

姓 名 _____

准考证号 _____

岳阳市 2023 年高二教学质量监测 数 学

本试卷共 4 页，22 道题，满分 150 分，考试用时 120 分钟。

注意事项：

- 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷和答题卡上。
 - 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
 - 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
- 一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 7x + 10 \leq 0\}$, $B = \{x | |x| \leq 5\}$, 则 $A \cap B =$

- A. B. $[2, 5]$ C. $[3, 5]$ D. $[-5, 5]$

2. 已知 i 为虚数单位, $z = 3 + i$, 则 $\left| \frac{z}{\bar{z} + i} \right| =$

- A. $\frac{\sqrt{10}}{3}$ B. $\sqrt{10}$ C. $\frac{\sqrt{130}}{13}$ D. $\sqrt{130}$

3. 向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = 2$, 且 $|\vec{b}| = 1$, 则向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影向量为

- A. 1 B. -1 C. $\vec{b}$ D. $-\vec{b}$

4. 已知函数 $f(x) = a \ln x + x^2$ 在 $x = 1$ 处的切线与直线 $x + y + 1 = 0$ 垂直, 则 $a =$

- A. 2 B. -2 C. 1 D. -1

5. $\left(1 - \frac{1}{x^3}\right)\left(2x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$ 的展开式中, 常数项为

- A. -300 B. -180 C. 180 D. 300

6. 已知 $\frac{1-\cos x+\sin x}{1+\cos x+\sin x} = -2$, 则 $\tan x$ 的值为

- A. $\frac{4}{3}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $-\frac{3}{4}$

7. 蹴鞠又名蹴球, 蹴有用脚踢的含义, 鞠最早为外包皮革、内充米糠的球。因而蹴鞠就是古人以脚踢皮球的活动, 类似于今天的足球。2006年5月20日, 蹴鞠已作为非物质文化遗产经国务院批准列入第一批国家非物质文化遗产名录。已知某鞠表面上有四个点

A, B, C, D , 若四面体 $ABCD$ 的体积为 $\frac{\sqrt{2}}{6}$, BD 经过该鞠的中心,

$AB = BC = 1$, $AB \perp BC$, 则该鞠的表面积为

- A. 2π B. 4π C. 8π D. 16π

8. 已知 $a = 0.16$, $b = e^{0.4} - 1$, $c = 0.8 - 2\ln 1.4$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $a > c > b$ B. $a > b > c$ C. $b > a > c$ D. $c > b > a$

二、选择题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得5分, 部分选对的得2分, 有选错的得0分。

9. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为内角 A, B, C 所对的边。已知 $\frac{\cos B}{\cos C} = \frac{b}{2a-c}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$, 且 $b = 3$, 则

- A. $\cos B = \frac{1}{2}$ B. $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $a+c = 3\sqrt{2}$ D. $a-c = \sqrt{3}$

10. 已知 $a > 0$, $b > 0$, 且 $a+b=4$, 则下列结论一定正确的是

- A. $(a+2b)^2 \geq 8ab$ B. $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \geq 2\sqrt{ab}$ C. ab 有最大值 4 D. $\frac{1}{a} + \frac{4}{b}$ 有最小值 9

11. 下列命题中, 正确的是

A. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(1, \sigma^2)$, 若 $P(X \leq 0) = 0.2$, 则 $P(X < 2) = 0.8$

B. “ $a < 11$ ”是“ $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + a < 0$ ”的充分不必要条件

C. 用 X 表示 n 次独立重复试验中事件 A 发生的次数, p 为每次试验中事件 A 发生的概

率, 若 $E(X) = 50$, $D(X) = 30$, 则 $p = \frac{2}{5}$

D. 一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_{100}$ 的平均值为 27, 则 $x_1+1, x_2+1, \dots, x_{100}+1$ 的平均值为 28.

12. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , A, B 为 C 上两个相异的动点, 分别在点 A, B 处作抛物线 C 的切线 l_1, l_2 , l_1 与 l_2 交于点 P , 则

- A. 若直线 AB 过焦点 F , 则点 P 一定在抛物线 C 的准线上
- B. 若点 P 在直线 $x + y + 4 = 0$ 上, 则直线 AB 过定点 $(4, -2)$
- C. 若直线 AB 过焦点 F , 则 $\triangle ABP$ 面积的最小值为 1
- D. 若 $|AB| = 4$, 则 $\triangle ABP$ 面积的最大值为 1

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 数据: 2, 5, 7, 9, 11, 8, 7, 8, 10 中的第 80 百分位数是_____.

14. 已知圆 $x^2 + y^2 - 6x = 0$, 过点 $(2, 1)$ 的直线被该圆所截的弦长的最小值为_____.

15. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和为 S_n , 且 $S_n = \frac{n}{2}(1+n)$, 则 $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k a_{k+1}} =$ _____.

16. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个顶点分别为 $A(-2, 0), B(2, 0)$, 离心率为

$\frac{\sqrt{3}}{2}$. 点 D 为 x 轴上一点, 过 D 作 x 轴的垂线交椭圆于不同的两点 M, N , 过 D 作 AM 的

垂线交 BN 于点 E , 则 $\triangle BDE$ 与 $\triangle BDN$ 的面积之比为_____.

四. 解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x + 2 \cos^2 x + m$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值为 6.

- (1) 求常数 m 的值;
- (2) 求使 $f(x) \geq 4$ 成立的 x 的取值集合.

18. (本题满分 12 分)

设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $a_2 = 3$, $S_5 = 25$.

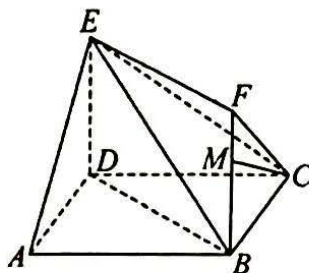
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 若 $b_n = 2^{n-1}$, 令 $c_n = a_n b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (本题满分 12 分)

如图, 在几何体 $ABCDEF$ 中, 菱形 $ABCD$ 所在的平面与矩形 $BDEF$ 所在的平面互相垂直.

(1) 若 M 为线段 BF 上的一个动点, 证明: $CM \parallel$ 平面 ADE

(2) 若 $\angle BAD = 60^\circ$, $AB = 2$, 直线 CF 与平面 BCE 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{15}}{10}$, 求 BF 的长.



20. (本题满分 12 分)

为丰富学生的课外活动, 学校羽毛球社团举行羽毛球团体赛, 赛制采取 5 局 3 胜制, 每局都是单打模式, 每队有 5 名队员, 比赛中每个队员至多上场一次且上场顺序是随机的, 每局比赛结果互不影响, 经过小组赛, 最终甲乙两队进入最后的决赛, 根据前期比赛的数据统计, 甲队明星队员 M 对乙队的每名队员的胜率均为 $\frac{3}{4}$, 甲队其余 4 名队员对乙队每名队员的胜率均为 $\frac{1}{2}$. (注: 比赛结果没有平局)

(1) 求甲队明星队员 M 在前四局比赛中不出场的前提下, 甲乙两队比赛 4 局, 甲队最终获胜的概率;

(2) 求甲乙两队比赛 3 局, 甲队获得最终胜利的概率;

(3) 若已知甲乙两队比赛 3 局, 甲队获得最终胜利, 求甲队明星队员 M 上场的概率.

21. (本题满分 12 分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a \in \mathbb{N}$), 四点 $P_1(1, 1)$, $P_2(1, 0)$, $P_3(\sqrt{2}, \sqrt{3})$, $P_4(\sqrt{2}, -\sqrt{3})$

中恰有三点在双曲线 C 上.

(1) 求 C 的方程;

(2) 设直线 l 不经过 P_2 点且与 C 相交于 A, B 两点. 若直线 P_2A 与直线 P_2B 的斜率的和为 -1 . 证明: l 过定点.

22. (本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln(x+1) - \frac{ax}{x+1}$ ($a \in \mathbb{R}$).

(1) 若 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 求 a 的取值范围;

(2) 证明: $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\left(1 - \frac{1}{2\sqrt{n^2}}\right) \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{n^2+1}}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{4n^2-1}}\right) < \frac{1}{e^n}$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线