

高二数学

注意事项:

- 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
 - 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
 - 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
- 一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合 $A = \{x | y = \log_2(x^2 - x - 2)\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap \mathbf{N} =$
A. $\{-1, 0, 1, 2\}$ B. $\{-1, 1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{1, 2\}$
- 若随机变量 $X \sim B(n, p)$, 且 $E(X) = 6$, $D(X) = 5$, 则 p 的值为
A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{6}$
- 某杂交水稻种植研究所调查某水稻的株高, 得出株高 X (单位: cm) 服从正态分布, 其概率分布密度函数为 $f(x) = \frac{1}{10\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-110)^2}{200}}$, $x \in (-\infty, +\infty)$, 若 $P(X > 130) = p$, 则 $P(90 < X < 110) =$
A. p B. $\frac{1}{2} - p$ C. $1 - 2p$ D. $2p$
- 函数 $f(x) = \frac{x^2 - x + 3}{x}$ 在区间 $(0, +\infty)$ 的最小值为
A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2} - 1$ D. $2\sqrt{3} - 1$
- 某新能源汽车企业基于领先技术的支持, 从某年起改进并生产新车型, 设改进后该企业第 x 年的生产利润为 y (单位: 亿元), 现统计前 7 年的数据为 $(1, y_1), (2, y_2), \dots, (7, y_7)$, 根据该组数据可得 y 关于 x 的回归直线方程为 $\hat{y} = 0.5x + a$, 且 $\sum_{i=1}^7 y_i = 30.1$, 预测改进后该企业第 8 年的生产利润为
A. 10.8 亿元 B. 10.3 亿元 C. 6.8 亿元 D. 6.3 亿元
- 从正六边形的六个顶点中任取三个顶点, 则这三个顶点可以构成直角三角形的概率为
A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
- 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$, 则 “ $f(x)$ 为奇函数” 是 “ $f'(x)$ 为偶函数” 的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 已知函数 $f(x) = 3^{|x|}$ ，若 $a = f(\log_5 2)$ ， $b = f(\lg \frac{1}{4})$ ， $c = f(\log_{25} 10)$ ，则

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $b < c < a$ D. $b < a < c$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 下列求导运算正确的是

- A. $(\cos x)' = \sin x$ B. $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ C. $(2^{x+1})' = (x+1)2^x$ D. $(e^{2x})' = 2e^{2x}$

10. 在 $(2x^2 - \frac{1}{x})^6$ 的展开式中

- A. 常数项为 60 B. 各项二项式系数的和为 32
C. 各项系数的和为 1 D. 各项系数的绝对值之和为 729

11. 已知实数 m, n 满足 $m > n > 1$ ，则

- A. $\frac{m+1}{n+1} < \frac{m}{n}$ B. $2^m - 2^n < 3^n - 3^m$ C. $\ln m > 1 - \frac{1}{n}$ D. $m \ln n > n \ln m$

12. 已知函数 $f(x) = e^x x^k$ ($k \in \mathbb{Z}$)，则

- A. 存在 k ，使 $f(x)$ 不存在极小值
B. 当 $k < 0$ 时， $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 单调递减
C. 当 $k > 0$ 时， $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 单调递增
D. 当 $k > 0$ 时，关于 x 的方程 $f(x) = mx$ 实数根的个数不超过 4

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知函数 $f(x) = (x-1)^2 + ax$ 是偶函数，则实数 $a =$ _____.

14. 有甲、乙、丙、丁、戊 5 名同学站成一排合影留念，若甲和乙相邻，则不同的排法共有 _____ 种（用数字作答）.

15. 写出曲线 $y = (2x+1)e^x$ 过坐标原点的一条切线方程 _____.

16. 已知函数 $f(x)$ ， $g(x)$ 的定义域均为 $\mathbb{R}$ ， $f(x)$ 为奇函数， $g(x+1)$ 为偶函数， $f(-1) = 2$ ，

$$g(x+2) - f(x) = 1, \text{ 则 } \sum_{i=1}^{2023} g(i) = \text{_____}.$$

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知函数 $f(x) = \log_2(4^x + 1)$.

(1) 求不等式 $f(\frac{x}{2}) - \log_2 3 > 1$ 的解集；

(2) 若关于 x 的方程 $f(x) = \log_2(m \cdot 2^x - 2)$ 有两个不相等的实数根，求实数 m 的取值范围.

18. (12 分)

某大学在一次调查学生是否有自主创业打算的活动中，获得了如下数据.

	男生/人	女生/人
有自主创业打算	16	m
无自主创业打算	64	n

(1) 若 $m=24$, $n=36$, 根据调查数据判断, 是否有 99% 的把握认为该校学生有无自主创业打算与性别有关;

(2) 若 $m=15$, $n=60$, 从这些学生中随机抽取一人.

(i) 若已知抽到的人有自主创业打算, 求该学生是男生的概率;

(ii) 判断“抽到的人无自主创业打算”与“抽到的人是男生”是否独立.

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n=a+b+c+d.$$

$P(K^2 \geq k)$	0.10	0.05	0.01	0.005	0.001
k	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

19. (12 分)

根据《国家学生体质健康标准》，六年级男生和女生一分钟跳绳等级如下(单位: 次).

一分钟跳绳等级	六年级男生	六年级女生
优秀	147 及以上	152 及以上
良好	135-146	136-151
及格	65-134	66-135
不及格	64 及以下	65 及以下

从某学校六年级男生和女生中各随机抽取 10 名进行一分钟跳绳测试, 将他们的成绩整理如下:

男生/次	150	132	160	122	152	111	154	98	158	157
女生/次	151	162	143	100	168	166	158	170	122	100

(1) 从这 10 名男生中任取 2 名, 求取到的 2 名男生成绩都优秀的概率;

(2) 若以成绩优秀的频率代替成绩优秀的概率, 且每名同学的测试相互独立. 从该校全体六年级学生中随机抽取 1 名男生和 2 名女生, 设 X 为这 3 名学生中一分钟跳绳成绩优秀的人数, 求 X 的概率分布与期望.

20. (12 分)

已知函数 $f(x) = ax^3 - 6x^2 + 2$.(1) 当 $a=1$ 时, 求 $f(x)$ 在区间 $[-1, 5]$ 的最大值;(2) 若 $f(x)$ 存在唯一的零点 x_0 , 且 $x_0 < 0$, 求实数 a 的取值范围.

21. (12 分)

在信道内传输 0, 1 信号, 信号的传输相互独立. 发送 0 时, 收到 1 的概率为 α ($0 < \alpha < 1$), 收到 0 的概率为 $1 - \alpha$; 发送 1 时, 收到 0 的概率为 β ($0 < \beta < 1$), 收到 1 的概率为 $1 - \beta$. 考虑两种传输方案: 单次传输和三次传输. 单次传输是指每个信号只发送 1 次, 三次传输是指每个信号重复发送 3 次, 收到的信号需要译码, 译码规则如下: 单次传输时, 收到的信号即为译码; 三次传输时, 收到的信号中出现次数多的即为译码 (例如, 若依次收到 1, 0, 1, 则译码为 1).

(1) 当 $\alpha = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{3}$ 时,

(i) 采用单次传输方案, 若依次发送 1, 0, 1, 求依次收到 1, 0, 1 的概率;

(ii) 采用三次传输方案, 若发送 1, 求译码为 1 的概率;

(2) 若发送 0, 采用三次传输方案译码为 0 的概率大于采用单次传输方案译码为 0 的概率, 求 α 的取值范围.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x-a}$.(1) 若 $f(x)$ 在区间 $(0, a)$ 单调递减, 求实数 a 的取值范围;(2) 若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1, x_2 .(i) 求实数 a 的取值范围;(ii) 证明: $x_1 + x_2 > 2a$.

高二数学参考答案

一、选择题：每小题 5 分，共 40 分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	B	D	D	C	A	A

二、选择题：每小题 5 分，共 20 分。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

题号	9	10	11	12
答案	BD	ACD	AC	ACD

三、填空题：每小题 5 分，共 20 分。

题号	13	14	15	16
答案	2	48	$y = 4\sqrt{e}x$ 或 $y = \frac{1}{e}x$ (任写一个即可)	2023

四、解答题：

17. (10 分)

解：(1) 由题意知， $\log_2(2^x + 1) > \log_2 6$ ，可得 $2^x + 1 > 6$ ，.....2 分

即 $2^x > 5$ ，解得 $x > \log_2 5$ ，

所以不等式的解集为 $\{x | x > \log_2 5\}$ ，.....5 分

(2) $f(x) = \log_2(m \cdot 2^x - 2)$ ，可得 $4^x + 1 = m \cdot 2^x - 2$ ，

即 $4^x - m \cdot 2^x + 3 = 0$ 有两个不相等的实数根，

令 $2^x = t$ ，则 $t^2 - m \cdot t + 3 = 0$ 有两个不相等的正实数根，.....7 分

所以 $\begin{cases} \Delta > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 \cdot t_2 > 0 \end{cases}$ 可得 $\begin{cases} m^2 - 12 > 0 \\ m > 0 \\ 3 > 0 \end{cases}$ ，.....9 分

解得 $m > 2\sqrt{3}$ ，.....10 分

18. (12 分)

解：(1) $K^2 = \frac{(16 + 64 + 24 + 36)(16 \times 36 - 64 \times 24)}{(16 + 64)(24 + 36)(16 + 24)(64 + 36)} = \frac{168}{25} = 6.72 > 6.635$ ，.....3 分

所以有 99% 的把握认为该校学生有无自主创业打算与性别有关。.....4 分

(2) (i) 记 A 为“抽到的人有自主创业打算”， B 为“抽到的人是男生”。

$P(A) = \frac{16 + 15}{16 + 15 + 64 + 60} = \frac{31}{155} = \frac{1}{5}$ ， $P(AB) = \frac{16}{16 + 64 + 15 + 60} = \frac{16}{155}$ ，

所以 $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{16}{31}$ (或 $\frac{16}{16 + 15} = \frac{16}{31}$)，.....7 分

(ii) 记 C 为“抽到的人无自主创业打算”， D 为“抽到的人是男生”，

法一： $P(D|C) = \frac{64}{124} = \frac{16}{31}$ ，又 $P(D) = \frac{64 + 16}{16 + 15 + 64 + 60} = \frac{16}{31}$ ，所以 $P(D) = P(D|C)$ ，

所以“抽到的人无自主创业打算”与“抽到的人是男生”独立。.....12 分

法二： $P(C|D) = \frac{64}{80} = \frac{4}{5}$ ，又 $P(C) = \frac{64 + 60}{16 + 15 + 64 + 60} = \frac{4}{5}$ ，所以 $P(C) = P(C|D)$ ，

所以“抽到的人无自主创业打算”与“抽到的人是男生”独立。

高二数学答案 第 1 页 (共 5 页)

法三: $P(CD) = \frac{64}{16+15+64+60} = \frac{64}{155}$, $P(C) = \frac{64+60}{16+15+64+60} = \frac{4}{5}$,

$P(D) = \frac{64+16}{16+15+64+60} = \frac{16}{31}$, 所以 $P(C)P(D) = \frac{16}{31} \times \frac{4}{5} = \frac{64}{155}$, 所以 $P(CD) = P(C)P(D)$,

所以“抽到的人无自主创业打算”与“抽到的人是男生”独立.

法四: $K^2 = \frac{(16+64+15+60)(16 \times 60 - 64 \times 15)^2}{(16+64)(15+60)(16+15)(64+60)} = 0$,

所以该校学生有无自主创业打算与性别无关,

所以“抽到的人无自主创业打算”与“抽到的人是男生”独立.

19. (12分)

解: (1) 由题意知, 10 名男生中一分钟跳绳成绩优秀的有 6 名,

记“抽到的 2 名男生成绩都优秀”为事件 A ,

则 $P(A) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$3 分

(2) 由题意知, 从该校六年级学生中任取一名男生, 一分钟跳绳成绩优秀的概率为 $\frac{3}{5}$;

任取一名女生, 一分钟跳绳成绩优秀的概率为 $\frac{1}{2}$5 分

X 的取值范围为 $\{0, 1, 2, 3\}$,6 分

$P(X=0) = (1-\frac{3}{5}) \times (1-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{10}$,7 分

$P(X=1) = \frac{3}{5} \times (1-\frac{1}{2})^2 + \frac{2}{5} \times C_2^1 \times \frac{1}{2} \times (1-\frac{1}{2}) = \frac{7}{20}$,8 分

$P(X=2) = \frac{3}{5} \times C_2^1 \times \frac{1}{2} \times (1-\frac{1}{2}) + \frac{2}{5} \times (\frac{1}{2})^2 = \frac{2}{5}$,9 分

$P(X=3) = \frac{3}{5} \times (\frac{1}{2})^2 = \frac{3}{20}$,10 分

所以 X 的概率分布为

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{20}$

$E(X) = 0 \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{7}{20} + 2 \times \frac{2}{5} + 3 \times \frac{3}{20} = \frac{8}{5}$12 分

20. (12分)

解: (1) 当 $a=1$ 时, $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$,1 分

则 $f'(x) = 3x^2 - 12x = 3x(x-4)$,

解不等式 $f'(x) > 0$, 可得 $x < 0$ 或 $x > 4$, 解不等式 $f'(x) < 0$, 可得 $0 < x < 4$,

因此 $f(x)$ 在区间 $(-1, 0)$ 单调递增, 在区间 $(0, 4)$ 单调递减, 在区间 $(4, 5)$ 单调递增,3 分

所以 $f(x)$ 在区间 $[-1, 5]$ 的最大值为 $f(0)$, $f(5)$ 中较大者.

因为 $f(0) = 2$, $f(5) = -23$,

所以 $f(x)$ 在区间 $[-1, 5]$ 的最大值为 2.5 分

(2) 法一: $f'(x) = 3ax^2 - 12x = 3x(ax - 4)$,

①当 $a=0$ 时, $f(x) = -6x^2 + 2$, 令 $f(x) = 0$, 可得 $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$, 不合题意;6分

②当 $a < 0$ 时, 解不等式 $f'(x) > 0$, 可得 $\frac{4}{a} < x < 0$,

解不等式 $f'(x) < 0$, 可得 $x < \frac{4}{a}$ 或 $x > 0$,

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty, \frac{4}{a})$ 单调递减, 在 $(\frac{4}{a}, 0)$ 单调递增, 在 $(0, +\infty)$ 单调递减.7分

又因为 $f(0) = 2 > 0$, 所以 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 存在零点, 不合题意;8分

③当 $a > 0$ 时, 解不等式 $f'(x) > 0$, 可得 $x < 0$ 或 $x > \frac{4}{a}$,

解不等式 $f'(x) < 0$, 可得 $0 < x < \frac{4}{a}$,

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 单调递增, 在 $(0, \frac{4}{a})$ 单调递减, 在 $(\frac{4}{a}, +\infty)$ 单调递增.9分

又因为 $f(0) = 2 > 0$, 所以 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 存在零点 x_0 ,

若 $f(x)$ 存在唯一的零点 x_0 , 且 $x_0 < 0$, 则 $f(\frac{4}{a}) > 0$,10分

可得 $\frac{64}{a^2} - \frac{96}{a^2} + 2 > 0$, 即 $a^2 > 16$, 解得 $a < -4$ 或 $a > 4$, 所以 $a > 4$11分

综上, $a > 4$12分

法二: 依题意知方程 $ax^3 - 6x^2 + 2 = 0$ 有唯一的负根,

即 $a = \frac{6}{x} - \frac{2}{x^3}$ 有唯一负根,6分

所以 $y = a$ 与 $y = \frac{6}{x} - \frac{2}{x^3}$ 的图象有唯一交点且位于 y 轴左侧,

令 $t = \frac{1}{x}$, 则 $t \neq 0$, $g(t) = -2t^3 + 6t$, $g'(t) = -6t^2 + 6 = -6(t+1)(t-1)$ 7分

解不等式 $g'(t) > 0$, 可得 $-1 < t < 1$,

解不等式 $g'(t) < 0$, 可得 $t < -1$ 或 $t > 1$,9分

所以 $g(t)$ 在 $(-\infty, -1)$ 单调递减, 在 $(-1, 0)$, $(0, 1)$ 单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 单调递减,10分

所以 $a > g(1)$,

又 $g(1) = 4$, 所以 $a > 4$12分

21. (12分)

解: (1) (i) 记“采用单次传输方案, 依次发送1, 0, 1, 依次收到1, 0, 1”为事件 A ,

则 $P(A) = (1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3}) = \frac{2}{9}$3分

(ii) 记“采用三次传输方案, 发送1, 译码为1”为事件 B ,

高二数学答案 第3页 (共5页)



则 $P(B) = (1 - \frac{1}{3})^3 + C_3^2(1 - \frac{1}{3})^2 \frac{1}{3} = \frac{20}{27}$7 分

(2) 记“发送 0，采用三次传输方案译码为 0”为事件 C，

记“发送 0，采用单次传输方案译码为 0”为事件 D，

则 $P(C) = (1 - \alpha)^3 + C_3^2(1 - \alpha)^2 \alpha = (1 - \alpha)^2(1 + 2\alpha)$,9 分

$P(D) = 1 - \alpha$,10 分

所以 $(1 - \alpha)^2(1 + 2\alpha) > 1 - \alpha$,

因为 $0 < \alpha < 1$,

整理得 $2\alpha^2 - \alpha < 0$,

解得 $0 < \alpha < \frac{1}{2}$12 分

22. (12 分)

解：(1) 法一： $f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot (x-a) - \ln x}{(x-a)^2} = \frac{1 - \frac{a}{x} - \ln x}{(x-a)^2}$,1 分

若函数 $f(x)$ 在 $(0, a)$ 单调递减，则 $f'(x) \leq 0$ 对任意 $x \in (0, a)$ 恒成立，

即 $1 - \frac{a}{x} - \ln x \leq 0$ 对任意 $x \in (0, a)$ 恒成立，

令 $\varphi(x) = 1 - \frac{a}{x} - \ln x$, $x \in (0, a)$,2 分

因为 $\varphi'(x) = \frac{a}{x^2} - \frac{1}{x} = \frac{a-x}{x^2} > 0$ ，所以 $\varphi(x)$ 在 $(0, a)$ 单调递增，3 分

所以 $\varphi(x) < \varphi(a) = -\ln a \leq 0$,4 分

所以 $a \geq 1$5 分

法二： $f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot (x-a) - \ln x}{(x-a)^2} = \frac{1 - \frac{a}{x} - \ln x}{(x-a)^2}$,1 分

若函数 $f(x)$ 在 $(0, a)$ 单调递减，则 $f'(x) \leq 0$ 对任意 $x \in (0, a)$ 恒成立，

即 $1 - \frac{a}{x} - \ln x \leq 0$ 对任意 $x \in (0, a)$ 恒成立，

所以 $a \geq x - x \ln x$ 对任意 $x \in (0, a)$ 恒成立，2 分

令 $g(x) = x - x \ln x$, $x \in (0, a)$ ，则 $g'(x) = -\ln x$ ，

可得 $g(x)$ 在 $(0, 1)$ 单调递增，在 $(1, +\infty)$ 单调递减，

① 当 $0 < a \leq 1$ 时， $g(x)$ 在 $(0, a)$ 单调递增，

所以 $a \geq g(a)$ ，可得 $a \geq a - a \ln a$ ，解得 $a \geq 1$ ，

所以 $a = 1$;3 分

②当 $a > 1$ 时, $g(x)$ 在 $(0, 1)$ 单调递增, 在 $(1, a)$ 单调递减,

所以 $g_{\max}(x) = g(1) = 1$, 所以 $a \geq 1$, 所以 $a > 1$.

综上, $a \geq 1$.

(2) (i) $f'(x) = \frac{1 - \frac{a}{x} - \ln x}{(x-a)^2}$, 令 $h(x) = 1 - \frac{a}{x} - \ln x$, 若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1, x_2 ,

则 x_1, x_2 为 $h(x)$ 的两个变号零点, $h'(x) = \frac{-x+a}{x^2}$,

①当 $a \leq 0$ 时, $h'(x) \leq 0$, $h(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递减,

所以 $h(x)$ 不可能存在两个变号零点, 不合题意;

②当 $a > 0$ 时, 可得 $h(x)$ 在 $(0, a)$ 单调递增, 在 $(a, +\infty)$ 单调递减,

若 $h(x)$ 存在两个变号零点, 则 $h(a) > 0$, 解得 $0 < a < 1$,

又 $h(\frac{a^2}{2}) = 1 - \frac{a}{\frac{a^2}{2}} - \ln \frac{a^2}{2} = 1 - \frac{2}{a} - \ln \frac{a^2}{2}$, 令 $m(a) = 1 - \frac{2}{a} - \ln \frac{a^2}{2}$,

当 $0 < a < 1$ 时, $m'(a) = \frac{2}{a^2} - \frac{2}{a} = \frac{2-2a}{a^2} > 0$, 所以 $m(a)$ 在 $(0, 1)$ 单调递增,

所以 $h(\frac{a^2}{2}) = m(a) < m(1) < 1 - \frac{2}{1} - \ln \frac{1}{2} = \ln 2 - 1 < 0$,

又 $h(e) = 1 - \frac{a}{e} - 1 = -\frac{a}{e} < 0$,

所以当 $0 < a < 1$ 时, $f(x)$ 存在两个极值点.

(ii) 不妨设 $x_1 < x_2$, 则 $x_1 \in (0, a)$, $x_2 \in (a, +\infty)$,

要证 $x_1 + x_2 > 2a$, 即证 $x_2 > 2a - x_1$,

因为 $2a - x_1 > a$, $x_2 > a$, $h(x)$ 在 $(a, +\infty)$ 单调递减,

即证 $h(x_2) < h(2a - x_1)$, 又因为 $h(x_1) = h(x_2)$,

即证 $h(x_1) < h(2a - x_1)$,

令 $k(x) = h(x) - h(2a - x)$, $x \in (0, a)$,

$k'(x) = h'(x) + h'(2a - x)$,

所以 $k'(x) = \frac{-x+a}{x^2} + \frac{a+x-2a}{(2a-x)^2} = (x-a)(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-2a)^2}) = \frac{4a(x-a)^2}{x^2(x-2a)^2} > 0$,

所以 $k(x)$ 在 $(0, a)$ 单调递增,

所以 $k(x) < k(a) = 0$, 因为 $x_1 \in (0, a)$, 所以 $k(x_1) < 0$,

即 $h(x_1) < h(2a - x_1)$.

综上, $x_1 + x_2 > 2a$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线