

## 高一年级数学试题卷

一、单选题(本大题共 12 小题,每小题 3 分,共 36 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 数列  $-1, 3, -5, 7, \dots$  的一个通项公式为

A.  $a_n = 2n - 1$

B.  $a_n = (-1)^{n+1} \times (2n - 1)$

C.  $a_n = (-1)^n \times (2n - 1)$

D.  $a_n = (-1)^n \times (2n + 1)$

2. 现要完成下列 3 项抽样调查:①从 10 盒酸奶中抽取 3 盒进行食品卫生检查;②科技报告厅有 32 排,每排有 40 个座位,有一次报告会恰好坐满了听众,报告会结束后,为了听取意见,需要请 32 名听众进行座谈;③某中学共有 160 名教职工,其中一般教师 120 名,行政人员 16 名,后勤人员 24 名,为了了解教职工对学校在校务公开方面的意见,拟抽取一个容量为 20 的样本. 其中较为合理的抽样方法是

A. 简单随机抽样,系统抽样,分层抽样

B. 简单随机抽样,分层抽样,系统抽样

C. 系统抽样,简单随机抽样,分层抽样

D. 分层抽样,系统抽样,简单随机抽样

3. 下列命题中,正确的是

A. 若  $a < b$ , 则  $ac^2 < bc^2$

B. 若  $a > b > 0$ , 则  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

C. 若  $a > b$ , 则  $a^2 > b^2$

D. 若  $a > b > 0, c < d < 0$ , 则  $ac > bd$

4. 设  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ x - 2y \leq 0 \\ y - 1 \leq 0 \end{cases}$ , 则  $z = 2x - y$  的最大值为

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

5. 具有线性相关关系的变量  $x, y$  一组数据如表所示,  $y$  与  $x$  的回归直线方程为  $\hat{y} = 3x + \hat{a}$ , 则  $\hat{a}$  的值为

$x$	0	1	2	3
$y$	-1	1	4	8

A. -1

B. -1.5

C. -2

D. 1

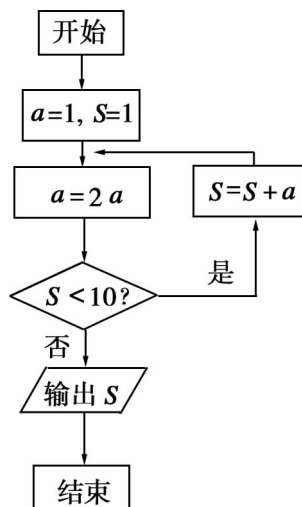
6. 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 输出的  $S$  值为

A. 3

B. 7

C. 15

D. 12



7. 我国古代数学典籍《九章算术》第七章“盈不足”中有一道两鼠穿墙问题：“今有垣厚五尺，两鼠对穿，大鼠日一尺，小鼠日一尺，大鼠日自倍，小鼠日自半，问何日相逢”，翻译过来就是：有五尺厚的墙，两只老鼠从墙的两边相对分别打洞穿墙，大、小鼠第一天都进一尺，以后每天，大鼠加倍，小鼠减半，则在第几天两鼠相遇. 这个问题体现了古代对数列问题的研究，现将墙的厚度改为 130 尺，则在第几天墙才能被打穿？

- A. 6                                      B. 7                                      C. 8                                      D. 9

8. 设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $2a\cos B = c$ , 则  $\triangle ABC$  的形状一定是

- A. 直角三角形                      B. 等腰直角三角形                      C. 等腰三角形                      D. 等边三角形

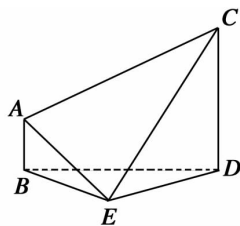
9. 设  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 若  $\frac{S_4}{S_8} = \frac{1}{3}$ , 则  $\frac{S_8}{S_{16}} =$

- A.  $\frac{3}{5}$                                       B.  $\frac{3}{10}$                                       C.  $\frac{1}{2}$                                       D.  $\frac{1}{5}$

10. 当  $x \in \mathbb{R}$  时, 不等式  $kx^2 - kx + 2 > 0$  恒成立, 则  $k$  的取值范围是

- A.  $(-\infty, 0] \cup (8, +\infty)$                                       B.  $[0, +\infty)$   
C.  $(0, 8)$                                       D.  $[0, 8)$

11. 如图, 某景区欲在两山顶  $A, C$  之间建缆车, 需要测量两山顶间的距离. 已知山高  $AB = \sqrt{3}$  (km),  $CD = 3\sqrt{3}$  (km), 在水平面上  $E$  处测得山顶  $A$  的仰角为  $30^\circ$ , 山顶  $C$  的仰角为  $45^\circ$ ,  $\angle BED = 150^\circ$ , 则两山顶  $A, C$  之间的距离为



- A.  $\sqrt{63}$  (km)                      B.  $5\sqrt{3}$  (km)  
C.  $\sqrt{13}$  (km)                      D.  $\sqrt{66}$  (km)

12. 已知方程  $x^2 + bx + c = 0$ , 在  $(0, 2)$  上有两个不同的解, 则  $c^2 + 2(b + 2)c$  的取值范围是

- A.  $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$                       B.  $(0, \frac{3}{4})$                       C.  $(0, 1)$                       D.  $(0, \sqrt{2})$

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

13. 抛掷甲、乙两枚质地均匀且各面分别标有 1, 2, 3, 4, 5, 6 的骰子, 记正面向上的数字分别为  $x, y$ , 则  $x < y$  的概率是\_\_\_\_\_.

14. 函数  $y = x + \frac{4}{x+1} + 2 (x > 0)$  的最小值为\_\_\_\_\_.

15. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n+1} = \frac{4}{2 - a_n}$  且  $a_1 = 4$ ,  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前项和, 则  $S_{2020} =$ \_\_\_\_\_.

16. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $\sqrt{2}a = 4\cos C + \sqrt{2}c\sin B$ ,  $b = 2\sqrt{2}$ , 则  $\triangle ABC$  面积的最大值是\_\_\_\_\_.

三、解答题(本大题共 5 小题,共 48 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 8 分)

已知函数  $f(x) = x^2 - (3a + 1)x + b$ .

(1) 当  $a = 1, b = -5$  时,解不等式  $f(x) > 0$ ;

(2) 当  $b = 2a^2 + 2a$  时,解关于  $x$  的不等式  $f(x) < 0$  (结果用  $a$  表示).

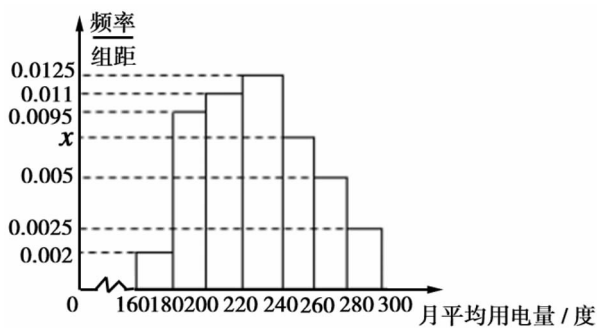
18. (本小题满分 10 分)

某城市 200 户居民的月平均用电量(单位:度),以  $[160,180)$ ,  $[180,200)$ ,  $[200,220)$ ,  $[220,240)$ ,  $[240,280)$ ,  $[280,300)$  分组的频率分布直方图如下:

(1) 求直方图中  $x$  的值;

(2) 在月平均用电量为  $[220,240)$ ,  $[240,260)$ ,  $[260,280)$  的三组用户中,用分层抽样的方法抽取 20 户居民,则月平均用电量在  $[220,240)$  的用户中应抽取多少户?

(3) 求月平均用电量的中位数和平均数.



19. (本小题满分 10 分)

在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ , 且  $\frac{\sin A - \sin C}{\sin B} = \frac{a - b}{a + c}$ .

(1) 求角  $C$  的大小;

(2) 若  $c = 4\sqrt{3}$ , 且  $AB$  边上的中线长为 5, 求  $\triangle ABC$  的面积.

20. (本小题满分 10 分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{2^{n+1}a_n}{a_n + 2^n} (n \in N^*)$ .

(1) 证明: 数列  $\left\{\frac{2^n}{a_n}\right\}$  是等差数列, 并求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 设  $b_n = n(n+1)a_n$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

21. (本小题满分 10 分)

如图,芜湖市城乡规划局将龙窝湖定位为市级滨江湿地公园,现准备在湿地内建造一个观景台  $P$ ,已知射线  $AB,AC$  为湿地两边夹角为  $120^\circ$  的公路且长度均超过 2 千米,在两条公路  $AB,AC$  上分别设立游客接送点  $M,N$ ,从观景台  $P$  到  $M,N$  建造两条观光线路  $PM,PN$ ,测得  $AM = 2$  千米, $AN = 2$  千米.

(1) 求线段  $MN$  的长度;

(2) 若  $\angle MPN = 60^\circ$ ,求两条观光线路  $PM$  与  $PN$  之和的最大值.

