

绝密★启用前

2023—2024 学年高中毕业班阶段性测试(一)

文科数学

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. $\frac{i}{(1+i)^3} =$

A. $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$

B. $\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$

C. $-\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$

D. $-\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$

2. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $M = \{1, 3\}$, $N = \{3, 4\}$, 则 $N \cup (\complement_U M) =$

A. $\{2, 3, 4, 5, 6\}$

B. $\{2, 3, 4, 6\}$

C. $\{2, 3, 5, 6\}$

D. $\{4\}$

3. 已知函数 $f(x) = x^2 \sin x - 1$, 若 $f(x_0) = 10$, 则 $f(-x_0) =$

A. -12

B. -11

C. -10

D. 10

4. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \leq 2, \\ 2x-3y \leq 9, \\ x \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = 4x + y$ 的最大值为

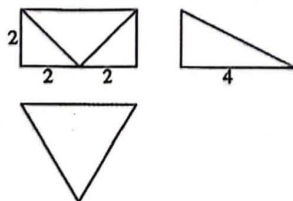
A. 3

B. 7

C. 11

D. 15

5. 已知某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为



A. 20

B. 32

C. $\frac{20}{3}$

D. $\frac{32}{3}$

文科数学

第 1 页(共 4 页)

6. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $A + C = \frac{2\pi}{3}$, $c = 5$, $b = 6$, 则 $\sin C =$

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{5\sqrt{2}}{8}$ C. $\frac{5\sqrt{3}}{12}$ D. $\frac{5}{12}$

7. 对于任意实数 x , 用 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 例如: $[\pi] = 3$, $[0.1] = 0$, $[-2.1] = -3$, 则“ $[x] > [y]$ ”是“ $x > y$ ”的

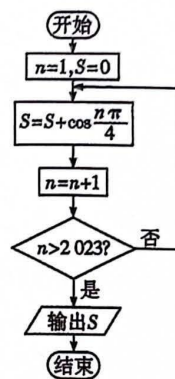
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 已知函数 $f(x) = \cos\left(3x - \frac{\pi}{10}\right)$, 若将 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $m (m > 0)$ 个单位长度后所得的图象关于坐标原点对称, 则 m 的最小值为

- A. $\frac{\pi}{10}$ B. $\frac{\pi}{5}$
C. $\frac{3\pi}{10}$ D. $\frac{8\pi}{15}$

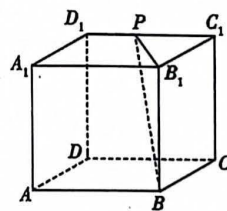
9. 执行如图的程序框图, 输出的 S 值是

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. 1 D. -1



10. 如图所示, 在棱长为2的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 在棱 C_1D_1 上, 且 $BP = 3$, 则点 A, C 到平面 BB_1P 的距离之和为

- A. $\sqrt{5}$ B. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$
C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D. $2\sqrt{2}$



11. 已知函数 $f(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{a+2}{2}x^2 - (a+1)x$ 的极小值点为 x_1 , 极大值点为 x_2 , 若 $x_1 + 2x_2 = 0$, 则曲线 $y = f(x)$ 在坐标原点处的切线方程为

- A. $y = 2x$ B. $y = x$ C. $y = \frac{1}{2}x$ D. $y = \frac{1}{3}x$

12. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F , 以坐标原点 O 为圆心, 线段 OF 为半径作圆, 与 C 的右支的一个交点为 A , 若 $\cos \angle AOF = \frac{\sqrt{13}}{7}$, 则 C 的离心率为

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{7}$

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分.

13. 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 直线 $y = 4$ 与抛物线交于点 M , 且 $|MF| = 4$, 则 $p =$ _____.

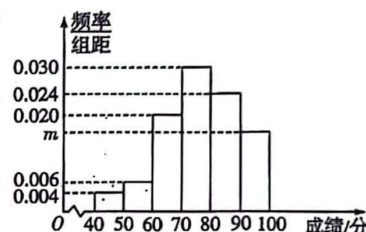
14. 某品牌新能源汽车 2019—2022 年这四年的销量逐年增长,2019 年销量为 5 万辆,2022 年销量为 22 万辆,且这四年销量的中位数与平均数相等,则这四年的总销量为 _____ 万辆.
15. 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, E 是线段 AD 上的动点, 设 $\overrightarrow{CE} = x\overrightarrow{CA} + y\overrightarrow{CB}$ ($x, y \in \mathbb{R}$), 则 $2x + 3y =$ _____.
16. 若 α, β 为锐角, 且 $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$, 则 $\tan \alpha + \tan \beta$ 的最小值为 _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤. 第 17 ~ 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

某校组织全校 800 名学生进行校园安全相关知识的测试, 从中随机抽取了 100 名学生的测试成绩 (单位: 分), 按照 $[40, 50)$, $[50, 60)$, \dots , $[90, 100]$ 分组, 绘制成如图所示的频率分布直方图.



- (I) 求 m 的值, 并估计全校学生测试成绩在 $[80, 100]$ 内的人数;
- (II) 学校想了解部分学生测试成绩较低的原因, 从样本中测试成绩在 $[50, 60)$ 内的学生中随机抽取 2 名学生座谈, 已知这些待选的学生中包含 A 和 B, 求 A 和 B 至少有一人被抽到的概率.

18. (12 分)

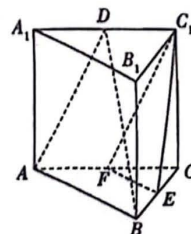
记递增的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $S_5 = 85$, 且 $a_6 = 7a_1$.

- (I) 求 a_n 和 S_n ;
- (II) 设 $b_n = \frac{5}{a_n a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (12 分)

如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AC = 2BC = CC_1 = 2$, D, E, F 分别是棱 A_1C_1, BC, AC 的中点, $AB \perp BC$.

- (I) 证明: 平面 $ABD \parallel$ 平面 FEC_1 ;
- (II) 求点 F 到平面 ABD 的距离.



20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(2, 3)$, 且 C 的右焦点为 $F(2, 0)$.

(I) 求 C 的离心率;

(II) 过点 F 且斜率为 1 的直线与 C 交于 M, N 两点, P 是直线 $x = 8$ 上的动点, 记直线 PM, PN, PF 的斜率分别为 k_{PM}, k_{PN}, k_{PF} , 证明: $k_{PM} + k_{PN} = 2k_{PF}$.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = -\frac{3}{x^3} + \frac{a}{x^2} - \frac{1}{x}, a \in \mathbf{R}$.

(I) 讨论 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上的单调性;

(II) 若存在 $x \in \left[\frac{1}{2}, 4\right]$ 使不等式 $f(x) \leq \frac{2\ln x}{x^2}$ 成立, 求 a 的取值范围.

参考数据: $\ln 2 \approx 0.7$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22, 23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \sqrt{6} \cos \alpha, \\ y = \sqrt{3} + \sqrt{6} \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以原点 O

为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = 1$.

(I) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(II) 若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 与 x 轴交于点 P , 求 $|PA|^2 + |PB|^2$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = 2|x + 1|, g(x) = 4 + |2x - 1|$.

(I) 求不等式 $f(x) + 2 \leq g(x)$ 的解集;

(II) 若关于 x 的不等式 $f(x) + g(x) \geq 2a^2 - 13a$ 的解集为 \mathbf{R} , 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

