

2023 年甘肃省第三次高考诊断考试

文科数学

本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

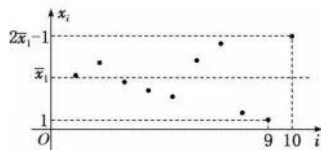
注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号框涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号框。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

参考公式:锥体的体积公式: $V = \frac{1}{3}sh$ (其中 s 为锥体的底面积, h 为锥体的高)。

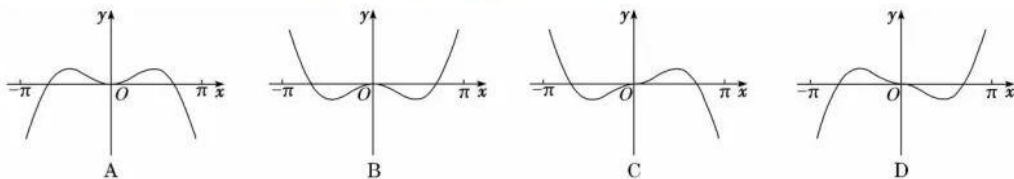
一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集 $U = \mathbf{R}$,集合 $A = \{x | 2 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | x > 3\}$,则 $A \cap (\complement_U B) =$ ()
 A. $\{x | x \geq 2\}$ B. $\{x | 2 \leq x \leq 3\}$ C. \mathbf{R} D. $\{x | 3 < x \leq 4\}$
2. 设 $(1+i)z = 3+i$,则 $z - \bar{z} =$ ()
 A. $-2i$ B. $2i$ C. 4 D. 0
3. 如图,一组数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9, x_{10}$ 的平均数为 \bar{x}_1 ,方差为 s_1^2 ,去除 x_9, x_{10} 这两个数据后,平均数为 \bar{x}_2 ,方差为 s_2^2 ,则 ()



- A. $\bar{x}_2 > \bar{x}_1, s_1^2 > s_2^2$
 B. $\bar{x}_2 < \bar{x}_1, s_1^2 < s_2^2$
 C. $\bar{x}_2 = \bar{x}_1, s_1^2 < s_2^2$
 D. $\bar{x}_2 = \bar{x}_1, s_1^2 > s_2^2$

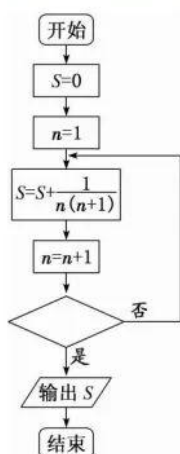
4. 平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=5, AD=3, AC \cap BD = O$,则 $\vec{AC} \cdot \vec{BO}$ 等于 ()
 A. -8 B. -4 C. 4 D. 8
5. 函数 $f(x) = \cos x + x \sin x - 1$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上的图象大致为 ()



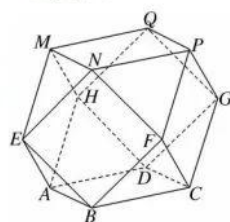
6. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{6}) + 1 (\omega > 0)$ 的最小正周期为 $T, \frac{\pi}{2} < T < \pi$,且 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{5\pi}{9}$ 对称,若将 $y = f(x)$ 的图象向右平移 $m (m > 0)$ 个单位长度后图象关于 y 轴对称,则实数 m 的最小值为 ()

- A. $\frac{\pi}{18}$ B. $\frac{\pi}{9}$ C. $\frac{2\pi}{9}$ D. $\frac{\pi}{3}$

7. 执行如图所示的程序框图,若输出的结果为 $\frac{5}{6}$,则判断框中应填入的是 ()

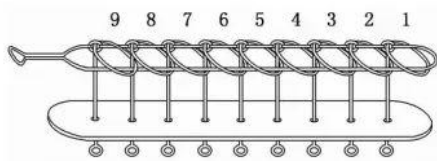


- A. $n > 3$ B. $n > 4$ C. $n > 5$ D. $n > 6$
8. 半正多面体亦称“阿基米德多面体”,是由边数不全相同的正多边形围成的多面体,体现了数学的对称美.二十四等边体就是一种半正多面体,是由正方体切截而成的,它由八个正三角形和六个正方形围成(如图所示),若二十四等边体的表面积为 $12+4\sqrt{3}$,则 ()



- A. $AB=2$
B. $BC \perp NF$
C. 与 AB 所成的角是 $\frac{\pi}{3}$ 的棱共有 12 条
D. 该二十四等边体外接球的表面积为 8π
9. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 直线 $y = \sqrt{3}x$ 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, 若四边形 AF_1BF_2 为矩形, 则椭圆 C 的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\sqrt{3}-1$ D. $\sqrt{2}-1$
10. 九连环是一种流传于我国民间的传统智力玩具. 它用九个圆环相连成串, 解开九连环最少需要移动 341 次. 它在中国有近两千年的历史, 《红楼梦》中有林黛玉巧解九连环的记载, 周邦彦也留下关于九连环的名句“纵妙手、能解连环.”九连环有多种玩法, 在某种玩法中: 已知解下 1 个圆环最少需要移动圆环 1 次, 解下 2 个圆环最少需要移动圆环 2 次, 记 $a_n (3 \leq n \leq 9, n \in \mathbf{N}^*)$ 为解下 n 个圆环需要移动圆环的最少次数, 且 $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + m (n \geq 3, n \in \mathbf{N}^*)$, 则解下 8 个圆环所需要移动圆环的最少次数为 ()



- A. 54 B. 90 C. 170 D. 256
11. 已知 A, B 是圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 上的两个动点, 若点 $P(1, 2)$ 在以 AB 为直径的圆上, 则 $|AB|$ 的最大值为 ()
- A. $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ B. $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ C. $2(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ D. $2(\sqrt{5} - \sqrt{3})$

(3)为了打造更加舒适的旅行体验,文旅局决定在这 5 000 名旅行者中用分层抽样的方法从得分在 $[80,100]$ 内抽取 6 名旅行者进一步做调查问卷和奖励.再从这 6 名旅行者中抽取一等奖两名,求中奖的 2 人得分都在 $[80,90)$ 内的概率.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2\ln x + ax^2 - ax$.

(1)当 $a=1$ 时,求函数 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2)设 $x_1, x_2 (0 < x_1 < x_2)$ 是函数 $f(x)$ 的两个极值点,证明: $f(x_1) - f(x_2) < \frac{a}{4} - 2\ln a + 4$.

21. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 直线 $l: y = k(x+m) (k \neq 0)$ 交抛物线 C 于 P, Q 两点, 当直线 l 过点 F 时, 点 P, Q 到 C 的准线的距离之和为 12, 线段 PQ 的中点到 y 轴的距离是 4.

(1)求抛物线 C 的方程;

(2)当 $m=2$ 时, 设抛物线 C 在点 P, Q 处的切线交于点 T , 求证: $|PF| \cdot |TQ|^2 = |QF| \cdot |TP|^2$.

(二)选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中选定一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑. 按所涂题号进行评分, 不涂、多涂均按所答第一题评分; 多答按所答第一题评分.

22. (本小题满分 10 分)[选修 4-4: 坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系 xOy 中, 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_1 的参数方程为

$$\begin{cases} x = \cos \theta, \\ y = 2 + \sin \theta \end{cases} (\theta \text{ 为参数}), \text{ 曲线 } C_2 \text{ 的极坐标方程为 } \rho = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5-3\cos 2\theta}}.$$

(1)写出曲线 C_2 的参数方程;

(2)设 M 是曲线 C_1 上的动点, N 是曲线 C_2 上的动点, 求 $|MN|$ 的最大值.

23. (本小题满分 10 分)[选修 4-5: 不等式选讲]

已知函数 $f(x) = 2|x| + |2x-1|$.

(1)求不等式 $f(x) < 3$ 的解集;

(2)已知函数 $f(x)$ 的最小值为 m , 且 a, b, c 都是正数, $a+2b+c=m$, 证明: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} \geq 4$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线