2023届高三冲刺卷(三) 全国卷
理 科 数 学 试 题

注意事项:

1.答卷前,考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为120分钟,满分150分

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1.集合 $A=\{x|x^2+x-2=0\}$,$B=\{1,2\}$,则 $A\cap B=$

A.$\{0,1\}$　　B.$\{1\}$　　C.$\{2\}$　　D.$\{-1\}$

2.复数 $z=\dfrac{-2+ai}{2+i}$ 为纯虚数,则实数 a 的值为

A.-4　　B.-1　　C.4　　D.1

3.已知 $\boldsymbol{a}=(-2,6)$,$\boldsymbol{b}=(4,\lambda)$,若 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$,则向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 的夹角的余弦值为

A.$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B.$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C.$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D.$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

4.某小学从2位语文教师,4位数学教师中安排3人到西部三个省支教,每个省各1人,且至少有1位语文教师入选,则不同安排方法有(　　)种.

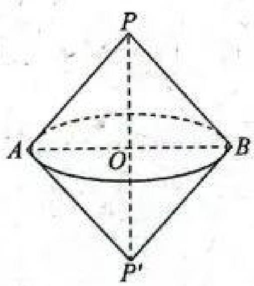
A.16　　B.20　　C.96　　D.120

5.已知函数 $f(x)=x^2\ln x$,则下列结论正确的是

A.$f(x)$在 $x=\dfrac{1}{\sqrt{e}}$ 处得到极大值 $-\dfrac{1}{2e}$　　B.$f(x)$在 $x=\sqrt{e}$ 处得到极大值 $\dfrac{e}{2}$

C.$f(x)$在 $x=\dfrac{1}{\sqrt{e}}$ 处得到极小值 $-\dfrac{1}{2e}$　　D.$f(x)$在 $x=\sqrt{e}$ 处得到极小值 $\dfrac{e}{2}$

6.如图,该几何体为两个底面半径为1,高为1的相同的圆锥形成的组合体,设它的体积为 V_1,它的内切球的体积为 V_2,则 $V_1:V_2=$



A.$2:\sqrt{3}$　　B.$2\sqrt{2}:3$　　C.$2:\sqrt{2}$　　D.$\sqrt{2}:1$

7.已知 $(ax-2)(x+1)^4$ 的展开式中 x^3 的系数为 -2,则实数 $a=$

A.2　　B.-1　　C.1　　D.-2

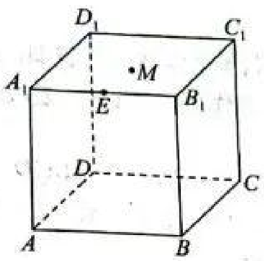
8.已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$f(-x)=-f(x)$，$f(1-x)=f(1+x)$，当 $x\in(0,2]$ 时，$f(x)=x\ln x-1$，则 $f(2\,023)$ 的值为

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

9.函数 $f(x)=2\sin(2x+\varphi)\left(0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{12}$ 对称，则 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$ 上的最小值为

A. -2　　B. $-\sqrt{3}$　　C. -1　　D. $-\sqrt{2}$

10.设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，点 E 是棱 A_1B_1 的中点，点 M 在正方体的表面上运动，则下列命题：



①如果 $AM\perp BD_1$，则点 M 的轨迹所围成图形的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$；

②如果 B_1M∥平面 AEC_1，则点 M 的轨迹所围成图形的周长为 $\frac{3\sqrt{5}}{2}$；

③如果 EM∥平面 D_1B_1BD，则点 M 的轨迹所围成图形的周长为 $2+\sqrt{2}$；

④如果 $EM\perp BD_1$，则点 M 的轨迹所围成图形的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$。

其中正确的命题个数为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

11.已知函数 $f(x)=ae^x$，$g(x)=2x+b$，若 $f(x)\geqslant g(x)$ 恒成立，则 $\frac{b}{a}$ 的最大值是

A. -1　　B. 1　　C. 2　　D. $\sqrt{2}$

12.已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的准线为 $l:x=-1$，焦点为 F，过点 F 的直线与抛物线交于 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$ 两点，点 P 在 l 上的射影为 P_1，则下列结论错误的是

A.若 $x_1+x_2=5$，则 $|PQ|=7$

B.以 PQ 为直径的圆与准线 l 相切

C.设 $M(0,1)$，则 $|PM|+|PP_1|\geqslant\sqrt{2}$

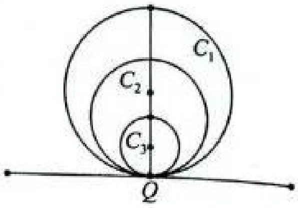
D.过点 $M(0,1)$ 与抛物线 C 有且仅有一个公共点的直线至多有 2 条

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{x-1},x\geqslant 0,\\1+\log_3(3-x),x<0,\end{cases}$ $f(-6)+f(\log_2 6)=$________.

14.我们通常称离心率为 $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 的双曲线为“黄金双曲线”，写出一个焦点在 x 轴上，对称中心为坐标原点的“黄金双曲线”C 的标准方程________.

15.在平面曲线中，曲率(curvature)是表示曲线在某一点的弯曲程度的数值，如图，圆 C_1、C_2、C_3 在点 Q 处的弯曲程度依次增大，而直线在点 Q 处的弯曲程度最小，曲率越大，表示曲线的弯曲程度越大。曲线的曲率定义如下：若 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数，$f''(x)$ 是 $f'(x)$ 的导函数，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x,f(x))$ 处的曲率 $K=\dfrac{|f''(x)|}{\{1+[f'(x)]^2\}^{\frac{3}{2}}}$，则余弦曲线 $f(x)=\cos x$ 在 $(0,1)$ 处的曲率为________；正弦曲线 $g(x)=\sin x(x\in\mathbf{R})$ 曲率 K 的平方 K^2 的最大值为________.



16.已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=1$，$2nS_{n+1}-2(n+1)S_n=n(n+1)$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n=$________.

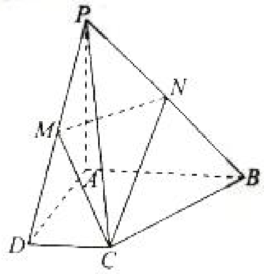
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：60 分。

17.(12 分)如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 为梯形，$AB\parallel CD$，$AD\perp AB$，$AB=AP=2DC=4$，$PB=2AD=4\sqrt{2}$，$PD=2\sqrt{6}$，M，N 分别是 PD，PB 的中点.

(1)求证：直线 $MN\parallel$ 平面 $ABCD$；

(2)求平面 MCN 与平面 $ABCD$ 夹角的余弦值.



18.(12 分)某班从 6 名男生和 4 名女生中，随机抽取 5 人组成数学兴趣小组，另 5 人组成物理兴趣小组.

(1)求数学兴趣小组中包含男生 A，但不包含女生 a 的概率；

(2)用 X 表示物理兴趣小组中的女生人数，求 X 的分布列与数学期望 $E(X)$.

19.(12 分)在 $\triangle ABC$ 中，内角 A，B，C 对应的边分别为 a，b，c，$A<B<C$，$\tan A$，$\tan B$，$\tan C$ 都是整数.

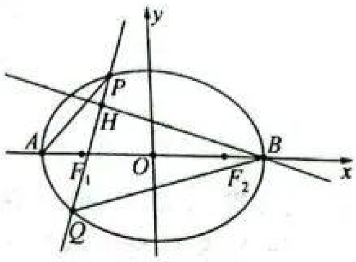
(1)求 A；

(2)若 AB 的中点为 D，求 $\dfrac{CD}{CB}$.

20.(12 分)如图,椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右顶点分别为 A,B,左、右焦点分别为 F_1,F_2,离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$,点 $M(\sqrt{2},1)$ 在椭圆 C 上.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)已知 P,Q 是椭圆 C 上两动点,记直线 AP 的斜率为 k_1,直线 BQ 的斜率为 k_2,$k_1=2k_2$. 过点 B 作直线 PQ 的垂线,垂足为 H.问:在平面内是否存在定点 T,使得 $|TH|$ 为定值,若存在,求出点 T 的坐标;若不存在,试说明理由.



21.(12 分)已知函数 $f(x)=a\ln x+x$, $g(x)=\frac{e^x-1}{x}+1$, $a\in\mathbf{R}$.

(1)讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2)若 $0<a\leqslant 1$,证明:对任意的 $x>0$, $f(x)<g(x)$ 恒成立.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22.[选修 4—4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,直线 l 过点 $\left(\frac{1}{2},0\right)$,倾斜角为 $\alpha(0<\alpha<\pi)$,曲线 C 的直角坐标方程为 $y^2=2x$.以坐标原点为极点,x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系.

(1)写出直线 l 的一个参数方程,求曲线 C 的极坐标方程;

(2)设直线 l 与曲线 C 相交于 A,B 两点,若 $|AB|=8$,求 α 的值.

23.[选修 4—5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|2x+3|+|2x-2|$, $g(x)=\sin 2x$.

(1)求函数 $f(x)+g(x)$ 的最小值;

(2)设 $a,b\in(-1,1)$,求证:$|2a+1|-|1-2b|<|2ab+2|$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线