查，得到他们最近一周自我熬夜学习的总时长的样本数据：

甲班	8	13	28	32	39
乙班	12	25	26	28	31

如果学生平均每周自我熬夜学习的总时长超过 26 小时，则称为"过度熬夜".

(1)请根据样本数据，分别估计甲、乙两班的学生平均每周自我熬夜学习时长的平均值；

(2)从样本甲、乙两班所有"过度熬夜"的学生中任取 2 人，求这 2 人都来自甲班的概率.

20.(12分)

已知椭圆 C 的中心为坐标原点,对称轴为 x 轴,y 轴,且过$(2,0)$,$\left(\sqrt{3},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$两点.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)是否存在直线 l,使得直线 l 与圆 $x^2+y^2=1$ 相切,与椭圆 C 交于 A,B 两点,且满足$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$($O$ 为坐标原点)?若存在,请求出直线 l 的方程,若不存在,请说明理由.

21.(12分)

已知函数 $f(x)=\ln x-\frac{a}{x+1}(a\in\mathbf{R})$.

(1)若 $a=-2$,求函数 $f(x)$的图象在$(1,f(1))$处的切线方程;

(2)若 x_1,x_2 是函数 $f(x)$的两个极值点,求 a 的取值范围,并证明:$f(x_1)+f(x_2)=2f(1)$.

(二)选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22.[选修4—4:坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中,直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=-2+\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=-2-\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$($t$ 为参数),以坐标原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C 的极坐标方程为$\rho\sin^2\theta-4\cos\theta=0$.

(1)求曲线 C 的直角坐标方程和 l 的普通方程;

(2)求曲线 C 上的点到直线 l 距离的最小值.

23.[选修4—5:不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x)=|2x-1|+|2x+1|$.

(1)求不等式 $f(x)<4$ 的解集;

(2)若不等式 $f(x)<4$ 的解集为 M,a,$b\in M$,求证:$\frac{|a+b|}{|ab+1|}<1$.

高三文科数学参考答案、提示及评分细则

1. A　由复数 $z=\frac{1+3i}{1-3i}$，得 $z=\frac{1+3i}{1-3i}=\frac{(1+3i)^2}{(1-3i)(1+3i)}=\frac{-8+6i}{10}=-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$，所以 $\bar{z}=-\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$.

2. B　由 $A=\{x|y=\lg(x+2)\}=\{x|x+2>0\}=\{x|x>-2\}$，$B=\{x|x^2\leqslant 9\}=\{x|-3\leqslant x\leqslant 3\}$，所以 $A\cap B=(-2,3]$.

3. A　圆台的体积 $V=\frac{1}{3}\pi(2^2+4^2+2\times 4)\times h=56\pi$，解得 $h=6$，故圆台母线长 $l=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$.

4. C　$|2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|^2=4|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2+4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=12+9+4\times\sqrt{3}\times 3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=39$，所以 $|2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{39}$.

5. D　由 $3\cos 2\alpha+7\cos\alpha=0$ 得 $3(2\cos^2\alpha-1)+7\cos\alpha=0$，即 $6\cos^2\alpha+7\cos\alpha-3=0$，所以 $(2\cos\alpha+3)(3\cos\alpha-1)=0$，又 $\alpha\in(0,\pi)$，则 $\cos\alpha\in(-1,1)$，所以 $\cos\alpha=\frac{1}{3}$，所以 $\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

6. C　设 $\{a_n\}$ 的公比为 q，则 $a_3q^3=8a_3$，$q=2$，$a_1=1$，$S_m=\frac{1-2^m}{1-2}=2^m-1=127$，$m=7$.

7. B　将中间白色三角形依规律分成 4 个小白色三角形，则△ABC 共可分为 16 个相同的小三角形，白色部分有 7 个小三角形，黑色部分有 9 个小三角形，故在△ABC 内随机取一点，则此点取自白色部分的概率是 $\frac{7}{16}$.

8. C　$S=0,k=8$；$S=$[illegible]$,k=$[illegible]；$S=$[illegible]$,k=$[illegible]；$S=5,k=5$；$S=0,k=4$；$S=4,k=3$，输出 $k=3$，则判断框内应填入"$S=4$?".

9. B　函数 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 在区间(2,+∞)上单调递减，函数 $y=-x+4$ 在区间 $(2,+\infty)$ 上单调递减，故函数 $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x-x+4$ 在区间 $(2,+\infty)$ 上单调递减，又 $f(2)>0$，$f(3)$[illegible]0，$f(4)$[illegible]0，$f(5)$[illegible]0，所以 $x_0\in(4,5)$，$f(x_0)=0$，$x_1\in(2,x_0)$，$x_2\in(x_0,+\infty)$，则 $f(x_1)>0$，$f(x_2)<0$，即 $f(x_1)>f(x_2)$.

10. D　由题意知 $F(c,0)$ 到直线 $bx-ay=0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{3}a}{2}$，所以 $\frac{bc}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\sqrt{3}a}{2}$，因为 [illegible]，所以 $b=\frac{\sqrt{3}a}{2}$，$c^2=\frac{7}{4}a^2$，$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{7}}{2}$.

11. B　$f'(x)=3x^2-2ax+3$，因为 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，所以 $f'(x)\geqslant 0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立，即 $3x^2-2ax+3\geqslant 0$ 恒成立，$\Delta=4a^2-36\leqslant 0$，解得 $-3\leqslant a\leqslant 3$，$g(x)$ 在 $[1,2]$ 上既有最大值，又有最小值，$g(2)\geqslant 1+\frac{a}{2}$ 且 $1<\sqrt{\frac{a}{2}}<2$，所以 $2<a\leqslant 4$，综上所述，$2<a\leqslant 3$.

12. D　设抛物线的准线与 x 轴的交点为 C_1，过点 A，B 分别作准线的垂线，垂足分别为 M、N，因为 $AM/\!/FC_1/\!/BN$，所以 $\frac{MC_1}{NC_1}=\frac{AF}{BF}=\frac{AM}{BN}$，又因为 $\angle AMC_1=\angle BNC_1=90°$，所以 $\triangle AMC_1\backsim\triangle BNC_1$，所以 $\angle MAC_1=\angle NBC_1$，即 $\angle AC_1F=\angle BC_1F$，因为点 B 关于 x 轴的对称点为 B_1，所以点 C_1 与点 C 重合. 设直线 AB 的方程为 $x=ky+1$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $B_1(x_2,-y_2)$，联立方程 $\begin{cases}y^2=4x,\\x=ky+1\end{cases}$ 得 $y^2-4ky-4=0$，所以 $y_1+y_2=4k$，$y_1y_2=-4$，又因为直线 AC 的斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以 $\frac{y_1+y_2}{x_1-x_2}=\frac{y_1+y_2}{k(y_1-y_2)}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，即 $y_1-y_2=4\sqrt{3}$，所以△ABC 的面积为 $\frac{1}{2}\times|CF|\times|y_1-y_2|=\frac{1}{2}\times 2\times 4\sqrt{3}=4\sqrt{3}$.

13. $\frac{4}{e^2}$　$f'(x)=x(x+2)e^x$，令 $f'(x)>0$，得 $x>0$ 或 $x<-2$；令 $f'(x)<0$，得 $-2<x<0$，所以 $x=-2$ 时，$f(x)$ 取极大值为 $f(-2)=\frac{4}{e^2}$.

14. 15　这是一道可近似地看作等差数列问题，设首项为 2，则第 5 项为 4，所以总重量为 $\frac{(2+4)}{2}\times 5=15$ 斤.

15. -1　由条件可知 $T=2\pi=\frac{2\pi}{\omega}$，$\omega=1$，$f(x)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$，$f\left(\frac{5\pi}{6}\right)=2\sin\frac{7\pi}{6}=-1$.

16. $\frac{585\sqrt{65}\pi}{16}$　依题意知，MN 既是 AB 的垂直平分线，又是 CD 的垂直平分线，所以球心 O 在线段 MN 上. 设 $MO=x$，球的半径为 R，则 $R^2=x^2+36=(6-x)^2+9\Rightarrow x=\frac{3}{4}$，所以 $R=\frac{3\sqrt{65}}{4}$，$V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{585\sqrt{65}\pi}{16}$.

17. 解：(1)由已知及正弦定理得 $\sin A=\sin B\cos C+\sin C\sin B$，

因为 $\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\sin C\cos B$.

所以 $\sin C\sin B=\sin C\cos B$，…………………………………………………… 2 分

因为 $\sin C\neq 0$，所以 $\sin B=\cos B$，因为 $B\in(0,\pi)$，所以 $B=\frac{\pi}{4}$. …………………………………… 5 分

(2)因为 $\frac{a}{\sqrt{2}b+c}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$，由正弦定理化简得 $\sqrt{2}\sin B+\sin C=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\sin A$，…………………… 6 分

又 $\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$，

所以 $\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin A+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos A=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\sin A$. …………………………………… 8 分

所以 $1=\frac{\sqrt{6}}{2}\sin A-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos A=\sqrt{2}(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A-\frac{1}{2}\cos A)=\sqrt{2}\sin(A-\frac{\pi}{6})$. …………………… 10 分

所以 $\sin(A-\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{2}}{2}$，因为 $A\in(0,\frac{3\pi}{4})$，所以 $A-\frac{\pi}{6}\in(-\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{12})$，

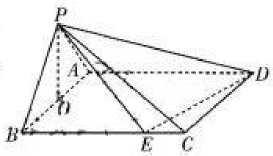
所以 $A-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{4}$，$A=\frac{5\pi}{12}$. …………………………………………………… 12 分

18. (1)证明：因为四边形 $ABCD$ 是矩形，所以 $AD\perp AB$.

又平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $PAB\cap$ 平面 $ABCD=AB$，$AD\subset$ 平面 $ABCD$.

所以 $AD\perp$ 平面 PAB，因为 $PB\subset$ 平面 PAB，所以 $PB\perp AD$. …………………………………… 2 分

因为 $PB\perp PD$，$PD\cap AD=D$，$PD,AD\subset$ 平面 PAD，所以 $PB\perp$ 平面 PAD. …………………………… 4 分



(2)解：如图，取 AB 中点为 O，连接 PO，由(1)知 $PB\perp$ 平面 PAD，所以 $PA\perp PB$，又 $PA=PB$，$AB=2$，

所以 $PO=1$ 且 $PO\perp AB$，则 $PO\perp$ 平面 $ABCD$，即点 P 到平面 $ABCD$ 的距离为 1，……………… 6 分

因为 $PB\perp PD$，$PB=\sqrt{2}$，$BD=\sqrt{13}$，所以 $PD=\sqrt{11}$，

又 $PB\perp AD$，$AD/\!/BC$，所以 $PB\perp BC$，所以 $PC=\sqrt{(\sqrt{2})^2+3^2}=\sqrt{11}$.

所以 $S_{\triangle PCD}=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{(\sqrt{11})^2-1^2}=\sqrt{10}$，…………………………………………………… 9 分

设点 E 到平面 PCD 的距离为 h，则 $V_{E-PCD}=V_{P-DCE}$，

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 1\times 2\times 1=\frac{1}{3}\times\sqrt{10}\times h$，解得 $h=\frac{\sqrt{10}}{10}$，

即点 E 到平面 PCD 的距离为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$. …………………………………………………… 12 分

19. 解：(1)甲班样本数据的平均值为 $\frac{1}{5}(8+13+28+32+39)=24$，

由此估计甲班学生每周平均熬夜时间 24 小时；…………………………………………………… 3 分

乙班样本数据的平均值为 $\frac{1}{5}(12+25+26+28+31)=24.4$，

由此估计乙班学生每周平均熬夜时间 24.4 小时. ……………………………………

(2)由题知,甲班"过度熬夜"的有 3 人,记为 a,b,c,乙班"过度熬夜"的有 2 人,记为 d,e, ………… 7 分

从中任取 2 人,有 $ab,ac,ad,ae,bc,bd,be,cd,ce,de$,共 10 种可能, ………… 9 分

其中都来自甲班的有 ab,ac,bc,共 3 种可能, ………… 10 分

所以所求概率 $P=\frac{3}{10}$. ………… 12 分

20. 解:(1)设椭圆 C 的方程为 $mx^2+ny^2=1(m>0,n>0,m\neq n)$.

因为过 $(2,0)\left(\sqrt{3},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 两点,故 $\begin{cases}4m=1,\\3m+\frac{3}{4}n=1,\end{cases}$ 解得 $m=\frac{1}{4},n=\frac{1}{3}$, ………… 3 分

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ………… 4 分

(2)假设存在直线 l 满足题意.

(ⅰ)当直线 l 的斜率不存在时,此时 l 的方程为 $x=\pm1$.

当 $l:x=1$ 时,$A\left(1,\frac{3}{2}\right),B\left(1,-\frac{3}{2}\right),\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}\neq0$,

同理可得,当 $l:x=-1$ 时,$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}\neq0$. ………… 5 分

(ⅱ)当直线 l 的斜率存在时,设 l 的方程为 $y=kx+m$,设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$,

因为直线 l 与圆 O 相切,所以 $\frac{|m|}{\sqrt{k^2+1}}=1$,即 $m^2=k^2+1$ ①, ………… 6 分

联立方程组 $\begin{cases}y=kx+m,\\\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$ 整理得 $(3+4k^2)x^2+8kmx+4m^2-12=0$,$\Delta=48(4k^2-m^2+3)>0$.

由根与系数的关系得 $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{-8km}{3+4k^2},\\x_1x_2=\frac{4m^2-12}{3+4k^2}.\end{cases}$ ………… 7 分

因为 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$,所以 $x_1x_2+y_1y_2=0$. ………… 8 分

所以 $x_1x_2+(kx_1+m)(kx_2+m)=(1+k^2)x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2=0$,

所以 $(1+k^2)\frac{4m^2-12}{3+4k^2}+km\frac{-8km}{3+4k^2}+m^2=0$,

整理得 $7m^2-12k^2-12=0$ ②,

联立①②,得 $k^2=-1$,此时方程无解. ………… 11 分

由(ⅰ)(ⅱ)可知,不存在直线 l 满足题意. ………… 12 分

21. 解:(1)当 $a=-2$ 时,$f(x)=\ln x+\frac{2}{x+1}$,$f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{2}{(x+1)^2}$, ………… 1 分

所以 $f(1)=1,f'(1)=\frac{1}{2}$,

所以函数 $f(x)$ 的图象在 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y-1=\frac{1}{2}(x-1)$,即 $x-2y+1=0$. ………… 4 分

(2)因为 $f(x)=\ln x-\frac{a}{x+1}$,

所以 $f'(x)=\frac{1}{x}+\frac{a}{(x+1)^2}=\frac{x^2+(2+a)x+1}{x(x+1)^2}(x>0)$. ………… 6 分

由题意知 x_1,x_2 是方程 $f'(x)=0$ 在 $(0,+\infty)$ 内的两个不同的实数解.

令 $h(x)=x^2+(2+a)x+1$，

又 $h(0)=1>0$，且函数 $h(x)$ 图象的对称轴为直线 $x=-\frac{2+a}{2}$，

所以只需 $\begin{cases}-\frac{2+a}{2}>0,\\ \Delta=(2+a)^2-4>0,\end{cases}$

解得 $a<-4$，即实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-4)$. ………………………………………… 8 分

由 x_1,x_2 是方程 $x^2+(2+a)x+1=0$ 的两根，

得 $x_1+x_2=-2-a$，$x_1x_2=1$，………………………………………………………… 9 分

故 $f(x_1)+f(x_2)=\left(\ln x_1-\frac{a}{x_1+1}\right)+\left(\ln x_2-\frac{a}{x_2+1}\right)=\ln(x_1x_2)-a\frac{x_1+x_2+2}{x_1x_2+x_1+x_2+1}=-a\frac{-2-a+2}{1-2-a+1}=-a$. ……… 11 分

又 $f(1)=-\frac{a}{2}$，

所以 $f(x_1)+f(x_2)=2f(1)$. ………………………………………………………… 12 分

22. 解：(1) 因为曲线 C 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta-4\cos\theta=0$，所以 $\rho^2\sin^2\theta-4\rho\cos\theta=0$，所以 $y^2=4x$.

由 $\begin{cases}x=-2+\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=-2-\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$ 消去 t 得 $x+y+4=0$. ………………………………………… 4 分

故曲线 C 的直角坐标方程为 $y^2=4x$，直线 l 的普通方程 $x+y+4=0$. ………………………… 5 分

(2) 设曲线 C 上任意一点 $P(\quad)$，则 P 到直线 l 的距离为 $d=\frac{\left|\frac{t^2}{4}+t+4\right|}{\sqrt{2}}=\frac{\frac{1}{4}(t+2)^2+3}{\sqrt{2}}$. ………………………… 9 分

所以当 $t=-2$ 时，$d_{\min}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$. ………………………………………………… 10 分

23. (1) 解：当 $x<-\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=-4x<4$，解得 $-1<x<-\frac{1}{2}$. ………………………………… 2 分

当 $-\frac{1}{2}\leqslant x<\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=2<4$，解得 $-\frac{1}{2}\leqslant x<\frac{1}{2}$ ………………………………… 4 分

当 $x\geqslant\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=4x<4$，解得 $\frac{1}{2}\leqslant x<1$.

综上，$f(x)<4$ 的解集为 $\{x|-1<x<1\}$. ………………………………………………… 6 分

(2) 证明：由 (1) 知 $a,b\in\{x|-1<x<1\}$，所以 $|ab+1|>0$，$\frac{|a+b|}{|ab+1|}<1$，要证 $|a+b|<|ab+1|$.

只需证 $(ab+1)^2>(a+b)^2$，即 $a^2b^2+2ab+1>a^2+2ab+b^2$. ………………………………… 8 分

只需证 $a^2b^2-a^2-b^2+1>0$，即 $(a^2-1)(b^2-1)>0$. ………………………………………… 9 分

由 $|a|<1$，$|b|<1$，得 $(a^2-1)(b^2-1)>0$. 故原不等式成立. ………………………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。