

黄冈市 2023 年高三年级 9 月调研考试 数学试题

黄冈市教育科学研究院命制

注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分,在每小题给出的四个选项中,只有一个是符合题目要求的)

- 已知全集为 U ,集合 M, N 满足 $M \subset N \subset U$,则下列运算结果为 U 的是
A. $M \cup N$ B. $(\complement_U N) \cup (\complement_U M)$ C. $M \cup (\complement_U N)$ D. $N \cup (\complement_U M)$
- 若复数 $z = 1 - i + i^2 - i^3 + \dots + i^{2022} - i^{2023}$,则 $|z| =$
A. 0 B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. 2
- 已知数列 $\{a_n\}$ 是正项等比数列,数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \log_3 a_n$. 若 $a_1 a_4 a_8 = 2^{12}$,则 $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_9 =$
A. 24 B. 32 C. 36 D. 40
- 柯西不等式(Cauchy-Schwarz Inequality)是法国数学家柯西与德国数学家施瓦茨分别独立发现的,它在数学分析中有广泛的应用.现给出一个二维柯西不等式: $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$,当且仅当 $ad = bc$ 时即 $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ 时等号成立.根据柯西不等式可以得知函数 $f(x) = 3\sqrt{4-3x} + \sqrt{3x-2}$ 的最大值为
A. $2\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{10}$ D. $\sqrt{13}$
- 已知 $\sin(\theta + \frac{\pi}{6}) = \frac{2}{3}$,则 $\sin(2\theta - \frac{\pi}{6}) =$
A. $-\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{4\sqrt{5}}{9}$ D. $-\frac{4\sqrt{5}}{9}$
- 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 在 $(\frac{3\pi}{8}, \frac{7\pi}{8})$ 内单调递减, $x = \frac{3\pi}{8}$ 是函数 $f(x)$ 的一条对称轴,且函数 $y = f(x + \frac{\pi}{8})$ 为奇函数,则 $f(\frac{7\pi}{24}) =$
A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. -1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 2\angle B, AC = 4, BC = 6$,则 $\triangle ABC$ 的面积为
A. $2\sqrt{7}$ B. $\frac{3\sqrt{7}}{7}$ C. $3\sqrt{7}$ D. $\frac{15\sqrt{7}}{4}$
- 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 定义域均为 \mathbb{R} ,记 $g(x) = f'(x+1)$,且 $f(2+x) - f(2-x) = 4x, g(3+x)$ 为偶函数,则 $g'(7) + g(17) =$
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

数学试卷第 1 页(共 4 页)

二、多选题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

- 以下说法正确的有
A. “ $-2 < x < 4$ ”是“ $x^2 - 2x - 15 < 0$ ”的必要不充分条件
B. 命题“ $\exists x_0 > 1, \ln(x_0 - 1) \geq 0$ ”的否定是“ $\forall x \leq 1, \ln(x - 1) < 0$ ”
C. “ $\ln a > \ln b$ ”是“ $a > b^2$ ”的充分不必要条件
D. 设 $a, b \in \mathbb{R}$,则“ $a \neq 0$ ”是“ $ab \neq 0$ ”的必要不充分条件
- 已知 $3^a = 4^b = 12$,则下列选项正确的是
A. $a + b = ab$ B. $a + 4b > 9$
C. $a^2 + b^2 > 8$ D. $(a-1)^2 + (b-1)^2 < 2$
- 设数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n ,满足 $(a_n - 1)^2 = 4(100 - S_n), n \in \mathbb{N}^+$ 且 $a_1 > 0$,则下列选项正确的是
A. $a_n = -2n + 21$
B. 数列 $\{\frac{S_n}{n}\}$ 为等差数列
C. 当 $n = 11$ 时 S_n 有最大值
D. 设 $b_n = a_n a_{n+1} a_{n+2}$,则当 $n = 8$ 或 $n = 10$ 时数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和取最大值
- 点 O, H 分别是 $\triangle ABC$ 的外心、垂心,则下列选项正确的是
A. 若 $\vec{BD} = \lambda(\frac{\vec{BA}}{|\vec{BA}|} + \frac{\vec{BC}}{|\vec{BC}|})$ 且 $\vec{BD} = \mu \vec{BA} + (1-\mu)\vec{BC}, (\lambda, \mu \in \mathbb{R})$,则 $\vec{AD} = \vec{DC}$
B. 若 $2\vec{BO} = \vec{BA} + \vec{BC}$,且 $AB = 2$,则 $\vec{AC} \cdot \vec{AB} = 4$
C. 若 $\angle B = \frac{\pi}{3}, \vec{OB} = m\vec{OA} + n\vec{OC}$,则 $m+n$ 的取值范围为 $[-2, 1]$
D. 若 $2\vec{HA} + 3\vec{HB} + 4\vec{HC} = \vec{0}$,则 $\cos \angle BHC = -\frac{\sqrt{10}}{5}$

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

- 若向量 a, b 满足 $a = (1, 1), |b| = 1$,且 $(a+b)b = 0$,则 a 与 b 的夹角为 _____.
- 若“ $\exists x_0 \in [1, 4]$ 使 $x_0^2 - ax_0 + 4 > 0$ ”为假命题,则实数 a 的取值范围为 _____.
- 设矩形 $ABCD$ ($AB > BC$) 的周长为 12,把 $\triangle ABC$ 沿 AC 向 $\triangle ADC$ 折叠, AB 折后交 DC 于点 M ,则 $\triangle ADM$ 的面积最大值为 _____.
- 若存在两个不相等的正实数 x, y ,使得 $(x-y)(x+y-t) = e^x - e^y$ 成立,则实数 t 的取值范围为 _____.

数学试卷第 2 页(共 4 页)

四、解答题:共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

设等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和 S_n , $a_1=1$, 满足 $2S_{n+1}=n(a_n+5)+2, n \in \mathbb{N}^+$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记 $b_n = \frac{n+1}{S_n S_{n+1}}$, 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求证 $T_n < \frac{5}{16}$.

18. (12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 - ax^2 + bx + 2$

(1) 若其图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $x - y + 1 = 0$, 求 a, b 的值;

(2) 若 1 是函数 $f(x)$ 的一个极值点, 且函数 $\frac{f(x)}{x}$ 在 $[2, 3]$ 上单调递增, 求实数 a 的取值范围.

19. (12 分)

设 $a > 0, b > 0$, 函数 $f(x) = a - 2b + 2bx - ax^2$.

(1) 求关于 x 的不等式 $f(x) > 0$ 解集;

(2) 若 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上的最小值为 $a - 2b$, 求 $\frac{b}{a}$ 的取值范围.

20. (12 分)

已知向量 $a = (2\cos(x + \frac{\pi}{3} - \theta), -2)$, $b = (-2\cos(x - \frac{\pi}{6} - \theta), 1)$ ($-\frac{\pi}{2} < \theta < 0$), 设

$f(x) = a \cdot b + 2$, 且 $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{12}, 0)$ 对称.

(1) 若 $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 $f(x)$ 的值;

(2) 若函数 $g(x)$ 的图象与函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 对称, 且 $g(x)$ 在区间

$[-\frac{5\pi}{12}, t]$ 上的值域为 $[-1, 2]$, 求实数 t 的取值范围.

21. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 所对的边, CD 为 AB 边上的高, 设 $CD = h$, 且 $a + b = c + h$.

(1) 若 $c = 3h$, 求 $\tan C$ 的值;

(2) 求 $\sin C$ 的取值范围.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = a \ln x - 2x + \frac{1}{2}x^2$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的极值点个数;

(2) 若不等式 $f(x) \leq x(e^x + \frac{1}{2}x - a - 2) - 1$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：
www.zizs.com](http://www.zizs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线