



## 高三数学考试卷

考生注意：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共150分。考试时间120分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

### 第Ⅰ卷

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合  $M = \{x | x^2 - 4\}$ ,  $N = \{x | 2x - 1\}$ , 则  $M \cap N =$

A.  $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$

B.  $\{x | x \geq 2\}$

C.  $\{x | x \leq \frac{1}{2}\}$

D.  $\{x | x \leq -2\}$

2. 已知复数  $z$  满足  $(2z + 3)i = 3z$ , 则  $z - \bar{z} =$

A.  $\frac{18}{13}i$

B.  $\frac{6}{13}i$

C.  $\frac{18}{13}$

D.  $\frac{12}{13}$

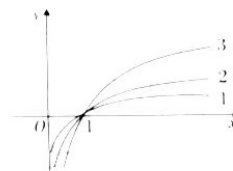
3. 函数  $f(x) = \log_2 x$ ,  $g(x) = \log_3 x$ ,  $h(x) = \lg x$  的图象如图所示，则  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$  的图象所对应的编号依次为

A. ①②③

B. ③①②

C. ③②①

D. ①③②



4. 今年入夏以来，南方多省市出现高温少雨天气，持续的干旱天气导致多地湖泊及水库水位下降。已知某水库水位为海拔50 m时，相应水面的面积为160 km<sup>2</sup>；水位为海拔41 m时，相应水面的面积为140 km<sup>2</sup>。将该水库在这两个水位间的形状看作一个棱台，则该水库水位从海拔50 m下降到41 m时，减少的水量约为( $\sqrt{14} \approx 3.7$ )

A.  $1.0 \times 10^9 \text{ m}^3$

B.  $1.2 \times 10^9 \text{ m}^3$

C.  $1.3 \times 10^9 \text{ m}^3$

D.  $1.4 \times 10^9 \text{ m}^3$

5. 某单位准备从新入职的4名男生和3名女生中选2名男生和1名女生分配到某部门3个不同的岗位，不同的分配方案有

A. 18种

B. 36种

C. 60种

D. 108种

6. 图1为一种卫星接收天线，其曲面与轴截面的交线为抛物线的一部分，已知该卫星接收天线的口径  $AB=6$ ，深度  $MO=2$ ，信号处理中心  $F$  位于焦点处，以顶点  $O$  为坐标原点，建立如图2所示

【高三数学 第1页(共6页)】

• 23 • 186C •

的平面直角坐标系  $xOy$ , 若  $P$  是该抛物线上一点, 点  $Q(\frac{15}{8}, 2)$ , 则  $|PF| + |PQ|$  的最小值为

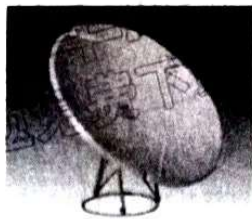


图1

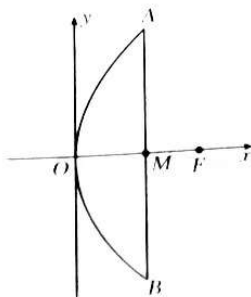


图2

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

7. 明朝朱载堉发现的十二平均律, 又称“十二等程律”, 是世界上通用的一组音(八度)分成十二个半音音程的律制, 各相邻两律之间的波长之比完全相同. 若已知应钟、大吕、夹钟、仲吕的波长成等比数列, 且应钟和仲吕的波长分别是  $a, b$ , 则大吕和夹钟的波长之和为

A.  $a + b$

B.  $ab$

C.  $\sqrt[3]{a^2b} + \sqrt[3]{ab^2}$

D.  $\frac{\sqrt[3]{a^2b} + \sqrt[3]{ab^2}}{a}$

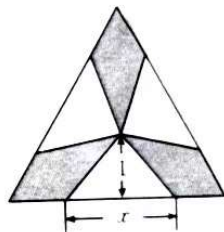
8. 如图, 一块边长为  $2\sqrt{3}$  dm 的正三角形铁片上有三块阴影部分, 将这些阴影部分裁下来, 然后用剩余的三个全等的等腰三角形加工成一个正三棱锥容器, 则容器的容积最大为

A.  $\frac{2}{3}$  dm<sup>3</sup>

B.  $\frac{1}{2}$  dm<sup>3</sup>

C.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  dm<sup>3</sup>

D.  $\frac{1}{4}$  dm<sup>3</sup>



- 二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

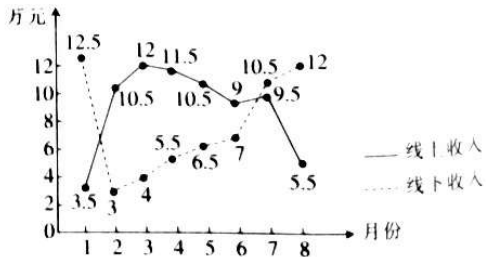
9. 某商家为了了解人们消费方式的变化情况, 收集并整理了该商家 2022 年 1 月份到 8 月份线上收入和线下收入的数据, 并绘制如下的折线图. 根据折线图, 下列结论正确的有

A. 该商家这 8 个月中, 线上收入的平均值高于线下收入的平均值

B. 该商家这 8 个月中, 线下收入数据的中位数是 6.75

C. 该商家这 8 个月中, 线上收入与线下收入相差最大的月份是 3 月

D. 该商家这 8 个月中, 每月总收入不少于 17 万元的频率为  $\frac{1}{4}$



10. 已知  $F_1, F_2$  分别是双曲线  $C: \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{1} = 1$  的左、右焦点,  $P$  是  $C$  上一点, 且位于第一象限,

$\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$ , 则

A.  $P$  的纵坐标为  $\sqrt{2}$

B.  $|PF_1| = 2\sqrt{3} + 2$

C.  $\triangle PF_1F_2$  的周长为  $4\sqrt{3} + 4$

D.  $\triangle PF_1F_2$  的面积为 4

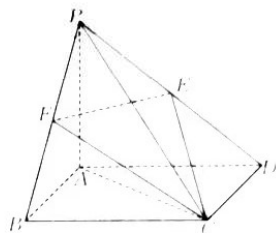
11. 《九章算术》是我国古代的数学名著, 书中将底面为矩形, 且有一条侧棱垂直于底面的四棱锥称为阳马. 如图, 在阳马  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ , 底面  $ABCD$  是正方形, 且  $PA = AB = 2$ ,  $E, F$  分别为  $PD, PB$  的中点, 则

A.  $EF \perp$  平面  $PAC$

B.  $AB \parallel$  平面  $EFC$

C. 点  $F$  到直线  $CD$  的距离为  $\sqrt{6}$

D. 点  $A$  到平面  $EFC$  的距离为  $\frac{4\sqrt{11}}{11}$



12. 已知函数  $f(x) = \sin \omega x - \sqrt{3} \cos \omega x (\omega > 0)$  在  $[0, 2\pi]$  上恰有 3 个零点, 则

A.  $\frac{7}{6} \leq \omega \leq \frac{5}{3}$

B.  $f(x)$  在  $[\frac{5\pi}{7}, \frac{11\pi}{10}]$  上单调递减

C. 函数  $g(x) = f(x) - \sqrt{2}$  在  $[\frac{\pi}{2}, 2\pi]$  上最多有 3 个零点

D.  $f(x)$  在  $[\frac{\pi}{2}, 2\pi]$  上恰有 2 个极值点

## 第 II 卷

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 已知向量  $a, b$  的夹角为  $\frac{\pi}{6}$ , 且  $|a| = \sqrt{3}|b| - 3$ , 若  $(\lambda a + b) \perp a$ , 则  $\lambda$  ▲.

14. 写出曲线  $y = e^x$  过坐标原点的切线方程: ▲, ▲.

15. 已知  $x^2 + y^2 - \frac{1}{2}xy = 1$ , 则  $x^2 + y^2$  的最小值为 ▲.

16. 已知圆  $C_1: x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$  与圆  $C_2: x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ , 点  $A, B$  在圆  $C_2$  上, 且  $|AB| = 2\sqrt{2}$ , 线段  $AB$  的中点为  $D$ , 则直线  $OD$  ( $O$  为坐标原点) 被圆  $C_1$  截得的弦长的取值范围是 ▲.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

20

17. (10 分)

在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ . 已知  $2a \sin B = \sqrt{2}b$ .

(1) 求  $A$ ;

(2) 若  $\triangle ABC$  为锐角三角形, 且  $a = \sqrt{6}, \sqrt{2}c = b = \sqrt{3}$ , 求  $c$ .

18. (12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n+1} = \lambda a_n + 2$ , 且  $a_1 = 2, a_2 = 8$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

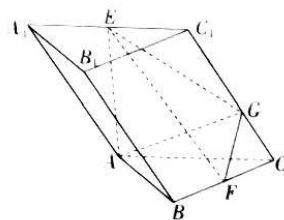
(2) 求数列  $\{n \cdot a_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

19. (12 分)

如图, 三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的底面  $ABC$  是正三角形, 侧面  $ACC_1A_1$  是菱形, 平面  $ACC_1A_1 \perp$  平面  $ABC$ ,  $E, F$  分别是棱  $A_1C_1, BC$  的中点.

(1) 证明:  $EF \parallel$  平面  $ABB_1A_1$ .

(2) 若  $AC = 2, \angle ACC_1 = 60^\circ, \overrightarrow{C_1G} = 2\overrightarrow{GC}$ , 求二面角  $A-EG-F$  的余弦值.



20. (12 分)

新冠疫情暴发以来,各级人民政府采取有效防控措施,时常采用 10 人一组做核酸检测(俗称混检).某地在核酸检测中发现某一组中有 1 人核酸检测呈阳性,为了能找出这 1 例阳性感染者,且确认感染何种病毒,需要通过做血清检测,血清检测结果呈阳性的即为感染人员,呈阴性的表示没被感染.拟采用两种方案检测:

方案甲:将这 10 人逐个做血清检测,直到能确定感染人员为止.

方案乙:将这 10 人的血清随机等分成两组,随机将其中一组的血清混在一起检测,若结果为阳性,则表示感染人员在该组中,然后再对该组中每份血清逐个检测,直到能确定感染人员为止;若结果为阴性,则对另一组中每份血清逐个检测,直到能确定感染人员为止.

把采用方案甲,直到能确定感染人员为止,检测的次数记为  $X$ .

(1)求  $X$  的数学期望  $E(X)$ ;

(2)如果每次检测的费用相同,以检测费用的期望作为决策依据,应选择方案甲与方案乙哪一种?

21. (12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $H(1, \frac{\sqrt{6}}{2})$  是  $C$  上一点.

(1)求  $C$  的方程.

(2)设  $A, B$  分别为椭圆  $C$  的左、右顶点,过点  $D(1, 0)$  作斜率不为 0 的直线  $l$ ,  $l$  与  $C$  交于  $P, Q$  两点,直线  $AP$  与直线  $BQ$  交于点  $M$ ,记  $AP$  的斜率为  $k_1$ ,  $BQ$  的斜率为  $k_2$ .

证明:①  $\frac{k_1}{k_2}$  为定值;②点  $M$  在定直线上.



22. (12 分)

已知函数  $f(x) = e^x - ax$ ,  $f'(x)$  是  $f(x)$  的导函数.

(1) 若关于  $x$  的方程  $f'(x) = 0$  有两个不同的正实根, 求  $a$  的取值范围;

(2) 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) \geq (e - 2)x + a$  恒成立, 求  $a$  的取值范围. (参考数据:  $\ln 2 \approx 0.69$ )

密  
封  
线  
内  
不  
要  
答  
题

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线