

高一年级数学答案 202306

一、单选题 CB CD BD AA

二、多选题 9. ABD 10. CD 11. AB 12. ABC

三、填空题 13. $(-\frac{6}{5}, -\frac{8}{5})$ 14. 16π 15. 96π 16. 3

四、解答题

17. (1) 由题 $z_2 = 1 - 2i$, 则 $z_1 - z_2 = a^2 - 2ai - 1 + 2i = (a^2 - 1) + (2 - 2a)i$,

由 $z_1 - z_2$ 为纯虚数得, $\begin{cases} a^2 - 1 = 0 \\ 2 - 2a \neq 0 \end{cases}$, 解得 $a = -1$.

(2) $z_1 + z_2 = a^2 i + 2a + 1 - 2i = (2a + 1) + (a^2 - 2)i$, 在复平面内的对应点在第三象限, 则

$$\begin{cases} 2a + 1 < 0 \\ a^2 - 2 < 0 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} a < -\frac{1}{2} \\ -\sqrt{2} < a < \sqrt{2} \end{cases}, \text{ 解得 } -\sqrt{2} < a < -\frac{1}{2}.$$

18. (1) 联立 $\begin{cases} \vec{a} + \vec{b} = 2\vec{e}_1 + (2 - \lambda)\vec{e}_2 \\ \vec{a} - \vec{b} = (\lambda + 2)\vec{e}_2 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} \vec{a} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 \\ \vec{b} = \vec{e}_1 - \lambda\vec{e}_2 \end{cases}$, 因为 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 所以 $2 + \lambda = 0$, 即 $\lambda = -2$.

(2) 由 (1) 知, $\vec{a} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, $\vec{b} = \vec{e}_1 - \lambda\vec{e}_2$, $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 1 \times 2 \times (-\frac{1}{2}) = -1$,

所以 $\vec{a} \cdot \vec{b} = (\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2) \cdot (\vec{e}_1 - \lambda\vec{e}_2) = \vec{e}_1^2 - 2\lambda\vec{e}_2^2 + (2 - \lambda)\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 1 - 8\lambda + \lambda - 2 = -7\lambda - 1 = 6$, 所以 $\lambda = -1$.

19. (1) 记“甲同学回答正确这道题”, “乙同学回答正确这道题”, “丙同学回答正确这道题” 分别为事件 A, B, C , 则 $P(A) = \frac{3}{4}$, $P(\bar{A})P(\bar{C}) = \frac{1}{20}$, $P(B)P(C) = \frac{8}{15}$,

即 $[1 - P(A)][1 - P(C)] = \frac{1}{20}$, 所以 $P(B) = \frac{2}{3}$, $P(C) = \frac{4}{5}$.

所以乙、丙两名同学各自回答正确这道题的概率为 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{4}{5}$.

(2) 有 0 名同学回答正确的概率 $P_0 = P(\bar{A}\bar{B}\bar{C}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{60}$,

有 1 名同学回答正确的概率 $P_1 = P(\bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{9}{60}$,

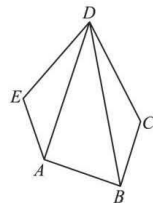
所以不少于 2 名同学回答正确这道题的概率 $P = 1 - P_0 - P_1 = 1 - \frac{1}{60} - \frac{9}{60} = 1 - \frac{10}{60} = \frac{5}{6}$.

20. (1) $\because A, B, D, E$ 四点共圆, $\angle ABD = 60^\circ$, $\therefore \angle AED = 120^\circ$,

$$\because \cos \angle EDA = \frac{5\sqrt{7}}{14}, \therefore \sin \angle EDA = \sqrt{1 - \cos^2 \angle EDA} = \frac{\sqrt{21}}{14};$$

在 $\triangle ADE$ 中, 由正弦定理得: $\frac{AE}{\sin \angle EDA} = \frac{AD}{\sin \angle AED}$, $\therefore AE = 2$,

$$\sin \angle EDA = \frac{\sqrt{21}}{14}, \therefore AD = \frac{AE \cdot \sin \angle AED}{\sin \angle EDA} = 2\sqrt{7};$$



在 $\triangle ABD$ 中, 由余弦定理知: $AD^2 = BD^2 + AB^2 - 2AB \cdot BD \cdot \cos \angle ABD$,

即 $BD^2 - 2BD - 24 = 0$, 解得: $BD = 6$ 或 $BD = -4$ (舍), $\therefore BD = 6$.

(2) 在 $\triangle BCD$ 中, $\angle BCD = 135^\circ$, $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \cdot CB \cdot CD \cdot \sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot CB \cdot CD$;

在 $\triangle BCD$ 中, 由余弦定理得: $BD^2 = CD^2 + CB^2 - 2CB \cdot CD \cdot \cos \angle BCD$,

$\therefore 36 = CD^2 + CB^2 + \sqrt{2}CB \cdot CD \geq (2 + \sqrt{2})CB \cdot CD$ (当且仅当 $CB = CD$ 时取等号),

$CB \cdot CD \leq \frac{36}{2 + \sqrt{2}} = 18(2 - \sqrt{2})$, $\therefore S_{\triangle BCD} \leq \frac{\sqrt{2}}{4} \times 18(2 - \sqrt{2}) = 9\sqrt{2} - 9$,

即 $\triangle BCD$ 区域面积的最大值为 $9\sqrt{2} - 9$.

21. (1) 如图, 取 CD 中点为 H , 连接 HE , HF .

因为 E , F 分别是 PC , BD 的中点.

又 H 为 CD 的中点, 所以 $EH \parallel PD$, $FH \parallel BC$.

又 $AD \parallel BC$, 所以 $FH \parallel AD$.

因为 $EH \not\subset$ 平面 PAD , $PD \subset$ 平面 PAD , 所以 $EH \parallel$ 平面 PAD .

同理可得, $FH \parallel$ 平面 PAD . 因为 $EH \subset$ 平面 EFH , $FH \subset$ 平面 EFH , $EH \cap FH = H$, 所以,

平面 $EFH \parallel$ 平面 PAD . 因为 $EF \subset$ 平面 EFH , 所以 $EF \parallel$ 平面 PAD .

(2) 在 $Rt\triangle PCD$ 中, $PD = DC = 2$, $PD \perp DC$,

E 为 PC 的中点, 所以 $DE = \sqrt{2}$,

在 $Rt\triangle BCE$ 中, $BC = 2$, $EC = \sqrt{2}$, $PC \perp BC$, 所以 $BE = \sqrt{6}$,

又 $\because BD$ 为正方形 $ABCD$ 的对角线, $\therefore BD = 2\sqrt{2}$,

$\therefore \triangle BDE$ 为直角三角形, 在 $\triangle BDE$ 中过 E 作 $EM \perp BD$, 垂足为 M ,

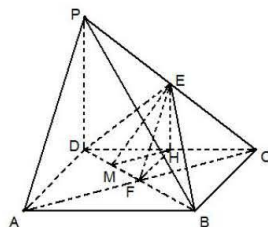
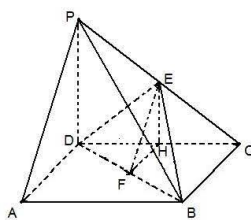
易得 $DM = \frac{\sqrt{2}}{2}$, M 为 DF 的中点, 连接 MH ,

$\because M, H$ 分别为 DF , DC 的中点, $\therefore MH$ 为 $\triangle DFC$ 的中位线, $\therefore MH \parallel FC$, $MH = \frac{1}{2}FC = \frac{\sqrt{2}}{2}$

又因为正方形的对角线相互垂直, 所以 $MH \perp BD$, 即 $\angle EMH$ 为平面 EBD 与平面 CBD 所成二面角,

由 (1) 可知, $EH = 1$, $EH \perp MH$, $\therefore \tan \angle EMH = \frac{EH}{MH} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$,

所以平面 EBD 与平面 CBD 所成二面角的正切值为 $\sqrt{2}$.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线