

## 2020~2021 学年湖北省新高考模拟联考

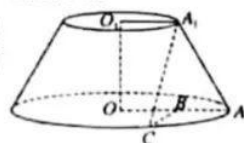
# 数 学

### 考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围：新高考范围。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集为  $U$ ，集合  $A, B$  为  $U$  的子集，若  $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$ ，则  $A \cap B =$   
A.  $\complement_U B$                       B.  $\complement_U A$                       C.  $A$                                   D.  $B$
2. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，角  $\alpha$  的顶点为  $O$ ，始边为  $x$  轴的非负半轴，若点  $P(-1, 2)$  是角  $\alpha$  终边上的一点，则  $\tan(\pi - 2\alpha)$  等于  
A.  $-\frac{3}{4}$                               B.  $\frac{3}{4}$                                   C.  $-\frac{4}{3}$                               D.  $\frac{4}{3}$
3. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{16} = 1 (a > 0)$  的一条渐近线方程为  $2x - y = 0$ ， $F_1, F_2$  分别是双曲线  $C$  的左、右焦点， $P$  为双曲线  $C$  上一点，若  $|PF_1| = 5$ ，则  $|PF_2| =$   
A. 1                                  B. 9                                  C. 1 或 9                              D. 3 或 9
4. 已知复数  $z_n = 1 + i + i^2 + \dots + i^n (i$  为虚数单位， $n \in \mathbb{N}^*)$ ，若  $M = \{z \mid z = z_s \cdot z_t (s, t = 1, 2, \dots, n)\}$ ，从  $M$  中任取一个元素，其模为 1 的概率为  
A.  $\frac{3}{7}$                                   B.  $\frac{2}{7}$                                   C.  $\frac{1}{7}$                                   D.  $\frac{1}{n}$
5. 生物体的生长都经过发生、发展、成熟三个阶段，每个阶段的生长速度各不相同，通常在发生阶段生长速度较为缓慢、在发展阶段速度加快、在成熟阶段速度又趋于缓慢，按照上述三个阶段生长得到的变化曲线称为生长曲线。美国生物学家和人口统计学家雷蒙德·皮尔提出一种能较好地描述生物生长规律的生长曲线，称为“皮尔曲线”，常用“皮尔曲线”的函数解析式为  $f(x) = \frac{K}{1+a^{kx+a}}$  ( $K > 0, a > 1, k < 0$ )。一种刚栽种的果树的生长曲线的函数解析式为  $f(x) = \frac{10}{1+3^{kx+a}} (x \in \mathbb{N})$ ， $x$  表示果树生长的年数， $f(x)$  表示生长第  $x$  年果树的高度，若刚栽种时该果树高为 1 m，经过一年，该果树高为 2.5 m，则  $f(4) - f(3) =$   
A. 1 m                              B. 1.5 m                              C. 2 m                              D. 2.5 m
6. 如图，圆台  $OO_1$  的上底面半径为  $O_1A_1 = 1$ ，下底面半径为  $OA = 2$ ，母线长  $AA_1 = 2$ ，过  $OA$  的中点  $B$  作  $OA$  的垂线交圆  $O$  于点  $C$ ，则异面直线  $OO_1$  与  $A_1C$  所成角的大小为  
A.  $90^\circ$                               B.  $60^\circ$                               C.  $45^\circ$                               D.  $30^\circ$



【湖北省新高考模拟联考·数学 第 1 页(共 4 页)】

7. “杨辉三角”是中国古代数学文化的瑰宝之一,最早在中国南宋数学家杨辉 1261 年所著的《详解九章算法》一书中出现,欧洲数学家帕斯卡在 1654 年才发现这一规律,比杨辉要晚近四百年.在由二项式系数所构成的“杨辉三角”中(如下图),记第 2 行的第 3 个数字为  $a_1$ 、第 3 行的第 3 个数字为  $a_2$ ,……,第  $n$  ( $n \geq 2$ ) 行的第 3 个数字为  $a_{n-1}$ ,则  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} =$

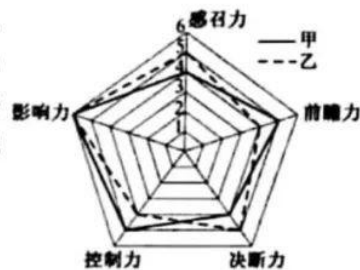
第0行			1					
第1行			1	1				
第2行			1	2	1			
第3行			1	3	3	1		
第4行			1	4	6	4	1	
第5行			1	5	10	10	5	1
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

- A. 96                                      B. 120                                      C. 186                                      D. 220
8. 已知点  $P$  在直线  $x+y=4$  上,过点  $P$  作圆  $O: x^2+y^2=4$  的两条切线,切点分别为  $A, B$ ,则点  $M(3, 2)$  到直线  $AB$  距离的最大值为

- A.  $\sqrt{5}$                                       B. 2                                      C.  $\sqrt{3}$                                       D.  $\sqrt{2}$

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

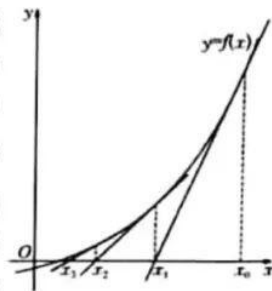
9. 在管理学研究中,有一种衡量个体领导力的模型,称为“五力模型”,即一个人的领导力由五种能力——影响力、控制力、决断力、前瞻力和感召力构成.右图是某企业对两位领导人领导力的测评图,其中每项能力分为三个等级,“一般”记为 4 分、“较强”记为 5 分、“很强”记为 6 分,把分值称为能力指标,则下列判断正确的是



- A. 甲、乙的五项能力指标的均值相同  
B. 甲、乙的五项能力指标的方差相同  
C. 如果从控制力、决断力、前瞻力考虑,乙的领导力高于甲的领导力  
D. 如果从影响力、控制力、感召力考虑,甲的领导力高于乙的领导力
10. 已知两个不为零的实数  $x, y$  满足  $x < y$ ,则下列结论正确的是

- A.  $xy < y^2$                                       B.  $3^{x-y} > 1$                                       C.  $x|x| < y|y|$                                       D.  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} < e^x - e^y$

11. 英国数学家牛顿在 17 世纪给出了一种求方程近似根的方法——牛顿迭代法,做法如下:如图,设  $r$  是  $f(x)=0$  的根,选取  $x_0$  作为  $r$  的初始近似值,过点  $(x_0, f(x_0))$  作曲线  $y=f(x)$  的切线  $l: y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$ ,则  $l$  与  $x$  轴的交点的横坐标  $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$  ( $f'(x_0) \neq 0$ ),称  $x_1$  是  $r$  的一次近似值;过点  $(x_1, f(x_1))$  作曲线  $y=f(x)$  的切线,则该切线与  $x$  轴的交点的横坐标为  $x_2$ ,称  $x_2$  是  $r$  的二次近似值;重复以上过程,得  $r$  的近似值序列,其中  $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$  ( $f'(x_n) \neq 0$ ),称  $x_{n+1}$  是  $r$  的  $n+1$  次近似值,这种求方程  $f(x)=0$  近似解的方法称为牛顿迭代法.若使用该方法求方程  $x^2=2$  的近似解,则



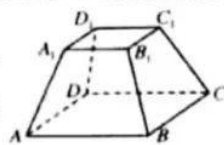
- A. 若取初始近似值为 1,则该方程解的二次近似值为  $\frac{17}{12}$   
B. 若取初始近似值为 2,则该方程解的二次近似值为  $\frac{17}{12}$   
C.  $x_4 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} + \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} + \frac{f(x_3)}{f'(x_3)}$   
D.  $x_4 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)}$

【湖北省新高考模拟联考·数学 第 2 页(共 4 页)】

12. 已知函数  $f(x) = \sin^n x + \cos^n x (n \in \mathbb{N}^*)$ , 则
- A. 对任意正奇数  $n$ ,  $f(x)$  为奇函数
- B. 对任意正整数  $n$ ,  $f(x)$  的图象都关于直线  $x = \frac{\pi}{4}$  对称
- C. 当  $n=3$  时,  $f(x)$  在  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上的最小值为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- D. 当  $n=4$  时,  $f(x)$  的单调递增区间是  $[-\frac{\pi}{4} + k\pi, k\pi] (k \in \mathbb{Z})$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若向量  $a, b$  满足  $|a| = |b|$ ,  $|a + 2b| = \sqrt{3}|a|$ , 则向量  $a, b$  的夹角为 \_\_\_\_\_.
14. 请写出一个函数  $f(x) =$  \_\_\_\_\_, 使之同时具有如下性质: ①  $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = f(4-x)$ , ②  $\forall x \in \mathbb{R}, f(x+4) = f(x)$ .
15. 已知椭圆  $C$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 直线  $AB$  过  $F_1$  与椭圆交于  $A, B$  两点, 当  $\triangle F_2AB$  为正三角形时, 该椭圆的离心率为 \_\_\_\_\_.
16. 在上、下底面均为正方形的四棱台  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, 已知  $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1 = \sqrt{2}$ ,  $AB = 2, A_1B_1 = 1$ , 则该四棱台的表面积为 \_\_\_\_\_; 该四棱台外接球的体积为 \_\_\_\_\_. (本小题第一空 2 分, 第二空 3 分)



四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)
- 在等比数列  $\{a_n\}$  中, 公比  $q > 0$ , 其前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $S_2 = 6$ , \_\_\_\_\_.
- (1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;
- (2) 设  $b_n = \log_2 2$ , 且数列  $\{c_n\}$  满足  $c_1 = 1, c_{n+1} - c_n = b_{n+1} b_n$ , 求数列  $\{c_n\}$  的通项公式.
- 从 ①  $S_4 = 30$ , ②  $S_6 - S_4 = 96$ , ③  $a_3$  是  $S_3$  与 2 的等差中项, 这三个条件中任选一个, 补充到上面问题中的横线上, 并作答.
- 注: 如果选择多个条件分别解答, 按照第一个解答计分.

18. (本小题满分 12 分)

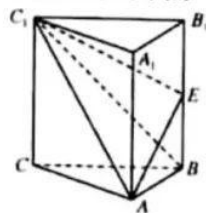
在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,  $b \cos C = a + \frac{\sqrt{3}}{3} c \sin B$ , 点  $D$  在边  $AC$  上, 且  $AD = 2DC$ ,  $BD = 2$ .

- (1) 求角  $B$  的大小;
- (2) 求  $\triangle ABC$  面积的最大值.

19. (本小题满分 12 分)

在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $AA_1 \perp$  底面  $ABC$ ,  $\triangle ABC$  为正三角形,  $AB = AA_1 = 2$ ,  $E$  是  $BB_1$  的中点.

- (1) 求证: 平面  $AEC_1 \perp$  平面  $AA_1C_1C$ ;
- (2) 求二面角  $B - AC_1 - E$  的余弦值.



20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线  $C: x^2 = 4y$  的焦点为  $F$ , 准线为  $l$ . 设过点  $F$  且不与  $x$  轴平行的直线  $m$  与抛物线  $C$  交于  $A, B$  两点, 线段  $AB$  的中点为  $M$ , 过  $M$  作直线垂直于  $l$ , 垂足为  $N$ , 直线  $MN$  与抛物线  $C$  交于点  $P$ .

(1) 求证: 点  $P$  是线段  $MN$  的中点.

(2) 若抛物线  $C$  在点  $P$  处的切线与  $y$  轴交于点  $Q$ , 问是否存在直线  $m$ , 使得四边形  $MPQF$  是有一个内角为  $60^\circ$  的菱形? 若存在, 请求出直线  $m$  的方程; 若不存在, 请说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

现代战争中, 经常使用战斗机携带空对空导弹攻击对方战机, 在实际演习中空对空导弹的命中率约为  $20\%$ , 由于飞行员的综合素质和经验的的不同, 不同的飞行员使用空对空导弹命中对方战机的概率也不尽相同. 在一次演习中, 红方的甲、乙两名优秀飞行员发射一枚空对空导弹命中蓝方战机的概率分别为  $\frac{1}{3}$  和  $\frac{1}{4}$ , 两名飞行员各携带 4 枚空对空导弹.

(1) 甲飞行员单独攻击蓝方一架战机, 连续不断地发射导弹攻击, 一旦命中或导弹用完即停止攻击, 各次攻击相互独立, 求甲飞行员能够命中蓝方战机的概率?

(2) 蓝方机群共有 8 架战机, 若甲、乙共同攻击(战机均在攻击范围之内, 每枚导弹只攻击其中一架战机, 甲、乙不同时攻击同一架战机).

① 若一轮攻击中, 每人只有两次进攻机会, 记一轮攻击中, 击中蓝方战机数为  $X$ , 求  $X$  的分布列;

② 若实施两轮攻击(用完携带的导弹), 记命中蓝方战机数为  $Y$ , 求  $Y$  的数学期望  $E(Y)$ .

22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = a \ln x + x + 1 (a \in \mathbf{R})$ .

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 若不等式  $x^2 f(x) \leq e^x$  对任意的  $x \in (1, +\infty)$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

## 关于我们

**自主选拔在线**（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承“专业、专注、有态度”的创办公念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



 微信搜一搜

 自主选拔在线