

# 渭南市 2023 届高三教学质量检测 (I)

## 数学试题 (文科) 参考答案

### 一、选择题 (每小题 5 分, 共 60 分)

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 答案 | B | C | C | A | C | A | D | B | C | A  | A  | D  |

### 二、填空题 (每小题 5 分, 共 20 分)

13. 818.6 ;                      14.  $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$  ;
15. 44 ;                          16.  $1 - \frac{\sqrt{6}}{4}$  ,  $\frac{\pi - \sqrt{3}}{2}$  (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)

### 三、解答题 (共 70 分)

17. 解: (1)  $\because a_1 = 3 \therefore \frac{S_1}{1} = 3 \therefore \frac{S_n}{n} = 3 + (n-1) \times 2 = 2n+1$

$\therefore S_n = 2n^2 + n$  .....3 分

当  $n \geq 2$  时,  $a_n = S_n - S_{n-1} = 4n-1$  .....5 分

又  $a_1 = 3$  适合上式, 因此  $a_n = 4n-1$  .....6 分

(2)  $b_n = \frac{1}{(4n-1) \cdot (4n+3)} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{4n-1} - \frac{1}{4n+3} \right)$  .....8 分

$T_n = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \cdots + \frac{1}{4n-1} - \frac{1}{4n+3} \right) = \frac{n}{12n+9}$  .....12 分

注: 第一问学生如果是通过计算  $a_2, a_3$ , 观察归纳得到  $a_n$ , 结果正确第一问给 4 分。

18. (1)

$\bar{x} = \frac{1}{10} (10.5 + 9.9 + 9.4 + 10.7 + 10.0 + 9.6 + 10.8 + 10.1 + 9.7 + 9.3) = \frac{1}{10} \times 100 = 10$ , .....2 分



$$s^2 = \frac{1}{10} [(10.5-10)^2 + (9.9-10)^2 + (9.4-10)^2 + (10.7-10)^2 + (10.0-10)^2 + (9.6-10)^2 + (10.8-10)^2 + (10.1-10)^2 + (9.7-10)^2 + (9.3-10)^2] = \frac{1}{10} \times 2.5 = 0.25, \text{ 所以 } s=0.5 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) ①  $(\bar{x}-s, \bar{x}+s) = (9.5, 10.5)$ , 质量在区间  $(9.5, 10.5)$  内的零件定为一等品, 样本中一等品有: 9.9, 10.0, 9.6, 10.1, 9.7 共 5 件, 用样本估计总体, 这台机器生产的零件的一等品率为  $\frac{5}{10} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

② 从 5 件一等品中, 抽取 2 件, 有:  $(9.9, 10.0), (9.9, 9.6), (9.9, 10.1), (9.9, 9.7), (10.0, 9.6), (10.0, 10.1), (10.0, 9.7), (9.6, 10.1), (9.6, 9.7), (10.1, 9.7)$  10 种情况, 如下: 抽取两件产品质量之差的绝对值不超过 0.3 克的情况为:  $(9.9, 10.0), (9.9, 9.6), (9.9, 10.1), (9.9, 9.7), (10.0, 10.1), (10.0, 9.7), (9.6, 9.7)$  共 7 种, 这两件产品质量之差的绝对值不超过 0.3 克的概率  $P = \frac{7}{10} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

19. (1) 证明:  $\because CC_1 \perp \text{平面 } ABC, AB \subset \text{平面 } ABC, \therefore CC_1 \perp AB,$

又  $AB \perp C_1F, CC_1 \cap C_1F = C_1$ , 且  $CC_1, C_1F \subset \text{平面 } BCC_1B_1,$

$\therefore AB \perp \text{平面 } BCC_1B_1$ , 又  $BC \subset \text{平面 } BCC_1B_1, \therefore AB \perp BC. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

(2) 过  $F$  做  $FM \parallel AC$  交  $AB$  于  $M$ , 连接  $EM$ ,

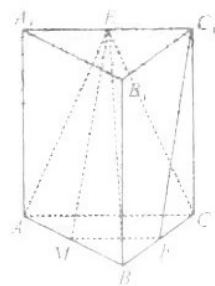
$\because EC_1 \parallel AC, \therefore FM \parallel EC_1$

$\because C_1F \parallel \text{平面 } ABE, C_1F \subset \text{平面 } EMFC_1, \text{平面 } EMFC_1 \cap \text{平面 } ABE = EM,$

$\therefore C_1F \parallel EM, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

$\therefore$  四边形  $EMFC_1$  是平行四边形,  $\therefore FM = EC_1 = \frac{1}{2}AC, \therefore FM$  是  $\triangle ABC$  的中位线.

$\therefore CF = \frac{1}{2}BC = 1, CC_1 = \sqrt{C_1F^2 - CF^2} = \sqrt{3},$



$$\therefore EB = EC = BC = 2, \therefore S_{\triangle EBC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \sqrt{3}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{设 } A \text{ 到平面 } EBC \text{ 的距离为 } d, \text{ 则 } V_{A-BEC} = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \cdot d = \frac{\sqrt{3}d}{3},$$

$$\text{又 } V_{A-BEC} = V_{E-ABC} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore d = 2, \text{ 即 } A \text{ 到平面 } EBC \text{ 的距离为 } 2. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

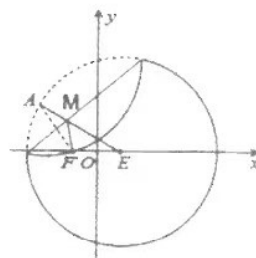
20 (1) 如图, 以  $FE$  所在的直线为  $x$  轴,  $FE$  的中点  $O$  为原点建立平面直角坐标系.

设  $M(x, y)$  为椭圆上一点, 由题意可知,  $|MF| + |ME| = |AE| = 6 > |EF| = 4$

所以  $M$  点轨迹是以  $F, E$  为焦点, 长轴长  $2a = 4$  的椭圆. ....2 分

因为  $2c = 4$ ,  $2a = 6$ , 所以  $c = 2$ ,  $a = 3$ ,

则  $b^2 = a^2 - c^2 = 5$ , 所以椭圆的标准方程为  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$  .....4 分



(2) 解: 由已知知直线  $l$  过  $Q(1, 0)$ , 设  $l$  的方程为  $x = my + 1$ ,

$$\text{联立两个方程得 } \begin{cases} \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \\ x = my + 1 \end{cases}, \text{ 消去 } x \text{ 得 } (5m^2 + 9)y^2 + 10my - 40 = 0,$$

$$\Delta = 100m^2 + 160(5m^2 + 9) > 0 \text{ 得 } m \in \mathbf{R},$$

$$\text{设 } M(x_1, y_1), N(x_2, y_2), \text{ 则 } y_1 + y_2 = \frac{-10m}{5m^2 + 9}, y_1 y_2 = \frac{-40}{5m^2 + 9} (*), \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\begin{aligned} k_{TM} \cdot k_{TN} &= \frac{y_1}{x_1 - t} \cdot \frac{y_2}{x_2 - t} = \frac{y_1 y_2}{(my_1 + 1 - t)(my_2 + 1 - t)} \\ &= \frac{y_1 y_2}{m^2 y_1 y_2 + m(1 - t)(y_1 + y_2) + (1 - t)^2} \dots\dots\dots 8 \text{ 分} \end{aligned}$$

$$\text{将 } (*) \text{ 代入上式, 可得上式} = \frac{-40}{5(t^2 - 9)m^2 + 9(1 - t)^2}, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$



要使  $k_{TM} \cdot k_{TN}$  为定值, 则有  $9 - t^2 = 0$ ,

又  $\because t > 0$ ,  $\therefore t = 3$ , 此时  $k_{TM} \cdot k_{TN} = -\frac{10}{9}$ ,

$\therefore$  存在点  $T(3, 0)$ , 使得直线  $TM$  与  $TN$  斜率之积为定值  $-\frac{10}{9}$ , 此时  $t = 3$ . .....12 分

21. (1) 解:  $f(x)$  的定义域为  $(0, +\infty)$ ,  $f'(x) = \frac{x^2 - x + a}{x^2}$ ,  $x > 0$ , .....2 分

令  $g(x) = x^2 - x + a$ , 其对称轴为  $x = \frac{1}{2}$ ,

由题意知  $x_1, x_2$  是方程  $g(x) = 0$  的两个不相等的实根, 则  $\begin{cases} \Delta = 1 - 4a > 0 \\ g(0) = a > 0 \end{cases}$ ,

所以  $0 < a < \frac{1}{4}$ , 即实数  $a$  的取值范围是  $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ . .....4 分

当  $x \in (0, x_1)$  时,  $f'(x) > 0$ , 所以  $f(x)$  在  $(0, x_1)$  上为增函数;

当  $x \in (x_1, x_2)$  时,  $f'(x) < 0$ , 所以  $f(x)$  在  $(x_1, x_2)$  上为减函数;

当  $x \in (x_2, +\infty)$  时,  $f'(x) > 0$ , 所以  $f(x)$  在  $(x_2, +\infty)$  上为增函数. ....6 分

(2) 证明: 由 (1) 知  $x_2 \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$ ,  $a = -x_2^2 + x_2$ ,

$f(x_2) = x_2 - \frac{-x_2^2 + x_2}{x_2} - \ln x_2 = 2x_2 - 1 - \ln x_2$ , .....8 分

令  $h(x) = 2x - 1 - \ln x$  ( $\frac{1}{2} < x < 1$ ), 则  $h'(x) = 2 - \frac{1}{x} = \frac{2x - 1}{x} > 0$ ,

所以  $h(x)$  在  $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$  上单调递增, 故  $h(x) > h\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln \frac{1}{2} = \ln 2$ ,

从而  $f(x_2) > \ln 2$ . .....12 分

22. (1) 由  $\begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}t}{1+t^2} \\ y = \frac{2\sqrt{3}}{1+t^2} \end{cases}$  得  $t = \frac{x}{y}$ , 代入  $y = \frac{2\sqrt{3}}{1+t^2}$



整理得  $x^2 + y^2 - 2\sqrt{3}y = 0$ , 即  $x^2 + (y - \sqrt{3})^2 = 3$ ,

故曲线  $C$  的普通方程为  $x^2 + (y - \sqrt{3})^2 = 3 (y \neq 0)$  .....6 分

(2) 直线  $l$  的普通方程为  $x - \sqrt{3}y + 3 = 0$ , 此时直线过圆心  $(0, \sqrt{3})$ ,

AB 即为直径  $2\sqrt{3}$ , 原点  $O$  到直线的距离  $d = \frac{3}{2}$ ,

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ .....10 分}$$

23. (1) 因为  $|x+1| - |x-2| \leq |(x+1) - (x-2)| = 3$ , 当且仅当  $x \geq 2$  等号成立

所以  $|x+1| - |x-2|$  的最大值为 3.

因为不等式  $f(x) \geq |t-3|$  有解, 所以  $|t-3| \leq 3$ , 解得  $0 \leq t \leq 6$ ,

所以实数  $t$  的最大值  $M = 6$ . .....5 分

(2) 由 (1) 知,  $abc = 12\sqrt{3}$ ,

因为  $(a+b)^2 + c^2 \geq 4ab + c^2$  (当且仅当  $a = b$  时, 等号成立),

$$4ab + c^2 = 2ab + 2ab + c^2 \geq 3\sqrt{2ab \cdot 2ab \cdot c^2} = 3\sqrt{4(abc)^2} = 3\sqrt{4 \times (12\sqrt{3})^2} = 36,$$

当且仅当  $2ab = c^2$ , 即  $a = b = \sqrt{6}$ ,  $c = 2\sqrt{3}$  时, 等号成立,

所以  $(a+b)^2 + c^2$  的最小值为 36. ....10 分

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线