

平邑一中新校区高二下学期4月份月考

数学试卷

一、单项选择题：本题共8个小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 4名同学参加跑步、跳远、跳高三个项目，每人限报1项，共有（ ）种报名方法。

- A. 64种 B. 81种 C. 32种 D. 12种

2. 设 $f(x) = ax^3 + x$ ，若 $f'(-1) = 4$ ，则 $a =$ （ ）

- A. 1 B. -2 C. 3 D. -1

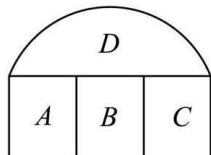
3. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x - 4\ln x + 3$ ，则 $f(x)$ 的极小值为（ ）

- A. 2 B. $2 - 3\ln 2$ C. $\ln 2 - 3$ D. $3 - 4\ln 2$

4. 丹麦数学家琴生(Jensen)是19世纪对数学分析做出卓越贡献的巨人，特别是在函数的凸凹性与不等式方面留下了很多宝贵的成果.设函数 $f(x)$ 在 (a, b) 上的导函数为 $f'(x)$ ， $f'(x)$ 在 (a, b) 上的导函数为 $f''(x)$ ，在 (a, b) 上 $f''(x) > 0$ 恒成立，则称函数 $f(x)$ 在 (a, b) 上为“凹函数”.则下列函数在 $(0, 2\pi)$ 上是“凹函数”的是（ ）

- A. $f(x) = x - \sin x$ B. $f(x) = x^2 + \sin x$ C. $f(x) = x + \ln x$ D. $f(x) = e^x - x \ln x$

5. 如图，提供4种不同的颜色给图中A，B，C，D四块区域涂色，若相邻的区域不能涂同一种颜色，则不同的涂法共有（ ）种。



- A. 12 B. 36 C. 48 D. 72

6. 已知函数 $f(x) = \ln x - ax + 2 = 0 (a \in \mathbf{R})$ 有两个不同的零点，则实数 a 的取值范围是（ ）

- A. $(0, +\infty)$ B. $(0, e)$ C. $(e, +\infty)$ D. $(-\infty, e)$

7. 若函数 $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 - \ln x$ 在区间 $\left(\frac{1}{3}, 2\right)$ 内存在单调递减区间，则实数 a 的取值范围是（ ）

- A. $(9, +\infty)$ B. $\left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$ C. $(-\infty, 9)$ D. $\left(-\infty, \frac{1}{4}\right)$

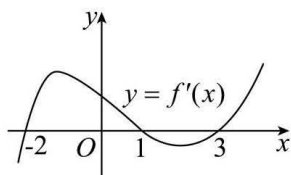
8. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f'(x) \ln x + \frac{1}{x} f(x) < 0$ (其中 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导数), 若 $a = f\left(\frac{1}{e^2}\right)$, $b = f\left(\frac{1}{e^3}\right)$,

$c = f\left(\frac{1}{e^4}\right)$, 则下列选项中正确的是 ()

- A. $6a < 4b < 3c$ B. $6a < 3c < 4b$ C. $4b < 6a < 3c$ D. $4b < 3c < 6a$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 如图是导函数 $y = f'(x)$ 的图象, 则下列说法正确的是 ()



- A. 函数 $y = f(x)$ 在区间 $(1, 3)$ 上单调递减 B. 函数 $y = f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递减
C. 函数 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极大值 D. 函数 $y = f(x)$ 在 $x = -2$ 处取得极小值
10. A、B、C、D、E 五个人并排站在一起, 则下列说法正确的有 ()
A. 若 A、B 两人站在一起有 48 种方法 B. 若 A、B 不相邻共有 12 种方法
C. 若 A 在 B 左边有 60 种排法 D. 若 A 不站在最左边, B 不站最右边, 有 72 种方法

11. $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, 有 $xf'(x) + 2f(x) > 0$ 恒成立, 则 ()

- A. $f(1) < 4f(2)$ B. $f(-1) < 4f(-2)$
C. $16f(4) < 9f(3)$ D. $4f(-2) > 9f(-3)$

12. 函数 $f(x) = \frac{2}{x} + \ln x$, 以下说法正确的是 ()

- A. 函数 $f(x)$ 有零点 B. 当 $a > 1 + \ln 2$ 时, 函数 $y = f(x) - a$ 有两个零点
C. 函数 $g(x) = f(x) - x$ 有且只有一个零点 D. 函数 $g(x) = f(x) - x$ 有且只有两个零点

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若 $\frac{A_9^5 + A_9^4}{A_{10}^6 - A_{10}^5} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 函数 $f(x) = x^2 + 2ax + 1$ 在 $[0, 1]$ 上的最小值为 $f(1)$, 则 a 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知函数 $f(x) = e^x - e^{-x} - x$, 若 $f(t^2 + t) + f(3t) < 0$ 成立, 则实数 t 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 已知 P 为曲线 $y = \ln x$ 上的一动点, Q 为直线 $y = x + 1$ 上的一动点, 则当 P 的坐标为_____时, PQ 最小, 此时最小值为_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 在点 $P(0, -2)$ 处的切线斜率为 -1 , 且在 $x = 1$ 处取得极值.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 当 $x \in [-1, 2]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最值.

18. 电影《夺冠》讲述了中国女排姑娘们顽强拼搏、为国争光的励志故事, 现有 4 名男生和 3 名女生相约一起去观看该影片, 他们的座位在同一排且连在一起.

(1) 女生必须坐在一起的坐法有多少种?

(2) 女生互不相邻的坐法有多少种?

(3) 甲、乙两位同学相邻且都不与丙同学相邻的坐法有多少种?

19. 用一张边长为 a 的正方形硬纸板, 在四个角裁去边长为 x 的四个小正方形, 再折叠成无盖方盒. 当裁去的小正方形边长 x 发生变化时, 纸盒的容积 V 会随之发生变化. 问:

(1) 求 V 关于 x 的函数关系式;

(2) x 取何值时, 容积 V 最大? 最大值是多少?

20. 已知 $f(x) = ax - \ln x$, $a \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程;

(2) 是否存在实数 a , 使 $f(x)$ 在区间 $(0, e]$ 的最小值是 3, 若存在, 求出 a 的值; 若不存在, 说明理由.

21. 已知函数 $f(x) = (x - a) \ln x - x + a - 3 (a \in \mathbb{R})$

(1) 若 $a = 0$, 求 $f(x)$ 的极小值;

(2) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(3) 当 $a = 2$ 时, $\lambda \leq f(x)$ 恒成立, 求 λ 的最大整数值.

22. 已知函数 $f(x) = ae^x - x$, $a \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $a = \frac{1}{e}$ 时, 证明: $f(x) - \ln x + x - 1 \geq 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立;

(2) 若 $f(x)$ 有 2 个零点, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线