

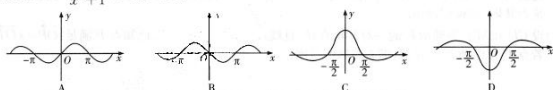
长郡、雅礼、一中、附中联合编审名校卷
2021 届高三月考试卷九(全国卷)
数 学(文科)

时量:120 分钟 满分:150 分

得分

一、选择题(本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求.)

1. 设集合 $A = \{x | x^2 - 4x + 3 < 0\}$, $B = \{x | 2x - 3 > 0\}$, 则 $A \cap B =$
A. $(-3, -\frac{3}{2})$ B. $(-3, \frac{3}{2})$ C. $(1, \frac{3}{2})$ D. $(\frac{3}{2}, 3)$
2. 若 $z = 1 + 2i$, 则 $\frac{4i}{z \cdot \bar{z} - 1} =$
A. 1 B. -1 C. i D. -i
3. 设 $a = 6^{0.4}$, $b = \log_4 0.5$, $c = \log_2 0.4$, 则 a, b, c 的大小关系是
A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $b < c < a$
4. 函数 $f(x) = \frac{\sin x}{x^2 + 1}$ 的图象大致为



5. 某人在同一群体中调查了人们对 6 杯饮品口味的看法,得到数据如表:

饮品	第 1 杯	第 2 杯	第 3 杯	第 4 杯	第 5 杯	第 6 杯
好评率	0.13	0.52	0.22	0.45	0.98	0.30
差评率	0.87	0.48	0.78	0.55	0.02	0.70

根据这些数据,可知这一群体意见分歧较大的两杯饮品是

- A. 第 1 杯与第 3 杯 B. 第 2 杯与第 4 杯
 - C. 第 1 杯与第 5 杯 D. 第 3 杯与第 5 杯
6. 已知四边形 $ABCD$ 为长方形, $AB = 2$, $BC = 1$, O 为 AB 的中点,在长方形 $ABCD$ 内随机取一点,得到的点到 O 的距离大于 1 的概率为

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $1 - \frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{8}$ D. $1 - \frac{\pi}{8}$

7. 《掷铁饼者》取材于古希腊的体育竞技活动,刻画的是—名强健的男子在掷铁饼过程中最具有表现力的瞬间.现在把掷铁饼者张开的双臂及肩近似看成—张“弓”,掷铁饼者的肩宽约为 $\frac{\pi}{8}$ 米,一只手臂长约为 $\frac{\pi}{4}$ 米,“弓”所在圆的半径约为 $\frac{15}{16}$ 米,则掷铁饼者双手之间的直线距离约为

- A. $\frac{15}{16}$ 米 B. $\frac{15\sqrt{2}}{16}$ 米
- C. $\frac{15\sqrt{3}}{16}$ 米 D. $\frac{15\sqrt{3}}{32}$ 米



文科数学试题 第 1 页(共 4 页)

8. 新闻出版业不断推进供给侧结构性改革,深入推动优化升级和融合发展,持续提高优质出版产品供给,实现了行业的良性发展.下面是 2017 年至 2021 年我国新闻出版业和数字出版业营收情况,则下列说法错误的是



- A. 2017 年至 2021 年我国新闻出版业和数字出版业营收均逐年增加
 - B. 2021 年我国数字出版业营收超过 2017 年我国数字出版业营收的 2 倍
 - C. 2021 年我国新闻出版业营收超过 2017 年我国新闻出版业营收的 1.5 倍
 - D. 2021 年我国数字出版业营收占新闻出版业营收的比例未超过三分之一
9. 若 $b < a < 0$, 则下列结论错误的是

- A. $a^2 < b^2$ B. $ab < b^2$ C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ D. $|a| + |b| > |a + b|$

10. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln a + \ln x}{x}$ 在 $[1, +\infty)$ 上为减函数,则实数 a 的取值范围是

- A. $0 < a < \frac{1}{e}$ B. $0 < a \leq \frac{1}{e}$ C. $a \leq e$ D. $a \geq e$

11. 如图, AB 是圆 O (O 为圆心)的一条弦,由下列一个条件能确定 $\vec{AB} \cdot \vec{AO}$ 值的有

- A. 已知圆的半径长
- B. 已知弦长 $|AB|$
- C. 已知 $\angle OAB$ 大小
- D. 已知点 O 到弦 AB 的距离



12. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x - \frac{\pi}{6}) + t$ ($\omega > 0$),点 P, Q, R 是直线 $y = m$ ($m > 0$) 与函数 $f(x)$ 的图象自

左至右的某三个相邻交点,且 $2|PQ| = |QR| = \frac{2\pi}{3}$.若对 $\forall a, b, c \in [0, \frac{\pi}{2}]$,以 $f(a), f(b), f(c)$ 的值为边长可以构成一个三角形,那么实数 t 的取值范围是

- A. $(1, +\infty)$ B. $(2, +\infty)$ C. $(3, +\infty)$ D. $(4, +\infty)$

二、填空题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 设正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若 $S_2 = 3, S_4 = 15$,则公比 q 等于

14. 若抛物线 $y^2 = 2px$ 上一点 $P(2, y_0)$ 到其准线的距离为 4,则抛物线的标准方程为

15. 已知直线 l_1, l_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的两条渐近线,点 P 是双曲线 C 上一点,若点 P 到渐近线 l_1 的距离的取值范围是 $[\frac{1}{2}, 1]$,则点 P 到渐近线 l_2 的距离的取值范围是

16. 如图,在平面四边形 $PQRS$ 中, $\angle QPS = \frac{\pi}{2}, \angle QSR = \frac{\pi}{2}, PQ = PS = SR = 2$.将该平面图形沿折线 QS 折成一个直二面角 $P-QS-R$,三棱锥 $P-QRS$ 的体积为;三棱锥 $P-QRS$ 的外接球的体积为 (第一空 2 分,第二空 3 分).



文科数学试题 第 2 页(共 4 页)

三、解答题：本大题共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共 60 分。

17. (本题满分 12 分)

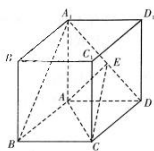
设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $S_n = 2^n - 1$ ，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 2, b_{n+1} - 2b_n = 8a_n$ 。

- (1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；
(2)求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

18. (本题满分 12 分)

如图，在底面是菱形的四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $AA_1 = AC = 2, A_1B = A_1D = 2\sqrt{2}$ ，点 E 在 A_1D 上。

- (1)求证： $AA_1 \perp$ 平面 $ABCD$ ；
(2)当 E 为线段 A_1D 的中点时，求点 A_1 到平面 EAC 的距离。



19. (本题满分 12 分)

网购是当前民众购物的新方式，某公司为改进营销方式，随机调查了 100 名市民，统计其周平均网购的次数，并整理得到如右的频数直方图。将周平均网购次数不小于 1 次的民众称为网购迷。这 100 名市民中，年龄不超过 40 岁的有 65 人，且网购迷中有 5 名市民的年龄超过 40 岁。

- (1)根据已知条件完成下面的 2×2 列联表，能否在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下认为网购迷与年龄不超过 40 岁有关？

	网购迷	非网购迷	合计
年龄不超过 40 岁			
年龄超过 40 岁			
合计			

- (2)现从网购迷中按分层抽样选 5 人代表进一步进行调查，若从 5 人代表中任意挑选 2 人，求挑选的 2 人中有年龄超过 40 岁的概率。

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ， $n = a+b+c+d$ ；

$P(K^2 \geq k_0)$	0.50	0.25	0.15	0.1	0.05	0.025	0.01
k_0	0.455	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

20. (本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ax \ln x - bx^2 - ax$ 。

- (1)曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $x + y + \frac{1}{2} = 0$ ，求 a, b 的值；
(2)若 $a \leq 0, b = \frac{1}{2}$ 时， $\forall x_1, x_2 \in (1, e)$ ，都有 $\frac{|f(x_1) - f(x_2)|}{|x_1 - x_2|} < 3$ ，求 a 的取值范围。

21. (本题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ，连接椭圆上任意两点的线段叫作椭圆的弦，过椭圆中心的弦叫做椭圆的直径。若椭圆的两直径的斜率之积为 $-\frac{b^2}{a^2}$ ，则称这两直径为椭圆的共轭直径。特别地，若一条直径所在的斜率为 0，另一条直径的斜率不存在时，也称这两直径为共轭直径。现已知椭圆 $E: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 。

- (1)已知点 $A(1, \frac{3}{2}), B(-1, -\frac{3}{2})$ 为椭圆 E 上两定点，求 AB 的共轭直径的端点坐标。
(2)过点 $(-\sqrt{3}, 0)$ 作直线 l 与椭圆 E 交于 A_1, B_1 两点，直线 AO 与椭圆 E 的另一个交点为 A_2 ，直线 BO 与椭圆 E 的另一个交点为 B_2 ，当 $\triangle A_1OB_1$ 的面积最大时，直径 A_1A_2 与直径 B_1B_2 是否共轭，请说明理由。
(3)设 CD 和 MN 为椭圆 E 的一对共轭直径，且线段 CM 的中点为 T 。已知点 P 满足： $\vec{OP} = \lambda \vec{OT}$ ，若点 P 在椭圆 E 的外部，求 λ 的取值范围。

(二)选考题：共 10 分。请考生在 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22. (本题满分 10 分)选修 4-4：坐标系与参数方程

在以原点 O 为极点， x 轴的非负半轴为极轴的极坐标系中，曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho = 4 \cos \theta$ ，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \cos^2 \theta = \sin \theta$ 。

- (1)求曲线 C_2 的直角坐标方程；
(2)过原点 O 且倾斜角为 $\alpha (\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{4})$ 的射线 l 与曲线 C_1, C_2 分别相交于 A, B 两点 (A, B 异于原点)，求 $|OA| \cdot |OB|$ 的取值范围。

23. (本题满分 10 分)选修 4-5：不等式选讲

已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x) = |x+1| + |x-2|$ 的最小值为 a 。

- (1)求 a 的值；
(2)若 p, q 是正实数，且满足 $p+q=a$ ，求证： $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \geq \frac{4}{3}$ 。

文科数学试题 第 3 页 (共 4 页)

文科数学试题 第 4 页 (共 4 页)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主选拔在线官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线

关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》

